

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin technique de la Suisse romande
<b>Band:</b>	48 (1922)
<b>Heft:</b>	10
<b>Artikel:</b>	Graphique puor l'obtention rapide des sections de fer minima, dans une poutre en béton armé, soumise à des efforts composés de flexion avec compression ou tension
<b>Autor:</b>	Gardiol, E.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-37404">https://doi.org/10.5169/seals-37404</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

C'est l'équation d'une hyperbole du 3<sup>e</sup> degré qui correspond de très près à la courbe réelle du Vortex libre.

Il est intéressant de retenir que lorsque dans un espace de révolution comme celui de la fig. 3 la vitesse d'écoulement comporte des composantes tangentielles, la masse liquide en mouvement doit nécessairement être limitée par une surface de discontinuité semblable à celle du Vortex ci-dessus. Car si le liquide s'approchait plus encore du centre, la vitesse tangentielle tendrait, de par l'équation ci-dessus, vers des valeurs infinies. Lorsque l'espace à l'intérieur de la surface de discontinuité est occupé par du liquide, il est probable que celui-ci est en état de remous, mais ne participe pas au déplacement général du liquide environnant.

#### Tuyaux d'aspiration du type « épanouissant ».

Le principe que nous venons de voir suggère immédiatement une façon commode de récupérer l'énergie cinétique due à la composante tangentielle de la vitesse de

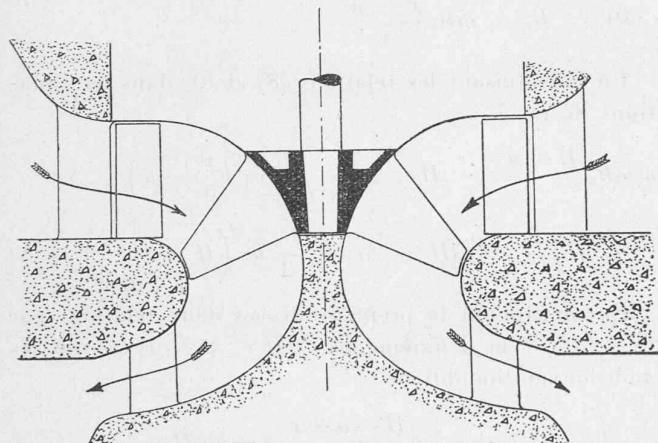


Fig. 6.

l'eau sortant d'une roue-turbine ou d'une roue-pompe. Si le courant est éloigné de l'axe, la vitesse tangentielle diminue inversément à l'augmentation du rayon et la chute-vitesse correspondante décroît inversément au carré de ce rayon. Il suffit donc d'un éloignement de l'axe peu considérable pour transformer en pression une grande partie de la vitesse tangentielle. Ce principe est appliqué dans le tuyau d'aspiration épanouissant.

La disposition de ce genre de tuyau ressort de la fig. 5 qui montre la maquette des tuyaux d'aspiration des turbines de 30 000 HP que le gouvernement américain installe à *Muscle Shoals*, Alabama.

Tout en s'inspirant de ce principe, il convient de ne pas perdre de vue les composantes méridiennes de la vitesse, et il faut en prévoir l'amortissement graduel et sans brusques changements de direction. Tant pour parer aux brusques variations de grandeur et de direction des composantes méridiennes que pour éviter la naissance d'une surface de discontinuité entourant une zone de remous, il est évidemment avantageux de placer un cône, ou noyau central, dans le tuyau d'aspiration, comme c'est le cas dans le tube aspirateur de la fig. 5.

Lorsque le tuyau d'aspiration est relativement court, et que les dispositions générales le permettent, il peut être utile de faire remonter l'extrémité du noyau central jusqu'à la sortie de la roue, ce qui élimine tout courant d'eau dans le voisinage de l'axe, où la tendance au Vortex est grande.

Nous préconisons aussi l'emploi de surfaces de révolution à courbure continue pour tout l'ensemble de la turbine, ce qui évite tout changement brusque de courbure. La fig. 6 montre le schéma d'une turbine réalisant ces conditions.

(*A suivre.*)

## Graphique pour l'obtention rapide des sections de fer minima, dans une poutre en béton armé, soumise à des efforts composés de flexion avec compression ou tension

par E. GARDIOL, ingénieur à Grenoble.

### A. Généralités.

Il est inutile d'insister sur les nombreux cas où l'ingénieur, s'occupant de construction en béton armé, est appelé à calculer des sections soumises à des efforts composés de flexion avec compression ou tension, spécialement depuis l'emploi général des cadres, dans les réservoirs, silos, etc.

Plusieurs auteurs ont déterminé et publié des tables permettant d'obtenir plus ou moins rapidement les sections de fer dans le cas considéré, mais toutes ces tables exigent un tâtonnement pour avoir la section totale de fer minimum. Le graphique page 117 permet de trouver très rapidement et d'une façon très exacte la section minimum d'acier pour une section déterminée. Il permet de se rendre compte visuellement si la section adoptée à priori est exacte, et dans quel sens il faut la modifier pour se trouver dans une proportion convenable des quantités de fer.

D'autre part, comme nous le montrerons dans le chapitre D, ce graphique est absolument général, il est valable pour flexion avec compression ou tension, pour flexion simple, pour compression simple, et dans tous ces cas avec double ou simple armature.

Nous allons considérer, pour plus de clarté, le cas de flexion avec compression dans une section rectangulaire. Nous montrerons au chapitre F les corrections qu'il faut apporter pour une poutre en T.

### B. Pourcentage $\mu_c$ et $\mu_t$ des armatures.

La force excentrée  $N$  de compression se trouve à une distance  $c$  de l'armature comprimée  $\omega_c$  et à une distance  $t$  de l'armature tendue  $\omega_t$ . Nous désignons par  $R_b$  la compression du béton et par  $R_c$  et  $R_t$  les efforts dans les armatures comprimées et tendues.





c) *Flexion simple*. Dans ce cas nous n'avons comme force extérieure que le moment  $M$ .

$$M_c = M_t = M. \quad \text{Il s'en suit que} \quad C_c = C_t.$$

d) *Compression simple*. Il n'y a plus de moment, la force  $N$  agit seule

$$-M_c = +M_t = 0,42HN; \quad -C_c = C_t.$$

#### E. Indications pratiques pour se servir du graphique.

Supposons que l'on ait obtenu par un calcul, dans un cas de flexion avec compression par exemple, soit les valeurs de  $M$  et  $N$ , soit la valeur de  $N$  avec son excentricité, on peut alors déterminer les valeurs de  $C_c$  et  $C_t$  en choisissant une section  $bH$ , et une compression  $R_b$  du béton que l'on ne veut pas dépasser. Il peut alors se présenter plusieurs cas :

1<sup>o</sup> *Armatures minima*. Dans ce cas il suffit de chercher l'intersection de la courbe  $C_c$  avec la courbe « section minimum » pour déterminer la valeur de  $n$ . Les intersections des courbes  $C_c$  et  $C_t$  avec cette verticale donnent sur les horizontales les valeurs de  $\mu_t$  et  $\mu_c$  [à remarquer que  $\mu_t = f(C_t)$  et  $\mu_c = f(C_c)$ ]. Suivant les pourcentages obtenus il est facile de voir s'il est nécessaire de modifier la section choisie et dans quel sens. Connaissant  $\mu_t$  et  $\mu_c$  les sections de fer ont les valeurs :

$$\omega_t = \mu_t \cdot bH; \quad \omega_c = \mu_c \cdot bH;$$

$$R_b = \text{celui choisi}; \quad R_t = nR_b; \quad R_c = rR_t.$$

Une graduation supplémentaire donne pour chaque valeur de  $n$  directement la valeur de  $r$ . De même une graduation indique immédiatement quelle portion du graphique est valable pour  $R_b$  choisi de sorte que la tension dans le fer ne dépasse pas 1200 kg/cm<sup>2</sup>.

Pour  $R_b = 50$  kg/cm<sup>2</sup> par exemple  $n$  doit être plus petit que 24 car  $R_t = nR_b = 24 \cdot 50 = 1.200$  kg/cm<sup>2</sup>.

2<sup>o</sup> *Armatures égales*. Il suffit dans ce cas de chercher l'intersection des 2 courbes  $C_c$  et  $C_t$  ce qui nous donne la valeur de  $n$  et les valeurs de  $\mu_c = \mu_t$ . On peut se rendre compte de suite suivant la distance à laquelle on se trouve de la courbe « section minimum » si l'on est très éloigné de cette dernière valeur ou s'il est préférable de prendre des armatures inégales.

3<sup>o</sup> *Armatures en tension seulement*. Supposons que l'on ne veuille pas mettre d'armature en compression. Pour cela il faut que  $\mu_c = 0$ , il suffit alors de chercher l'intersection de la courbe  $C_t$  avec l'horizontale  $\mu = 0$  ce qui détermine  $n$ .

Il est bien entendu que ces trois cas peuvent s'appliquer dans les cas a, b, c, d décrits précédemment.

Supposons maintenant que l'on veuille déterminer la compression du béton et les tensions dans les armatures connaissant la section de la pièce, les armatures et les efforts extérieurs. On est obligé pour cela de procéder par un petit tâtonnement car  $C_c$  et  $C_t$  sont inconnus,  $R_b$  étant à déterminer.

$$\text{Mais :} \quad \frac{C_t}{C_c} = \frac{M_t}{M_c} = p.$$

Sur l'horizontale  $\mu_t$ , qui est connue, chercher sur la verticale d'un  $n$  quelconque la valeur de  $C_t$ . Faire cette opération pour des valeurs de  $n$  différentes jusqu'à ce que  $C_t = pC_c$ . Connaissant  $n$  on a alors :

$$R_b = \frac{M_c}{bH^2 C_c} = \frac{M_t}{bH^2 C_t}$$

et par suite  $R_t = nR_b$ ,  $R_c = rR_t$ .

Pour des armatures symétriques le tâtonnement est plus rapide car  $\mu_c = \mu_t$  se trouvent sur une même horizontale.

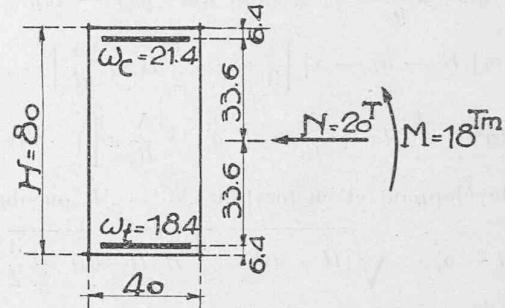


Fig. 3.

Pour illustrer cet exposé nous allons donner quelques exemples.

#### a) Flexion et compression.

$$M_c = 18^T - 0,336 \cdot 20^T = 11^T,28$$

$$M_t = 18^T + 0,336 \cdot 20^T = 24,72$$

En choisissant  $R_b = 45$  kg/cm<sup>2</sup>:

$$C_c = \frac{1.428.000}{40 \cdot 80^2 \cdot 45} = 0,0978$$

$$C_t = \frac{2.472.000}{40 \cdot 80^2 \cdot 45} = 0,2142$$

1<sup>o</sup> *Section minimum*. Le graphique nous donne  $n = 22$ .

$$\mu_t = 0,575 \% \quad \mu_c = 0,67 \%$$

$$\omega_t = 0,575 \% \cdot 40 \cdot 80 = 18,4 \text{ cm}^2$$

$$\omega_c = 0,670 \% \cdot 40 \cdot 80 = \underline{21,4 \text{ "}}$$

$$\text{total} = 39,8 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} R_b &= 45 \\ R_t &= 22 \cdot 45 = 990 \\ R_c &= 0,54 \cdot 990 = 553 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} &= 45 \\ &= 990 \\ &= 553 \end{aligned} \right\} \text{kg/cm}^2$$

Une vérification exacte de cette section nous donnerait les valeurs suivantes des efforts :

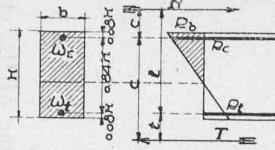
$$R_b = 44,8 \text{ kg/cm}^2 \quad R_c = 526 \text{ kg/cm}^2 \quad R_t = 987 \text{ kg/cm}^2$$

2<sup>o</sup> *Armatures égales*. L'intersection des courbes  $C_c = 0,0978$  et  $C_t = 0,2142$  nous donne :  $n = 21$ ;  $\mu_c = \mu_t = 0,63 \%$ ;  $\omega_c = \omega_t = 63 \% \cdot 40 \cdot 80 = 20,4 \text{ cm}^2$ ; total =  $2 \cdot 20,4 = 40,2 \text{ cm}^2$ .

On voit que dans ce cas l'armature symétrique serait tout aussi économique que l'armature minimum, la différence étant très faible :  $40,2 - 39,8 = 0,4 \text{ cm}^2$ .

**FLEXION AVEC COMPRESSION OU TENSION.—FLEXION SIMPLE (double armot)**

$$\frac{E_a}{E_b} = m = 15.$$



$$W_c = M_c b t \quad M_c = f/(C_t)$$

$$W_t = M_t b t \quad M_t = f/(C_c)$$

$$n = \frac{P_t}{P_b}$$

Flexion et compression  $M_c = N \times C$

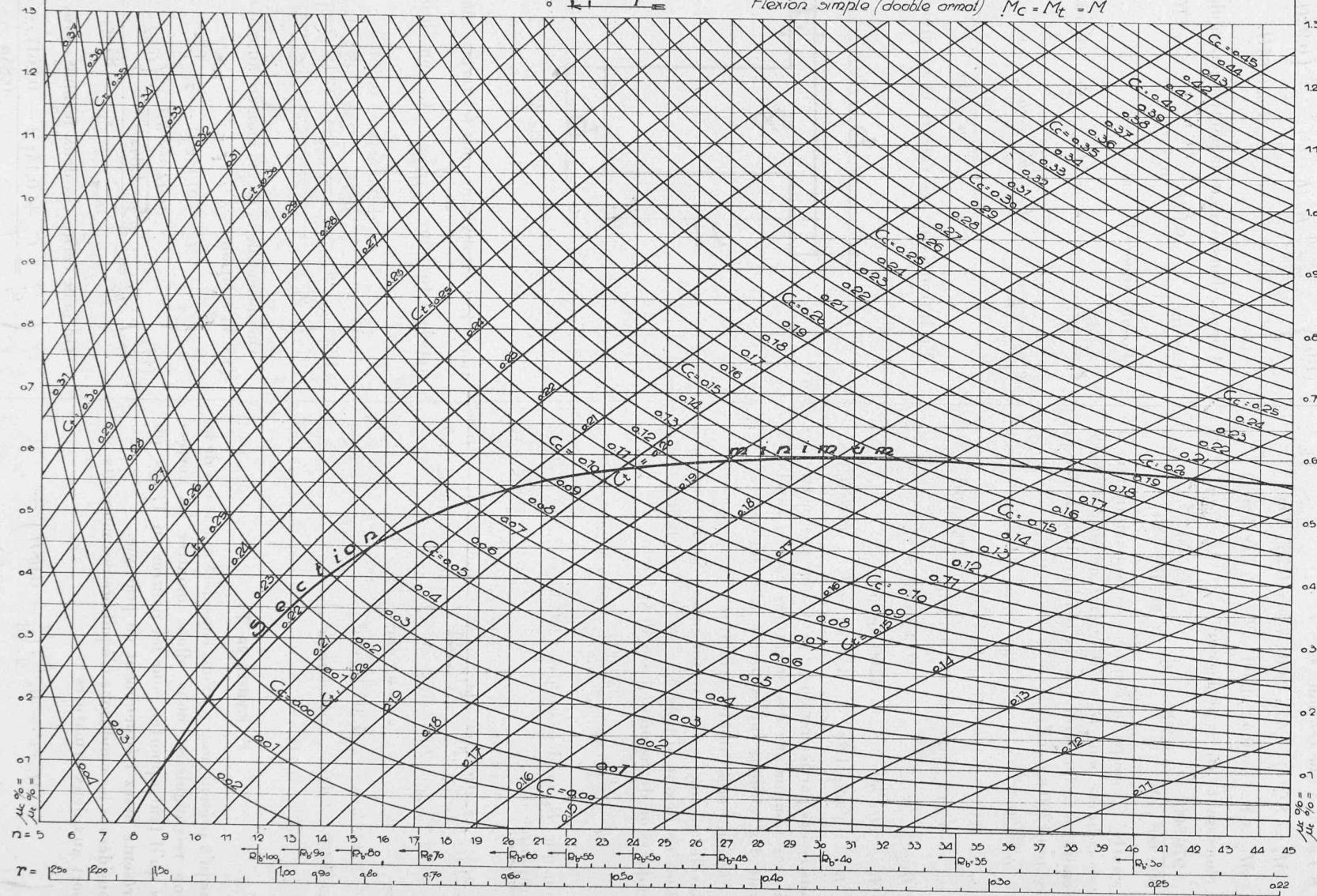
Flexion et tension  $M_c = T \times C$

Flexion simple (double armot)  $M_c = M_t = M$

$$C_c = b \frac{M_c}{H^2 R_b} \quad C_t = r \frac{M_t}{H^2 R_b}$$

$$R_t = r R_b$$

$$R_c = r R_t$$



b) *Flexion et tension.* Considérons une section rectangulaire 60 . 30 soumise à un moment fléchissant de  $M = 8 \text{ Tm}$  et à une tension  $T = 7^t$ .

$$M_c = 8^{Tm} + 0,42 \cdot 0,60 \cdot 7^t = 9765 \text{ Tm}$$

$$M_t = 8 - 0,42 \cdot 0,60 \cdot 7^t = 6235 \text{ Tm}$$

En choisissant  $R_b = 40 \text{ kg/cm}^2$

$$C_c = \frac{976500}{30 \cdot 60^2 \cdot 40} = 0,226 \quad C_t = \frac{623500}{30 \cdot 60^2 \cdot 40} = 0,144.$$

La courbe  $C_c$  coupe la courbe « section minimum » à droite de la limite pour  $R_b = 40 \text{ kg/cm}^2$ , on est donc forcé de prendre  $n = 30$  pour que la tension dans le fer ne dépasse pas  $1200 \text{ kg/cm}^2$

$$n = 30 \quad \mu_t = 0,91 \% \quad \mu_c = 0,2 \%$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega_t = 0,91 \% \cdot 60 \cdot 30 = 16,4 \text{ cm}^2 \\ \omega_c = 0,20 \% \cdot 60 \cdot 30 = 3,6 \text{ cm}^2 \end{array} \right\} 20,0 \text{ cm}^2$$

$$R_b = 40 \text{ kg/cm}^2$$

$$R_t = 30 \cdot 40 = 1200 \text{ kg/cm}^2$$

$$R_c = 0,368 \cdot 1200 = 442 \text{ kg/cm}^2 \quad r = 0,368.$$

Dans ce cas particulier on ne peut donc pas mettre des armatures minima, ni des armatures égales, car l'acier subirait des tensions supérieures à  $1200 \text{ kg/cm}^2$ .

c) *Flexion simple (double armature).*

Considérons une section rectangulaire 40.20 soumise à un effort de flexion simple  $M = 3T,2$ . Il ne faut pas que la compression du béton dépasse  $45 \text{ kg/cm}^2$ .

$$C_c = C_t = \frac{320000}{20 \cdot 40^2 \cdot 45} = 0,222.$$

Pour que  $R_t$  ne dépasse pas  $1200 \text{ kg/cm}^2$ ,  $n = 26,6$ . Le graphique donne

$$\left. \begin{array}{l} \mu_t = 1,02 \% \quad \mu_c = 0,92 \% \\ \omega_t = 1,02 \% \cdot 40 \cdot 20 = 8,17 \text{ cm}^2 \\ \omega_c = 0,92 \% \cdot 40 \cdot 20 = 7,35 \text{ cm}^2 \end{array} \right\} \text{total} = 15,52 \text{ cm}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} R_b = 45 \text{ kg/cm}^2 \\ R_t = 26,6 \cdot 45 = 1200 \text{ kg/cm}^2 \\ R_c = 0,425 \cdot 1200 = 510 \text{ kg/cm}^2 \end{array} \right\}$$

$$r = 0,425.$$

#### F. Poutres en T.

Jusqu'à présent nous n'avons considéré que le cas de la section rectangulaire, nous allons montrer les corrections qu'il faut apporter pour les poutres en T, cas qui se présente assez fréquemment en pratique.

Considérons les conditions d'équilibre des moments par rapport aux deux armatures :

$$\left(14\right) \left. \begin{array}{l} M_c = -R_b \frac{bx}{2} \left( \frac{x}{3} - 0,08H \right) + \\ + \frac{x-d}{x} R_b (b-b') \frac{x-d}{2} \left( \frac{2d+x}{3} - 0,08H \right) + \\ + R_t \omega_t 0,84H \end{array} \right.$$

$$(15) \left. \begin{array}{l} M_t = R_b \frac{bx}{2} \left( 0,92H \frac{x}{3} \right) - \\ - \frac{x-d}{x} R_b (b-b') \frac{x-d}{2} \left( 0,92H - \frac{2d+x}{3} \right) + \\ + R_c \omega_c 0,84H. \end{array} \right.$$

Comme dans le cas de la poutre rectangulaire nous avons toujours  $x = 0,92H \frac{m}{n+m}$   $\omega_t = \mu_t' bH$   $\omega_c = \mu_c' bH$ .

Posons encore les valeurs :

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{d}{H} \quad d = kH \quad k \text{ est toujours} < 1 \\ \varphi = \frac{b-b'}{b} \quad b-b' = \varphi b \quad \varphi \rightarrow \varphi < 1 \\ z = \frac{m}{n+m}. \end{array} \right.$$

En introduisant ces valeurs et notations dans l'équa-

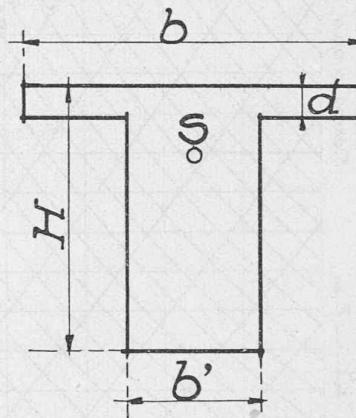


Fig. 4.

tion 14 et en divisant tous les termes par  $bH^2R_b$  et en appelant toujours  $\frac{M_c}{bH^2R_b} = C_c$  on obtient :

$$(16) \left. \begin{array}{l} C_c + 0,14z(z - 0,261) - \\ - \frac{(0,92z - k)^2}{1,84z} \varphi \left( \frac{2k + 0,922}{3} - 0,08 \right) \\ \mu_t' = \frac{C_c + 0,14z(z - 0,261) -}{0,84n} \end{array} \right.$$

On obtient de la même manière au moyen de l'équation (15) la relation :

$$(17) \left. \begin{array}{l} C_t - 0,14z(3 - z) + \\ + \frac{(0,92 - k)^2}{1,84z} \varphi \left( 0,92 - \frac{2k + 0,92z}{3} \right) \\ \mu_c' = \frac{C_t - 0,14z(3 - z) +}{0,84nr} \end{array} \right.$$

On peut écrire ces deux formules sous la forme :

$$(18) \left. \begin{array}{l} \mu_t' = \frac{C_c + 0,14z(z - 0,261) - \alpha(\beta - 0,08)}{0,84n} \\ \mu_c' = \frac{C_t - 0,14z(3 - z) + \alpha(0,92 - \beta)}{0,84nr} \end{array} \right.$$

Formules dans lesquelles :

$$z = \frac{m}{n+m} \quad \alpha = \frac{(0,92z - \frac{d}{H})^2}{1,84z} \frac{b-b'}{b} \quad \beta = \frac{\frac{d}{H} + 0,46z}{1,5}$$

Ces formules peuvent encore s'écrire :

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu_t' = \mu_t - \mu_t'' \quad (\mu_t \text{ et } \mu_c \text{ étant les pour-} \\ \mu_c' = \mu_c + \mu_c'' \quad \text{centages pour une sec-} \end{array} \right. \text{tion rectangulaire } bH \quad \text{et}$$

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu_t'' = \frac{\alpha(\beta - 0,08)}{0,84n} \\ \mu_c'' = \frac{\alpha(0,92 - \beta)}{0,84nr} \end{array} \right.$$

On voit donc par ces formules (19) que les pourcentages d'une poutre en T s'obtiennent en retranchant ou en ajoutant aux pourcentages d'une poutre rectangulaire  $bH$  les valeurs  $\mu_t''$  et  $\mu_c''$ .

Ces valeurs  $\mu_t''$  et  $\mu_c''$  ne dépendent pas des charges extérieures agissantes mais uniquement de  $n$ ,  $\frac{d}{H}$  et  $\frac{b-b'}{b}$ .

Le pourcentage tendu d'une poutre en T sera toujours

plus petit et le % comprimé plus grand que celui de la poutre rectangulaire correspondante.

Pratiquement, pour calculer une poutre en T, on considère la poutre rectangulaire  $bH$  correspondante et on détermine au moyen du graphique la valeur de  $n$  pour la « section minimum » et on ajoute au % obtenu les valeurs de  $\mu_t''$  et  $\mu_c''$  déterminées par les formules (20).

Sachant que le % comprimé est augmenté on choisira la section rectangulaire de façon que ce % soit petit, et même il sera quelquefois nécessaire de le prendre négatif.

La valeur de  $n$  pour « section minimum » est à peu près la même pour la section en T que pour la section rectangulaire, du moins au point de vue pratique cela suffit amplement.

Il faut cependant noter que pour une section en T les forces  $N$  ou  $T$  n'agissent plus au milieu de la section mais au centre de gravité  $S$  de cette dernière, par conséquent les formules des pages 8 et 9 ne sont plus valables.

Pour faciliter le calcul des sections en T nous donnons ci-dessous un petit tableau des valeurs  $\frac{\mu_t''}{\varphi}$  et  $\frac{\mu_c''}{\varphi}$  en fonction de  $n$  et de  $k$ .

$$\left( \text{Chiffre supérieur} = \frac{\mu_t''}{\varphi}; \quad \text{chiffre inférieur} = \frac{\mu_c''}{\varphi}; \quad \varphi = \frac{b-b'}{b}; \quad k = \frac{d}{H}. \right)$$

$n =$	$k =$													
	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	
5	1,300	1,300	1,300	1,290	1,270	1,255	1,240	1,170	1,130	1,080	1,026	0,972	0,916	
	1,675	1,538	1,408	1,285	1,169	1,060	0,961	0,868	0,778	0,694	0,618	0,548	0,484	
10	0,374	0,377	0,373	0,368	0,358	0,348	0,334	0,317	0,296	0,277	0,255	0,232	0,206	
	1,410	1,275	1,142	1,022	0,918	0,810	0,717	0,630	0,542	0,471	0,403	0,341	0,284	
15	0,157	0,156	0,156	0,153	0,147	0,140	0,131	0,121	0,109	0,097	0,085	0,073	0,060	
	1,210	1,078	0,945	0,829	0,720	0,618	0,530	0,446	0,372	0,306	0,247	0,196	0,151	
20	0,076	0,077	0,077	0,074	0,071	0,066	0,059	0,052	0,045	0,038	0,030	0,023	0,017	
	1,042	0,907	0,780	0,670	0,562	0,468	0,383	0,309	0,244	0,187	0,138	0,098	0,065	
25	0,042	0,043	0,042	0,040	0,037	0,033	0,029	0,024	0,019	0,015	0,010	0,006	0,003	
	0,928	0,790	0,660	0,549	0,445	0,358	0,279	0,211	0,154	0,106	0,068	0,039	0,018	
30	0,024	0,025	0,024	0,023	0,021	0,018	0,015	0,011	0,008	0,005	0,003	0,001	—	
	0,821	0,680	0,560	0,445	0,350	0,264	0,193	0,171	0,087	0,050	0,024	0,007	—	
35	0,015	0,015	0,015	0,014	0,012	0,010	0,008	0,005	0,003	0,001	—	—	—	
	0,740	0,598	0,475	0,365	0,273	0,322	0,131	0,081	0,044	0,017	0,003	—	—	
40	0,009	0,009	0,009	0,008	0,007	0,005	0,003	0,002	0,001	—	—	—	—	
	0,670	0,531	0,405	0,300	0,212	0,140	0,083	0,042	0,015	—	—	—	—	
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
	0,618	0,472	0,346	0,244	0,161	0,095	0,048	0,016	0,002	—	—	—	—	