

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 58 (1932)  
**Heft:** 9

**Artikel:** Calcul des cercles de vannage des turbines hydrauliques  
**Autor:** Meyer, H.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-44834>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

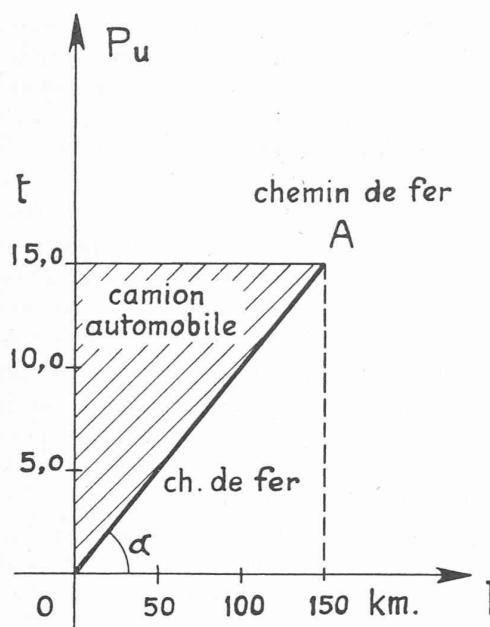


Fig. 7.

port à vide. Sur la base de ces considérations, on peut établir une délimitation, représentée par la figure 7, des domaines économiquement dévolus au chemin de fer et à l'automobile, la ligne de démarcation étant, approximativement, une droite partant de  $O$  et inclinée d'un angle  $\alpha$  sur l'axe des longueurs.

La limite supérieure admise, de 15 tonnes, pour  $P_u$  correspond à un camion traînant deux remorques. A l'intérieur du domaine ainsi dévolu à l'automobile, les prix de revient, comparativement aux prix de revient relatifs au chemin de fer, sont d'autant plus faibles que la longueur du transport est plus courte. Cette particularité a permis au camion de dérober au chemin de fer une partie du transport, très rémunérateur, des expéditions partielles à petite distance. Mais la grandeur de l'angle  $\alpha$  qui régit la délimitation des deux domaines (fig. 7) est fortement influencée par les mesures administratives qui visent les systèmes de transport concurrents. Les pouvoirs publics détiennent donc une puissance d'action considérable sur les conditions de la concurrence entre ces moyens de transport.

Un cas particulier de cette concurrence est offert par le transport en commun des personnes dans les grandes villes où, généralement, chemins de fer à voie indépendante, tramways et autobus se partagent le trafic. Pour faire face à de très fortes « pointes » périodiques, ce sont les chemins de fer à voie indépendante qui conviennent le mieux, puis viennent les tramways et, enfin, ce sont les autobus qui sont le moins propres à desservir ce genre de trafic. Mais la variété des transports urbains laisse à chaque système un domaine qui lui est approprié.

Un autre cas de concurrence entre moyens de transport terrestres se pose quand il s'agit d'établir une installation de transport en commun destinée à gravir une

montagne. Généralement, le choix est tranché déjà lors de la rédaction du projet et ce sont les conditions topographiques, conjuguées avec la densité de trafic visée, dont la grandeur varie en raison inverse de la déclivité, qui décideront entre le tracé plus long, mais moins raide au moyen de la crémaillère et le funiculaire, plus court, mais à plus forte pente.

## Calcul des cercles de vannage des turbines hydrauliques,

par H. MEYER, Ingénieur E. I. L., à Genève.

(Suite) <sup>1</sup>

Les trois inconnues hyperstatiques du problème sont donc déterminées. Elles sont reliées par les équations que nous venons de trouver aux données du problème.

Ces valeurs caractérisent donc complètement les efforts que supporte le matériau du cercle dans la section où agit la réaction d'appui  $P_1$ . La compression  $Q_0$  et le cisaillement  $V_0$  donnent des efforts relativement faibles, dans la section envisagée, par rapport à  $M_0$ . Du reste, dans les calculs qui suivent, nous ne nous occuperons pas de la compression et de l'effort tranchant dans une section quelconque.

Nous observons que la valeur de  $M_0$  est affectée du signe négatif. Cela signifie que ce moment fléchissant est dirigé dans le sens inverse de celui que nous avons choisi conventionnellement, c'est-à-dire que le moment tend à augmenter le rayon de courbure du cercle, dans le cas de la figure 1, lorsque l'appui est placé en dehors de celui-ci.

L'allure de la courbe

$$M_0 = f(\theta, \lambda_i)$$

où  $\lambda_i$  est une valeur quelconque fixe donnée à  $\lambda$ , varie suivant  $\lambda_i$ .

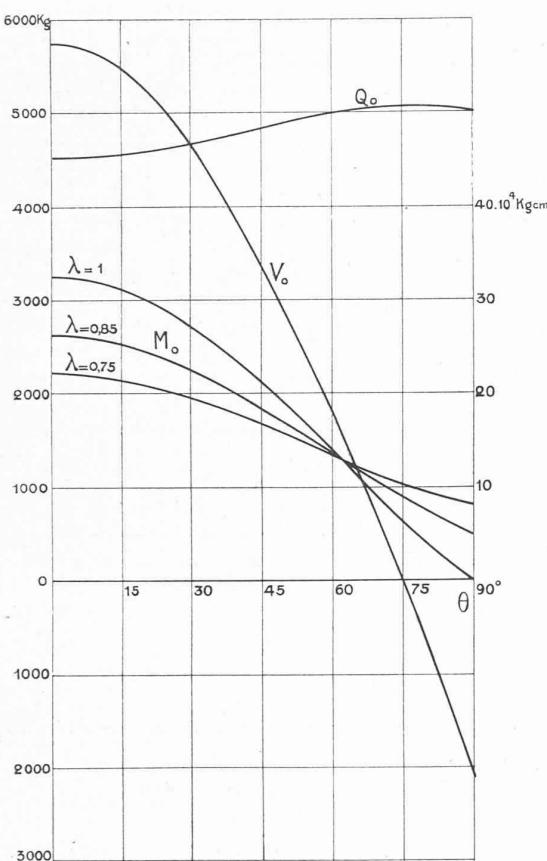
Dans la pratique, ce paramètre varie entre 1 et environ 0,75 et dépasse rarement cette limite inférieure.

De son côté, l'angle  $\theta$  varie en général entre  $60^\circ$  et  $90^\circ$ .

La figure 2 donne la variation du moment  $M_0$  pour différentes valeurs de  $\lambda$  en fonction de  $\theta$ . Ce graphique montre que pour des valeurs courantes de  $\theta$ , c'est-à-dire comprises entre  $60^\circ$  et  $90^\circ$ ,  $M_0$  augmente lorsque  $\lambda$  diminue, c'est-à-dire lorsque le point d'attaque des bielles s'écarte du rayon  $\rho$ , son minimum étant toujours obtenu pour  $\lambda = 1$ , c'est-à-dire lorsque les points d'attaque des bielles sont situés sur le cercle décrit par le centre de gravité de la section du cercle. Ce graphique est calculé pour les caractéristiques constructives données plus loin.

Dans le cas où l'on n'aurait qu'une seule bielle, c'est-à-dire si  $\theta = 0$ , le moment fléchissant  $M_0$  est par contre maximum lorsque  $\lambda = 1$ .

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique* du 16 avril 1932, page 89.

Fig. 2. — Variation de  $M_o$ ,  $V_o$  et  $Q_o$ , en fonction de  $\theta$ .

Ce résultat est logique, car alors la résultante des forces  $P$ , c'est-à-dire la réaction de l'appui, est maximum.

On peut remarquer que toutes ces courbes ont un point commun pour lequel la valeur de  $M_0$  est indépendante de  $\lambda$ . En effet, si l'on pose

$$\frac{\partial M_0}{\partial \lambda} = 2 \cos \theta - \theta \sin \theta = 0$$

il vient

$$\theta \tan \theta = 2$$

équation qui est satisfaite pour  $\theta = 61^\circ 42'$ .

En ce point, la valeur de  $M_0$ , ne dépendant que de  $\theta$  qui est déterminé par l'équation précédente, devient alors :

$$M_0 = -\frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{2\theta}{\sqrt{\theta^2 + 4}} \right] = -0,094 nFr \sin \beta.$$

Cette dernière valeur peut donc être considérée comme le maximum maximorum de  $M_0$ , dans les cas pratiques définis plus haut.

La figure 2 donne également la variation de  $V_0$  et  $Q_0$  en fonction de  $\theta$ .

Nous pouvons maintenant chercher l'expression du moment fléchissant en un point quelconque du cercle.

Pour cela nous reprenons les équations (3) et (4) du moment en un point quelconque du cercle. Après avoir calculé les divers termes de la première, nous obtenons :

$$M_A = M_0 + (P_1 - V_0) \rho \sin \alpha + F'r[\rho \cos \beta (1 - \cos \alpha) + \sin \beta (r \alpha - \rho \sin \alpha)] - Q_0 \rho (1 - \cos \alpha).$$

Si nous remplaçons les diverses grandeurs de cette équation par leurs valeurs (9) et (2), il vient, après simplification

(10)

$$M_A = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ \alpha - \frac{\pi}{2} + 2 \cos \theta \cos \alpha + \frac{\pi}{2} \lambda \cos \theta \sin \alpha - \lambda [(1 + \cos \alpha) \cos \theta - \theta \sin \theta \cos \alpha] \right]$$

ou, en explicitant  $M_0$

$$M_A = M_0 + \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ \alpha + \frac{\pi}{2} \lambda \cos \theta \sin \alpha + + [(2 - \lambda) \cos \theta + \lambda \theta \sin \theta] (\cos \alpha - 1) \right].$$

Ces deux équations sont valables pour  $0 < \alpha < \alpha_1$ . Si l'on fait  $\alpha = 0$  on obtient  $M_A = M_0$ .

On aurait également, en partant des équations (4) :

(11)

$$M_B = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ \alpha - \frac{\pi}{2} + 2 \cos \theta \cos \alpha + \frac{\pi}{2} \lambda \cos \theta \sin \alpha - \lambda [(1 + \cos \alpha) \cos \theta - \theta \sin \theta \cos \alpha] - \pi [1 - \lambda \cos(\alpha - \alpha_1)] \right]$$

avec  $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$

et de la même façon :

(12)

$$M_C = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ \alpha - \frac{\pi}{2} + 2 \cos \theta \cos \alpha + \frac{\pi}{2} \lambda \cos \theta \sin \alpha - \lambda [(1 + \cos \alpha) \cos \theta - \theta \sin \theta \cos \alpha] - \pi [2 - \lambda \cos(\alpha - \alpha_1) - \lambda \cos(\alpha - \alpha_2)] \right]$$

avec  $\alpha_2 < \alpha < 2\pi$ .

Cette dernière équation prend la valeur de  $M_0$  pour  $\alpha = \pi$ .

Le moment fléchissant est donc maintenant déterminé en chaque point du cercle en fonction des données fonctionnelles  $n, F, \beta$ , des données constructives  $R, r, \lambda, \theta$  et de la variable indépendante  $\alpha$  ou, si l'on veut considérer les autres grandeurs comme des données, de  $\lambda, \theta, \alpha$ . Cette fonction est assez complexe et il est difficile de l'analyser mathématiquement, en particulier de trouver ses maxima et minima.

Nous verrons qu'au point  $\alpha = 0$ , il y a un point double possédant deux tangentes distinctes dues à l'effet de la réaction d'appui  $P_1$  et qu'aux points  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , il y a une discontinuité de la courbe due à l'introduction du moment des forces  $P$ , dans le cas où  $\lambda$  est différent de 1.

Cherchons la dérivée de  $M_A$  par rapport à  $\alpha$

$$\frac{\partial M_A}{\partial \alpha} = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \lambda \cos \theta \cos \alpha - [(2 - \lambda) \cos \theta + \lambda \theta \sin \theta] \sin \alpha \right].$$

Pour  $\alpha = 0$  on a

$$\left( \frac{\partial M_A}{\partial \alpha} \right)_0 = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \lambda \cos \theta \right].$$

La fonction croît donc à partir de  $M_0$  qui, comme nous l'avons vu, est toujours négatif ou au plus égal à 0. La dérivée seconde par rapport à  $\alpha$  nous indique que la concavité de la courbe est dirigée du côté des moments négatifs.

Cherchons maintenant la dérivée de  $M_c$  par rapport à  $\alpha$ :

$$\frac{\partial M_c}{\partial \alpha} = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ 1 + \frac{\pi}{2} \lambda \cos \theta \cos \alpha - [(2-\lambda) \cos \theta + \lambda \theta \sin \theta] \sin \alpha - \pi \lambda (\sin(\alpha - \alpha_1) + \sin(\alpha - \alpha_2)) \right]$$

Cette dérivée prend la valeur, pour  $\alpha = 2\pi$

$$\left( \frac{\partial M_c}{\partial \alpha} \right)_{2\pi} = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ 1 - \frac{3}{2} \pi \lambda \cos \theta \right]$$

Cette expression est différente de celle de  $\left( \frac{\partial M_A}{\partial \alpha} \right)_0$ .

Il y a donc un point double pour  $\alpha = 0 = 2\pi$ . Les deux tangentes sont distinctes et définies par les deux équations ci-dessus. Cette dernière dérivée peut prendre des valeurs positives ou négatives suivant les valeurs données à  $\lambda$  et  $\theta$ . La racine de cette équation égalée à 0 est  $\theta'$ :

$$\theta' = \arccos \frac{2}{3\pi\lambda}.$$

Si  $\theta < \theta'$ , la dérivée est négative, c'est-à-dire que le moment décroît en valeur absolue lorsque  $\alpha$  décroît à partir de  $2\pi$ .  $M_0$  est alors une valeur maximum négative (ce n'est pas nécessairement le maximum maximorum).

Dans le cas contraire, si  $\theta > \theta'$ , la tangente est plus grande ou égale à 0, le moment croît en valeur absolue avec les  $\alpha$  décroissants.  $M_0$  n'est alors pas un maximum.

Comme  $\lambda$  varie en général entre 1 et 0,75,  $\theta'$  varie entre  $77^\circ 45'$  et  $73^\circ 30'$ .

La valeur maximum de cette tangente est, lorsque

$$\theta = \frac{\pi}{2}, \left( \frac{\partial M}{\partial \alpha} \right)_{2\pi} = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta.$$

Dans le dernier cas que nous venons de considérer, une des valeurs maximum du moment fléchissant se trouve alors au point  $\alpha = \alpha_2$ , c'est-à-dire au point d'attaque de la deuxième bielle et il y a lieu alors de calculer le moment fléchissant en ce point. Celui-ci est donné par l'équation (12) où l'on fait  $\alpha = \alpha_2$ . De la discussion de la courbe des moments fléchissants, il ressort donc que  $M_0$  n'est pas nécessairement le moment fléchissant maximum. Suivant les valeurs données à  $\lambda$  et  $\theta$ , le moment peut avoir un maximum au point d'attaque de la deuxième bielle ou même en un point quelconque du cercle, comme le montre le graphique de la figure 3. Il y a donc lieu de tracer, dans les cas douteux, la courbe du moment fléchissant pour le cercle complet. Cette courbe peut du reste être utile pour déterminer, si le cercle est construit en plusieurs pièces, le moment fléchissant dans les brides de séparation.

Les graphiques de la figure 3 montrent quelques tracés de courbes des moments fléchissants pour différentes valeurs de  $\theta$  et pour la valeur particulière de  $\lambda = \frac{110}{125} = 0,88$ .

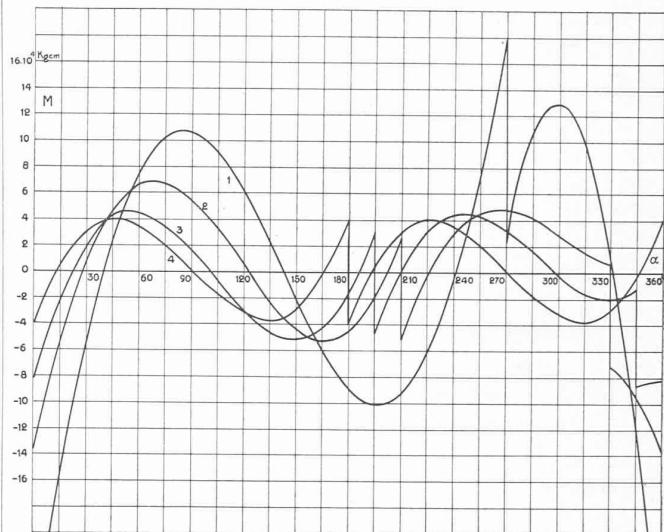


Fig: 3. — Variation de  $M$ , en fonction de  $\alpha$ , pour différentes valeurs de  $\theta$ .

$$(1) \theta = 0^\circ \quad (2) \theta = 60^\circ \quad (3) \theta = 75^\circ \quad (4) \theta = 90^\circ$$

$$\lambda = \frac{110}{125}$$

Les courbes ont été calculées pour les caractéristiques suivantes :

$$\begin{aligned} n &= 20 \text{ bielles} \\ F &= 1000 \text{ kg} \\ r &= 100 \text{ cm} \\ \rho &= 110 \text{ cm} \\ R &= 125 \text{ cm} \\ \sin \beta &= 0,65 \\ \theta &= 0 - 60^\circ - 75^\circ - 90^\circ \end{aligned}$$

Un cas particulièrement intéressant à considérer est celui pour lequel  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ; les points d'attaque des deux bielles sont alors diamétralement opposés. Les deux bielles sont donc parallèles et elles sont en général commandées par des servomoteurs indépendants. Cette construction s'applique surtout à des turbines de très grandes dimensions.

Dans ce cas, les équations (2) et (9) que nous avons trouvées plus haut nous donnent

$$P_1 = 0 \quad P = \frac{nFr}{2R} \sin \beta$$

et

$$M_0 = -\frac{nFr}{4} \sin \beta (1 - \lambda).$$

Cette dernière relation s'annule lorsque  $\lambda = 1$ . L'équation (10) donne en remplaçant  $\theta$  par cette valeur particulière

$$(13) \quad M_A = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ \alpha - \frac{\pi}{2} (1 - \lambda \cos \alpha) \right].$$

D'autre part, nous trouverons pour la deuxième moitié du cercle, d'après (11)

$$M_B = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ \alpha - \frac{\pi}{2} (1 - \lambda \cos \alpha) \right] -$$

$$-\frac{nFr}{2\pi} \sin \beta [\pi (1 - \lambda \cos (\alpha - \pi))]$$

c'est-à-dire :

$$M_B = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ (\alpha - \pi) - \frac{\pi}{2} (1 - \lambda \cos(\alpha - \pi)) \right]$$

ou :  $(M_A)_\alpha = (M_B)_{\alpha + \pi}$

Les moments dans les deux intervalles  $0$  à  $\pi$  et  $\pi$  à  $2\pi$  ont donc les mêmes valeurs pour des angles  $\alpha$  dans la première moitié du cercle et  $\alpha + \pi$  dans la deuxième moitié. Nous avons donc une courbe composée de deux périodes identiques.

Dans ce cas, il est facile de déterminer le maximum du moment :

$$\frac{\partial M}{\partial \alpha} = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left( 1 - \frac{\pi}{2} \lambda \sin \alpha \right).$$

Cette relation s'annule pour :

$$\sin \alpha = \frac{2}{\pi \lambda}.$$

Ce maximum ne dépend donc plus que de  $\lambda$ .

En introduisant cette valeur dans l'équation (13) nous obtenons la valeur du moment maximum en fonction de  $\lambda$  :

$$(14) \quad M_{max} = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta \left[ \arcsin \frac{2}{\lambda \pi} - \frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{\pi^2}{4} \lambda^2 - 1} \right].$$

Le graphique de la figure 4 représente une série de courbes pour lesquelles  $\theta = \frac{\pi}{2}$  et pour diverses valeurs de  $\lambda$ . Comme nous le voyons, il y a une discontinuité en  $\alpha = 0$  et  $\alpha = \pi$ , dans le cas où  $\lambda \neq 1$ . On peut remarquer que pour toutes ces courbes, la tangente aux points  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = \pi$  et  $\alpha = 2\pi$  a une valeur constante indépendante de  $\lambda$ , qui est donnée par

$$\frac{\partial M}{\partial \alpha} = \frac{nFr}{2\pi} \sin \beta.$$

Lorsque  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , le moment  $M_0$  ne fait que déterminer le point de départ de la courbe et l'allure de celle-ci

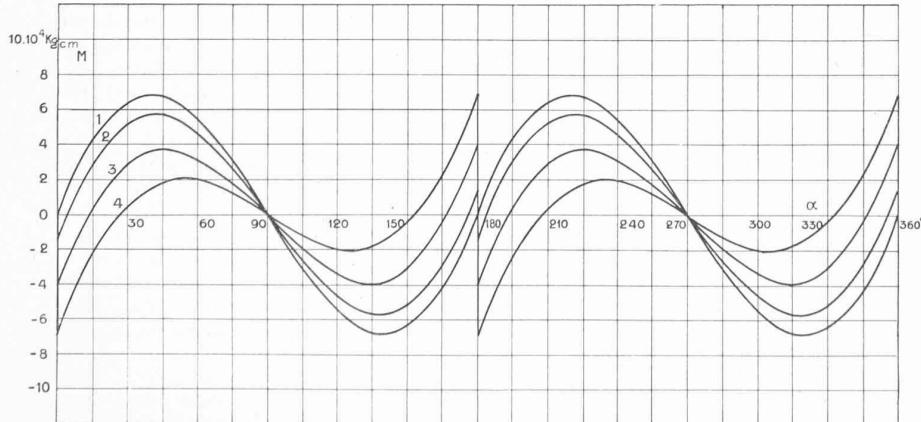


Fig. 4. — Variation de  $M$ , en fonction de  $\alpha$ , pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$(1) \lambda = 1 \quad (2) \lambda = \frac{110}{115} \quad (3) \lambda = \frac{110}{125} \quad (4) \lambda = \frac{110}{140}$$

reste analogue pour toutes les valeurs de  $\lambda$ . Le moment maximum est alors déterminé par l'équation que nous venons de trouver. (A suivre.)

### L'alimentation de Lausanne en eau potable.

#### Visite aux chantiers.

L'an passé, sans orageuse discussion, sans discussion même, le Conseil communal de Lausanne vota un crédit de 2 700 000 francs destiné à l'amélioration de l'alimentation de la ville en eau potable.

Le préavis prévoyait : 1. L'installation d'une station de pompage de l'eau du lac. 2. La modification des zones de distribution, de façon à améliorer celle-ci. 3. La construction de deux nouveaux réservoirs situés l'un à Montétan, l'autre à la Chablière.

Quand on songe aux abondantes polémiques soulevées, à la fin du siècle dernier, à Lausanne, par un projet d'utilisation de l'eau du bleu Léman pour l'alimentation de la ville, on est frappé de voir à quel point la mentalité a changé, en si peu de temps. Le problème était mûr. On a pu en cueillir aisément la solution.

Dans le *Bulletin technique* du 16 mai 1931 nous avons indiqué les grandes lignes du projet, la façon dont on en prévoyait la réalisation, les mesures de précaution prises pour assurer à l'eau les qualités requises, etc.

Nous allons maintenant rendre compte d'une visite que nous avons faite aux travaux en cours, notant, ici ou là, des détails qui nous parurent intéressants, sans prétention à la haute technicité.

La station de pompage et l'usine ont été fixées à la sortie Est de Lutry, à l'angle de la route cantonale Lausanne-St-Maurice et de la route de Grandvaux, au lieu dit « La Plantaz ».

L'eau est prise dans le lac, à une distance de 360 m de la côte, à 35 m en dessous du niveau du lac, à 15 m au-dessus du fond. La profondeur est donc, à cet endroit, de 50 m.

La conduite lacustre, de 470 mm de diamètre, en tôle d'acier Siemens-Martin à résistance ordinaire (épaisseur : 8 mm), suit le fond du lac, qui s'abaisse d'abord lentement jusqu'au fameux « mont », pour s'incliner ensuite beaucoup plus rapidement. La prise d'eau elle-même est maintenue à 15 m au-dessus du fond par des chevalets solidement ancrés. Ce long tuyau, fourni et posé par les maisons *Giovanola* (Monthey) et *Bellorini* (Lausanne) sera flotté depuis Ville-neuve et posé d'une seule pièce. Pour permettre à la conduite d'épouser autant que possible le profil du sol sous-lacustre, on l'a munie de joints spéciaux, affectant la forme de soufflets, en acier Siemens-Martin, qualité chaudière. Ces soufflets, qu'on retrouvera partout où l'exige la nature du sol, sont d'une élasticité considérable tout en assurant toujours à la conduite une parfaite étanchéité. (Voir la figure ci-contre.)

Les travaux de l'usine, située en amont de la route, en sont encore aux terrassements qu'exécute la maison *Buche*, de Lutry, laquelle est aussi chargée des fondations. L'usine pourra débiter 24 000 litres/minute, mais, pour une première période, on se contentera d'installations de moteurs, pompes et filtres pour 12 000 litres/minute, ce qui sera amplement suffisant pour un certain nombre d'années.

Il ne faut pas perdre de vue que les eaux du lac ne sont nullement destinées à alimenter complètement Lausanne et à remplacer les eaux de source utilisées. Il s'agit surtout de pouvoir parer aux déficits qui pourraient se produire, qui se sont déjà quelquefois produits. Il importe aussi d'équilibrer le réseau, que le développement énorme de