

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 54 (1928)
Heft: 21

Artikel: Recherches sur la dynamique des courants déversants en régime hydraulique permanent
Autor: Golaz, Maurice
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-41897>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Réd.: Dr H. DEMIERRE, ing.

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE DE PUBLICATION DE LA COMMISSION CENTRALE POUR LA NAVIGATION DU RHIN

ORGANE DE L'ASSOCIATION SUISSE D'HYGIÈNE ET DE TECHNIQUE URBAINES

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

SOMMAIRE : *Recherches sur la dynamique des courants déversants en régime hydraulique permanent*, par M. GOLAZ, ingénieur à Paris, Dr ès sciences. — *Concours d'idées pour le nouvel immeuble de la Société Romande d'Électricité, à Vevey* (suite et fin). — *Essais de déformation et détermination des efforts intérieurs probables*, par A. PARIS, ingénieur, professeur à l'Université de Lausanne. — DIVERS : *Cours complémentaires économiques pour ingénieurs, organisés par l'Ecole Polytechnique Fédérale*. — NÉCROLOGIE : Ernest Lambelet. — BIBLIOGRAPHIE. — Service de placement.

Recherches sur la dynamique des courants déversants en régime hydraulique permanent,

par MAURICE GOLAZ, ingénieur à Paris, Dr ès sciences.

Le déversement des eaux surabondantes d'une usine hydro-électrique s'effectue par l'intermédiaire d'ouvrages de décharge, d'importance souvent considérable. Or, il ne semble pas que l'on ait toujours prêté l'attention désirée à l'étude de ce problème qui intéresse pourtant au premier chef l'utilisation de nos forces hydrauliques, puisque, dans bien des exemples, les solutions proposées ne se sont pas révélées judicieuses ou économiques.

Il convient de relever que les équations générales de la mécanique des fluides naturels sont d'une extrême complication ; même dans les problèmes les plus simples on se heurte à des difficultés d'intégration insurmontables. C'est pourquoi l'hydraulicien, appelé à des réalisations concrètes, se voit contraint d'introduire dans ses raisonnements des hypothèses simplificatrices qui peuvent parfois le conduire à des solutions approchées.

Ainsi dans tous les cas d'écoulement où il existe une surface libre Λ , la compressibilité peut toujours être négligée. Il en est de même de la viscosité, lorsque le « nombre de Reynolds », infini pour les liquides parfaits, est très grand par rapport à la valeur qui sépare le régime turbulent du régime laminaire. Cette dernière condition est remplie pour les liquides naturels tels que l'eau, pourvu que la vitesse des filets soit suffisamment grande.

Les types de déversoirs de décharge utilisés dans la pratique, et que nous étudierons dans la suite, remplissent généralement les deux conditions suivantes :

1^o La forme géométrique qui les constitue, comporte deux plans verticaux parallèles à distance b l'un de l'autre et un radier à génératrices perpendiculaires à ces plans dont la directrice π est une courbe continue sans jarret ni décrochement. Une telle figure possédera donc un plan de symétrie, lequel sera choisi comme plan du dessin.

2^o Les surfaces mouillées offrent une rugosité homogène.

Le calcul de leur débouché revient à déterminer la valeur du débit Q ou dépense par seconde, du courant qui y prend naissance en régime permanent, lorsque les conditions extérieures ont été fixées.

Je me propose, dans les lignes qui suivent, de développer brièvement quelques considérations et suggestions relatives à la résolution de ce problème, en rappelant que plusieurs hydrauliciens de divers pays ont déjà apporté à l'étude de cette question une large contribution.

Mais le phénomène du déversement présentant un caractère de très grande diversité, son étude est loin d'être achevée. C'est pourquoi, il est à souhaiter que les laboratoires d'hydraulique expérimentale soient appelés de plus en plus à venir en aide au technicien, en lui fournitant le complément indispensable à l'étude systématique des solutions les plus rationnelles.

Au cours de ces recherches, j'ai bénéficié des précieux conseils de MM. le Dr Stucky et Thomann, professeurs à l'Université de Lausanne ; je tiens à leur en exprimer encore ma vive gratitude.

Etude des courants déversants dénoyés à filets sensiblement horizontaux.

1. Définition du « paramètre d'écoulement ».

Il faut bien remarquer que le théorème de Bernoulli, d'un usage si fréquent en hydraulique, n'est vrai que pour un filet liquide de dimensions transversales très petites ou lorsque la vitesse est constante en tous les points d'une section (liquides parfaits).

Dans le cas d'un courant liquide naturel de dimensions finies, il y a, par suite du frottement sur les parois et de la viscosité, ralentissement des filets au voisinage des parois et échange des particules d'un filet à l'autre. Il en résulte que dans une section transversale, la vitesse peut varier d'un point à un autre.

Dans l'expression bien connue

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + \psi = C^{te}$$

on pourra remplacer la cote ψ par celle du centre de gravité G de la section transversale, la pression p étant celle qui

En combinant les deux relations précédentes, on trouve

$$(7) \quad t_i = \frac{2H_i}{3 - \Gamma_i}.$$

Enfin, une nouvelle transformation donne

$$(8) \quad Q = 2 \sqrt{\frac{1 - \Gamma_i}{\chi(3 - \Gamma_i)^3}} \cdot b \cdot H_i^{\frac{3}{2}} \sqrt{2g},$$

en se rappelant que l'on a, par ailleurs, $C = \frac{\chi q^2}{2g}$ et $Q = q \cdot b$. La relation ci-dessus fournit l'expression du débit Q en régime permanent. Le signe algébrique indi-

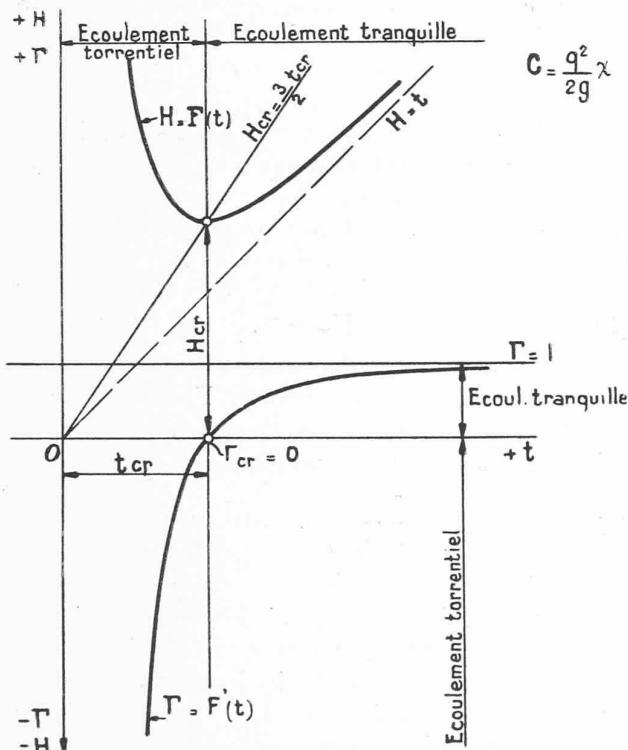


Fig. 2.

quant la nature de l'écoulement, le courant se trouve donc bien déterminé au point de vue hydraulique.

Il ressort nettement de ces considérations que la quantité Γ va jouer un certain rôle dans la théorie des courants liquides à filets sensiblement horizontaux ; par suite, je conviendrais de la désigner par *module ou paramètre d'écoulement*, puisque ses dimensions sont celles d'un nombre.

Il est aisément de voir que dans un courant à paramètre positif, un accroissement de la charge entraîne un accroissement du tirant ou, réciproquement, à une diminution de la charge correspond une diminution du tirant. C'est l'inverse qu'on observe dans un courant à paramètre négatif où un accroissement de la charge entraîne une diminution du tirant. Le mouvement de ce courant est graduellement varié si le paramètre varie d'une manière continue, et alors il est ou retardé ou accéléré.

Si l'on désigne maintenant par j la pente longitudinale de la ligne d'eau, un coup d'œil sur la fig. 1 montre que l'on peut écrire encore

$$t_0 + \int_0^x J dx = t + \int_0^x j dx.$$

En différentiant les deux membres de cette relation, on trouve, après une transformation élémentaire,

$$j = J - \frac{dt}{dx}$$

que l'on peut mettre sous la forme

$$(9) \quad j = \frac{J(\Gamma - 1) + i}{\Gamma}.$$

Cette dernière équation se prête à une discussion générale de l'allure de la ligne d'eau pour tous les courants dont le paramètre $\Gamma \neq 0$. Les résultats auxquels elle conduit, ont été groupés sous forme du tableau récapitulatif ci-après.

J	i	$\Gamma > 0$	$\Gamma < 0$
$J < 0$	$i > 0$	$j > 0$	$j < 0$
$J = 0$	$i > 0$	$j > 0$	$j < 0$
$0 < J < i$	$i > 0$	$j > 0$	doute
$J > i$	$i > 0$	$\begin{cases} \Gamma \approx 0 & j < 0 \\ \Gamma \approx 1 & j > 0 \end{cases}$	$j > 0$
$J < 0$	$i = 0$	$j > 0$	$j < 0$
$J > 0$	$i = 0$	$j < 0$	$j > 0$
$J = 0$	$i = 0$	$j = 0$	$j = 0$

Ces considérations peuvent être utilisées avantageusement dans la résolution de nombreux problèmes d'hydraulique.

Problème : On se propose de rechercher la condition que doit remplir la directrice π d'un bief pour que la ligne d'eau Λ reste horizontale.

Il suffit de revenir à l'équation (9) en posant $j = 0$. Il vient

$$J = \frac{-i}{\Gamma - 1}$$

et l'on remarque que la pente J sera toujours positive, indépendamment de la valeur de Γ ($-\infty < \Gamma < +1$).

En utilisant la relation (5), on a

$$J = \frac{i}{\chi q^2} \cdot g t^3$$

ou encore, en se rappelant que la pente i de la ligne de charge est donnée par la formule de Chézy

$$J = \frac{b + 2t}{K} \quad \text{où} \quad K = \frac{\chi q^2 b}{g}.$$

En posant $J = \frac{dt}{dx}$ l'équation différentielle s'écrira

$$K \frac{dt}{b + 2t} = dx.$$

Le tracé de la directrice s'obtiendra le mieux graphiquement en posant $dt = \Delta t$ et $dx = \Delta x$ car le coefficient φ est, comme on le sait, fonction irrationnelle de t .

2. Méthode générale de calcul d'un déversoir dénoyé.

Considérons un canal dont la directrice π soit telle que l'on puisse poser $ds = dx$ en tous points. Admettons de plus que sa pente longitudinale J , d'abord négative puis nulle devienne ensuite positive (fig. 3).

Imaginons maintenant que l'on applique à l'origine Ω_0 de ce canal une charge dynamique H_0 invariable. On se propose de déterminer le débit Q du courant qui s'établira en régime permanent dans ce canal, en admettant que le paramètre de ce courant soit > 0 au passage de Ω_0 . On supposera de plus que le courant ne rencontre

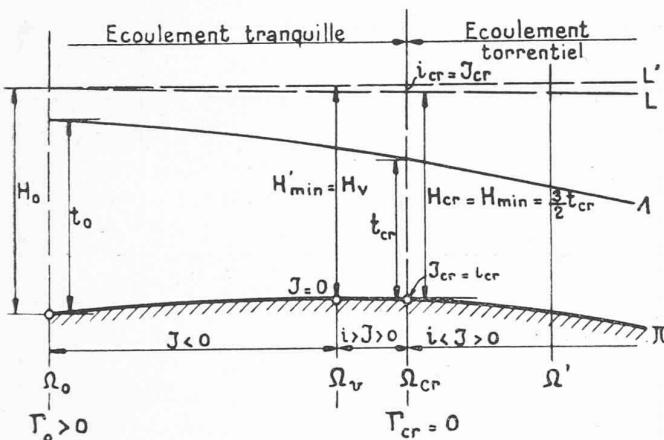


Fig. 3.

pas d'autre obstacle que celui créé par le frottement des filets liquides sur les parois et le fond du canal.

On dit alors qu'un tel courant n'est assujetti à aucune liaison hydraulique et, par suite, qu'il s'écoule d'une manière parfaite.

Admettons pour un instant que l'on néglige la rugosité des parois ; la ligne de charge L' restera par suite horizontale sur toute la longueur du tronçon considéré. On observe alors qu'en partant de l'origine, la hauteur de charge H diminue lorsqu'on se déplace de la gauche vers la droite, passe par un minimum $H_{\min} = H_v$ en Ω_v pour $J = 0$ puis augmente à nouveau indéfiniment.

Si l'on tient compte maintenant de l'influence de la rugosité, laquelle se traduit toujours par une perte d'énergie, la ligne de charge s'abaisse et viendra en L dans une position qui diffère en pratique très peu de L' . Il s'ensuit que la position de la section qui correspond à H_{\min} se trouve reportée vers l'aval d'une quantité qui dépend uniquement de cette rugosité. On conviendra alors d'appeler *section critique* Ω_{cr} la section du canal dans laquelle la charge H passe par un minimum.

Il résulte de ces considérations que la charge H , envisagée comme fonction de l'abscisse x , passe par un minimum au droit de la section critique. Par suite on peut écrire

$$\left| \frac{dH}{dx} \right|_{\Omega_{cr}} = 0.$$

Mais la relation (2) fait voir immédiatement que la dérivée $\frac{dH}{dx}$ ne peut s'annuler que si l'on a

$$J_{cr} = i_{cr}.$$

Il est alors évident que dans la section où la charge H est minima, la ligne de charge L est parallèle à la ligne du radier π .

On démontre aisément que si le courant est tranquille ($\Gamma = > 0$) au passage de la section initiale Ω_0 , il conservera ce caractère sur toute la portion du bief située en amont de la section critique Ω_{cr} . Comme il a été supposé, d'autre part, que le courant n'était assujetti à aucune liaison, on démontre aussi qu'en aval de cette même section, l'écoulement devient torrentiel ($\Gamma < 0$). Enfin, la directrice π ne présentant aucune discontinuité, le paramètre ne peut varier que d'une manière continue sur toute la longueur du bief. Sa valeur doit forcément s'annuler au passage de la section critique Ω_{cr} , ce qui permet d'écrire

$$(10) \quad \Gamma_{cr} = 0.$$

On peut alors dire qu'un courant non assujetti à des liaisons est tel que son paramètre Γ s'annule toujours dans la section où la charge est minima.

Dans ces conditions, la relation (8) s'écrira

$$(11) \quad Q = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3\gamma}} \cdot b \cdot H_{cr}^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{2g}$$

et le problème posé se trouve entièrement résolu dès que l'on connaît la charge critique. D'ailleurs, on établit facilement que cette expression correspond au débit maximum que l'on peut faire passer sous la charge H_{cr} .

La loi qui régit le mécanisme d'écoulement des courants non assujettis à des liaisons peut être exprimée alors de la façon suivante :

Le régime permanent est celui qui correspond au plus grand débit susceptible de passer sous la charge minima.

L'écoulement prend alors dans ce cas le nom particulier de *déversement*. Le courant qui lui correspond sera appelé *courant déversant dénoyé*. La forme géométrique parcourue par un tel courant sera dite *déversoir dénoyé à lame adhérente*.

L'étude des courants déversants dénoyés ne diffère de celle des courants liquides en général que du fait que le paramètre Γ s'annule dans la section critique où la charge est minima. Cette condition, exprimée par (10), entraîne évidemment aussi (4 bis), laquelle, remarquons-le en passant, est équivalente à (11), puisque les quantités H_{cr} et t_{cr} sont liées par la relation auxiliaire

$$(7 \text{ bis}) \quad t_{cr} = \frac{2}{3} H_{cr}$$

qui découle de (7).

Reprenons l'équation (2) et transformons-la à l'aide de (5). Il vient

$$(2 \text{ bis}) \quad \left(1 - \frac{2C}{t^3} \right) dt = (J - i) dx.$$

Lorsque le courant est déversant dénoyé, on aura, en vertu de (6)

$$(12) \quad \left(1 - \frac{t_{cr}^3}{t^3}\right) dt = (J - i) dx.$$

D'autre part, la pente piézométrique i d'un courant liquide s'exprime par la relation bien connue

$$(13) \quad i = \frac{Q^2 P}{\varphi^2 \Omega^3}$$

laquelle dérive directement de celle de Chézy. Dans cette relation, P désigne le périmètre mouillé et φ un coefficient, d'expression empirique, qui dépend de la rugosité des parois et du rayon hydraulique R . Cette dernière relation, combinée avec (4bis) devient alors

$$(14) \quad i = \frac{t_{cr}^3(b + 2t)}{Kt^3}$$

avec $K = \frac{\chi \varphi^2 b}{g}$.

Enfin, si l'on tient compte de (14) dans (12), on arrive à l'équation générale des courants déversants

$$(15) \quad \left(1 - \frac{t_{cr}^3}{t^3}\right) dt = \left(J - \frac{t_{cr}^3(b + 2t)}{Kt^3}\right) dx.$$

Mise sous cette forme cette équation ne conduit cependant à aucun résultat pratique, car il ne faut pas perdre de vue que J est une fonction $f(x)$, tandis que R , par suite K , est fonction irrégulièrissante de t .

On devra alors avoir recours à la méthode par différences finies en remplaçant dx et dt par Δx et Δt . Dans ces conditions, l'équation (15) devient

$$(16) \quad \Delta t = \frac{JKt^3 - t_{cr}^3(b + 2t)}{K(t^3 - t_{cr}^3)} \cdot \Delta x.$$

La charge H_0 étant donnée, il est évident que dans la section Ω_0 , on peut écrire

$$(17) \quad q = t_0 \sqrt{\frac{2g}{\chi} (H_0 - t_0)}$$

laquelle est une transformation directe de (1). En égalant membre à membre les deux relations (17) et (4 bis), on trouve

$$(18) \quad t_{cr} = \sqrt[3]{2t_0^2(H_0 - t_0)}$$

qui exprime la dépendance de t_0 et t_{cr} . On observe que le coefficient χ a disparu de cette expression, ce qui revient à admettre, *a priori*, que la répartition des vitesses obéit à la même loi dans toutes les sections Ω_i du bief.

Imaginons maintenant que l'on partage le bief consi-

déré en un certain nombre d'intervalle Δx suffisamment petits pour qu'on puisse considérer la pente J et le coefficient K comme constants.

Supposons alors que l'on fixe d'une manière arbitraire la valeur du tirant $t_0 = t'_0$ avec la condition

$$\frac{2}{3} H_0 < t'_0 < H_0.$$

Dans la section critique, on aura $J'_{cr} = i'_{cr}$ c'est-à-dire

$$J'_{cr} = \frac{g(b + 2t'_{cr})}{\chi t'^2_{cr}}.$$

Il s'ensuit par conséquent que lorsque la quantité

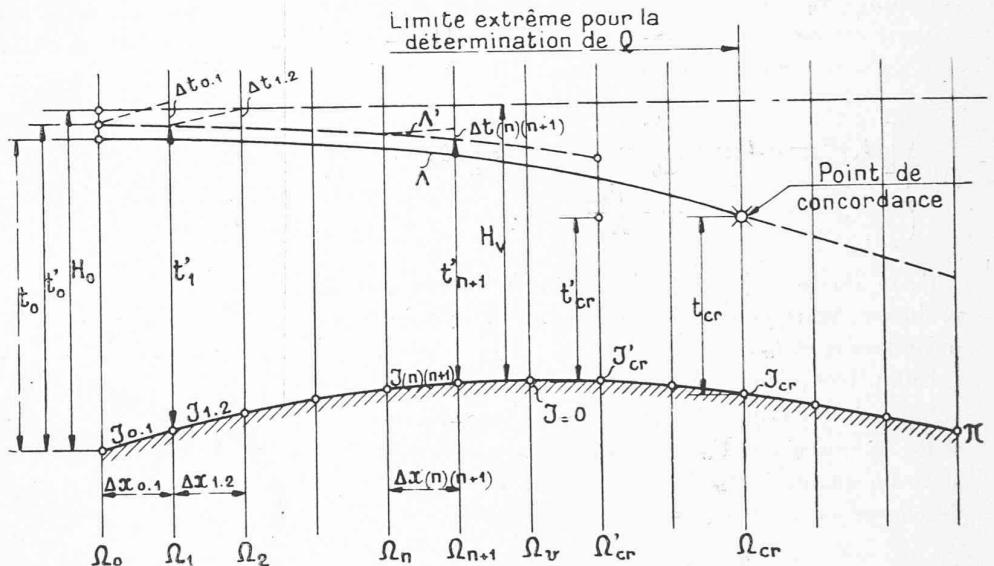


Fig. 4.

t'_0 a été fixée arbitrairement, on obtient du même coup une pente critique J'_{cr} , par suite la position de la section critique Ω'_{cr} et le tirant critique t'_{cr} au droit de celle-ci (formule 18). Reportons dans les sections Ω_0 et Ω'_{cr} les tirants t_0 et t'_{cr} . (fig. 4).

L'application de la formule (16) au premier intervalle $\Delta x_{0.1}$, puis successivement à $\Delta x_{1.2} \dots \Delta x_{(n)(n+1)} \dots$, donnera dans chaque section la variation Δt_n et par conséquent le tirant, puisque $t'_{(n+1)} = t'_n + \Delta t_n$.

On est ainsi conduit à tracer sur l'épure une ligne d'eau Λ' et de profil en profil, on parviendra dans la section critique admise. On constate alors que Λ' intercepte au droit de Ω'_{cr} un tirant qui, en général, diffère de t'_{cr} . On conclura que l'hypothèse concernant celui-ci n'était pas exacte. On se trouvera alors dans l'obligation de recommencer le calcul en admettant une autre valeur pour t_{cr} et cela jusqu'à concordance parfaite dans la section critique.

Ajoutons encore qu'il n'est pas nécessaire de reporter la ligne de charge, laquelle s'obtiendrait très simplement à l'aide de (1).

Lorsque la coïncidence a été obtenue dans Ω_{cr} , la relation (4 bis) fournit immédiatement la valeur de q , partant Q . Le problème posé se trouve ainsi résolu.

Enfin, la recherche de la ligne d'eau A dans le tronçon aval ne présente aucune difficulté. Il suffira de revenir à l'équation (2 bis) car C est alors connu. On aura

$$(2 \text{ ter}) \quad \left(1 - \frac{2C}{t^3}\right) dt = \left(J - \frac{q^2(b + 2t)}{\varphi^2 b t^3}\right) dx$$

et l'on procédera également par différences finies.

Lorsque la directrice présente, en aval de Ω_0 , un coursier horizontal de longueur Δ , suivi d'un tronçon à pente $J > 0$, l'équation (15) peut être intégrée¹ en admettant que le coefficient K conserve une valeur constante K_0 . Si l'on suppose encore que la section critique est confondue avec la section aval Ω_1 du coursier, on arrive au résultat final

$$(19) \quad \left\{ \begin{aligned} & \left[2t(4t^2 - 3bt + b^2) \right]_{t_0}^{t_{cr}} - 3(b^3 + 8t_{cr}^3) \left[Lg(b + 2t) \right]_{t_0}^{t_{cr}} \\ & + \frac{48t_{cr}^3 \Delta}{K_0} = 0. \end{aligned} \right.$$

Cette relation, jointe à (18) permet de résoudre le problème, puisqu'on dispose de deux relations entre les inconnues t_0 et t_{cr} .

Enfin, lorsqu'on peut négliger la rugosité, et ce sera la plupart du temps le cas pour de tels déversoirs, la condition $\Gamma_{cr} = 0$ conduit à la relation (11). La quantité H_{cr} devient égale à la hauteur de charge en crête $H_v = H$ et l'on trouve

$$(11 \text{ bis}) \quad Q = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3Z}} \cdot bH^{\frac{3}{2}} \sqrt{2g}$$

formule qui, au coefficient Z près, coïncide avec celle proposée par Bélanger pour le déversoir à coursier horizontal où l'on néglige les frottements. Le coefficient de dépense μ_0 d'un tel déversoir

$$\mu_0 = \frac{1}{\sqrt{3Z}} = \frac{0,578}{\sqrt{Z}} \approx 0,566$$

est donc faible², puisque, lorsque la directrice est curviligne, celui-ci peut atteindre des valeurs pouvant dépasser 0,80.

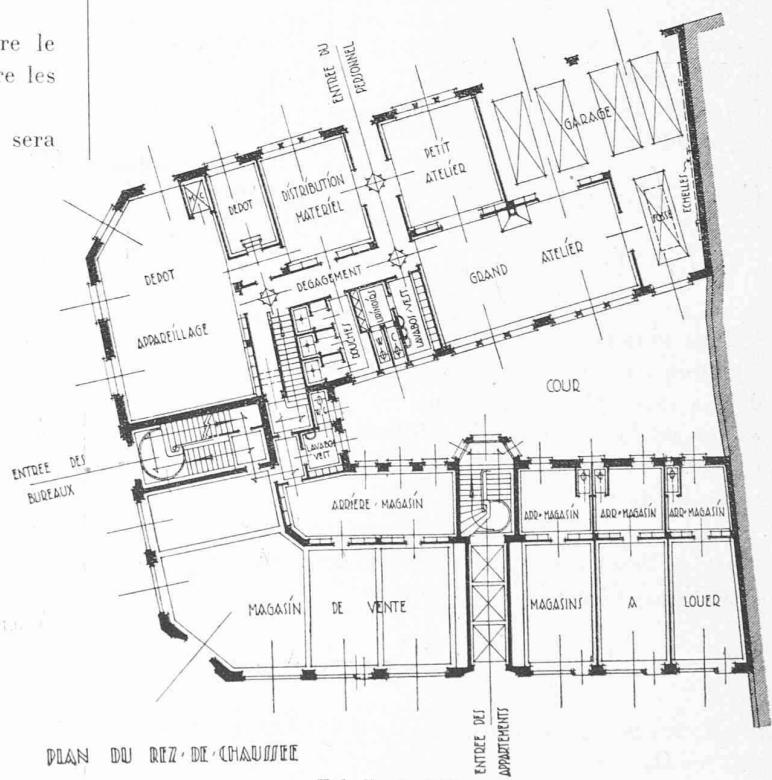
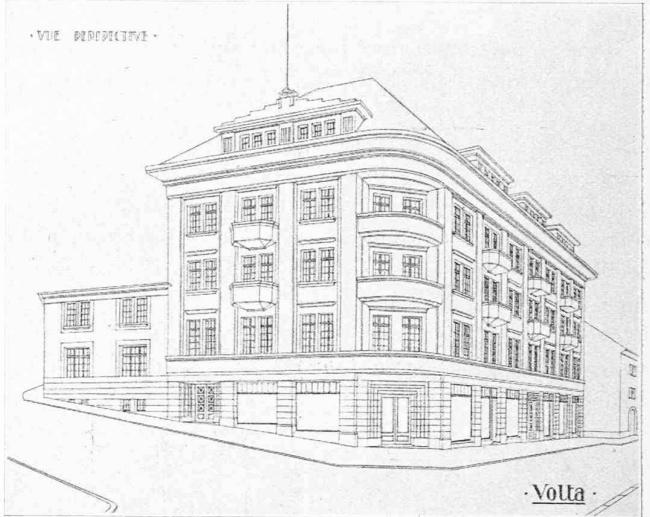
Il résulte de ce fait, que les déversoirs caractérisés par une directrice π où l'on peut poser $ds = dx$ en tous les points, présentent un mauvais rendement hydraulique. Dans les applications de la pratique courante, ils sont donc à rejeter car leur emploi conduit à des solutions qui ne sont pas économiques.

(A suivre.)

¹ Voir *Bulletin technique de la Suisse romande*, N° du 6 novembre 1926.

² Lorsque la lame tombe librement à l'extrémité du coursier ou lorsque celui-ci est prolongé par une doucine, le coefficient de dépense peut atteindre une valeur supérieure à μ_0 suivant la valeur relative de H et Δ . Dans ce cas, les filets liquides sont déjà curvilignes dans le voisinage de la surface libre; on ne peut donc plus appliquer les développements précédents. Il ne s'agit plus, à proprement parler, d'un déversoir à coursier horizontal.

CONCOURS POUR L'IMMEUBLE DE LA SOCIÉTÉ ROMANDE D'ÉLECTRICITÉ, A VEVEY



PLAN DU REZ-DE-CHAUSSÉE

Echelle 1 : 400.

IV^e prix : projet « Volta », de M. Daniel Ledermann, architecte, à Vevey.

Concours d'idées pour le nouvel immeuble de la Société Romande d'Electricité, à Vevey. (Suite et fin¹.)

Projet N° 8 : Volta II. — Projet intéressant. Locaux réservés à la Société Romande d'Electricité bien compris. L'escalier réservé aux locataires est mesquin, sans possibilité d'y placer un ascenseur. Appartements médiocrement distribués et les toilettes manquent pour les locaux prévus comme bureaux. Façades correctes.

¹ Voir *Bulletin technique* du 5 octobre 1928, page 241.