

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 47 (1921)
Heft: 2

Artikel: La théorie de la relativité
Autor: Guillaume, Edouard
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-36574>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN TECHNIQUE DE LA SUISSE ROMANDE

Réd. : D^r H. DEMIERRE, ing.

Paraissant tous les 15 jours

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

SOMMAIRE : *La Théorie de la Relativité*, par M. Edouard Guillaume, docteur ès sciences (suite et fin). — *Concours d'idées pour l'aménagement du terrain des Asters et de ses abords, à Genève* (suite). — *Congrès de la normalisation, à Lausanne* (suite). — *DIVERS : Les sociétés financières suisses de l'industrie électrique*. — *Résultats obtenus en 1919 sur les réseaux des cinq compagnies principales des chemins de fer français*. — *Le canal latéral au Rhin, de Strasbourg à Bâle*. — *SOCIÉTÉS : Société genevoise des Ingénieurs et des Architectes*. — *BIBLIOGRAPHIE*. — *Calendrier des Concours*. — *Avis*.

La Théorie de la Relativité

Résumé des conférences faites à l'Université de Lausanne
par M. EDOUARD GUILLAUME, docteur ès sciences.

(Suite et fin.)¹

III. La Gravitation.

La *T. R.* restreinte n'envisage que des mouvements uniformes de systèmes galiléens. Si donc on veut la généraliser, il faudra considérer des systèmes en mouvement varié. Mais alors, les relations (1) ou (7), qui sont *linéaires* ne suffiront plus. Par exemple, une pierre abandonnée sans vitesse tombe en parcourant des espaces proportionnels aux *carrés* des temps. Il faudrait donc trouver des substitutions de *degré* quelconque du temps et des coordonnées, telles que les lois physiques conservent la même structure formelle — soient *covariantes* — comme c'est le cas avec la transformation de Lorentz, appliquée, par exemple, aux expressions (6') ou (8) et (9). Mais cela est-il possible ? Aujourd'hui, on peut répondre non : il n'existe pas de substitutions finies jouissant de ces propriétés. Comment, dès lors, faire la généralisation ? Reprenons les relations (6'), dans lesquelles nous substituerons des différentielles aux quantités finies et posons

$$dx = dX_1; \quad dy = dX_2; \quad dz = dX_3; \quad du = i dX_4;$$

l'une ou l'autre des relations (6') donnera :

$$(30) \quad ds^2 = dX_1^2 + dX_2^2 + dX_3^2 + dX_4^2$$

et l'on voit qu'elle a la forme du carré de l'élément de ligne dans un espace *fictif* à quatre dimensions. Ainsi, mathématiquement, la transformation de Lorentz n'est pas autre chose que le changement *linéaire* de coordonnées *cartésiennes* qui laisse l'élément de ligne inaltéré dans un espace à *quatre* dimensions. Or, il y a un moyen immédiat de généraliser : c'est de former tous les systèmes de coordonnées *curvilignes* qui laissent le même élément *ds* inaltéré. Chaque système curviligne représentera un système de référence jouissant de propriétés physiques déterminées, et Einstein eut l'idée d'admettre qu'un tel système non seulement pouvait représenter un état de mouvement varié (accéléré) quelconque, mais aussi un *champ de gravitation*. A cet effet, il posa le *principe de l'équivalence de l'accélération et de la gravitation*. Les faits sur les-

quels se base ce principe sont d'ailleurs bien connus. Un corps est-il soumis au champ terrestre, par exemple ? Laissons-le tomber librement, et les effets du champ disparaissent. Réciproquement, communiquons à un corps une accélération, et nous produisons le même résultat que si nous faisions agir sur lui un champ gravifique. Ainsi donc un champ de gravitation et un état de mouvement accéléré convenablement choisi sont indiscernables quant à leurs effets physiques ; il y a parfaite équivalence, et Einstein ne fait qu'ériger en principe universel cette vérité déjà connue des mécaniciens dans une foule de cas particuliers.

Si nous désignons par x_1, x_2, x_3, x_4 les coordonnées d'un système curviligne, nous devrons donc avoir dans le cas le plus général :

$$(31) \quad ds^2 = g_{11}dx_1^2 + \dots + 2g_{12}dx_1dx_2 + \dots + g_{44}dx_4^2$$

où les g_{ik} sont des fonctions des coordonnées.²

Essayons de quitter l'abstraction mathématique pour voir si ce qui précède admet une signification physique. En égalant à zéro l'expression (30), on tombe sur une relation analogue à celle qui représentait la sphère lumineuse Σ_2 ; nous pouvons donc admettre que (30) égalée à zéro est l'équation d'une sphère infiniment petite autour d'un centre d'ébranlement. Or, la relation (31), égalée à zéro, représentera, en coordonnées curvilignes, cette même sphère élémentaire. Faisons appel à la notion de relativité et admettons que x_1, x_2, x_3 expriment des coordonnées cartésiennes ordinaires. Alors la relation (31) égalée à zéro ne sera pas autre chose que l'équation d'une *quadrique* élémentaire, en général, un *ellipsoïde*. C'est là l'effet du mouvement accéléré ou de la gravitation sur la lumière, ce qui ne saurait trop nous étonner, car nous avons déjà vu qu'un centre en mouvement émettait une onde elliptique. Il en résulte nécessairement que la vitesse de la lumière d'un centre en mouvement accéléré ou soumis à la gravitation ne peut être la même dans toutes les directions.

Les considérations précédentes sont extrêmement intéressantes. Lorsque nous étudions un objet, tout ce que nous pouvons faire c'est de déterminer ses relations avec les instruments que, par convention, nous prenons comme instruments de mesure. Si ces relations sont altérées, nous pourrons toujours choisir entre deux alternatives : ou bien l'objet est resté intact et les instruments avec le

¹ Voir *Bulletin technique* du 8 janvier 1921, page 301.

système de référence se sont modifiés, ou bien ceux-ci sont inaltérés et c'est l'objet qui a changé de forme. Ici, les relations de l'espace (nous entendons par là les relations entre les objets et les instruments de mesure) sont données par la *lumière*, plus généralement l'énergie rayonnante, et nous pouvons dire que ces relations sont « elliptiques », soit que nous admettons qu'un centre produit une onde sphérique rapportée à un système de référence déformé, soit que nous ad-

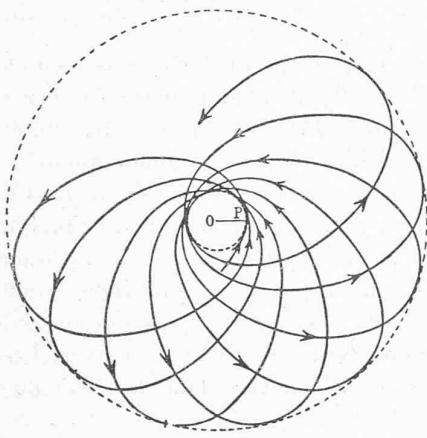


Fig. 7.

Cette figure est extraite de l'ouvrage *Atombau und Spektrallinien* de M. Sommerfeld. Le point O est le foyer (Soleil) des ellipses et le point P une des positions du périhélie qui tourne sur le cercle en quelque 3 millions d'années. La figure est donc très exagérée. Mercure opère sa révolution en 87 j. 969.

mettions qu'il produit une onde elliptique rapportée à un système de référence que nous considérons comme régulier.

Qu'allons-nous faire des prémisses posées, et, en particulier, comment allons-nous trouver les équations du mouvement ? Ici encore, ce sont les mathématiciens qui vont nous tirer d'embarras. On sait qu'en Mécanique, un point libre se meut en ligne droite, ce que l'on exprime en écrivant que l'intégrale $\int ds$ doit être un minimum ou que sa variation est nulle :

$$(32) \quad \delta \int ds = 0.$$

Lorsqu'il y a des forces qui agissent sur le point, on a généralisé cette propriété en introduisant des espaces fictifs à plusieurs dimensions, et les équations du mouvement s'obtiennent en cherchant les « droites » de ces espaces, c'est-à-dire leurs géodésiques. Semblablement, on trouve les équations du mouvement dans la *T. R.* en déterminant les géodésiques de l'espace fictif à quatre dimensions ayant le ds de la relation (31) comme élément linéaire.

C'est de cette manière et avec quelques autres considérations complémentaires qu'Einstein est arrivé à calculer d'une façon approchée les coefficients g de la forme quadratique (31) dans le cas du champ solaire. Plus tard,

Schwarzschild a indiqué la formule rigoureuse suivante :

$$(33) \quad \left\{ \begin{array}{l} ds^2 = \left(1 - \frac{2\mu m}{r}\right) du^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 - \\ \qquad \qquad \qquad - \frac{2\mu m}{r^2(r - 2\mu m)} (xdx + ydy + zdz)^2 \end{array} \right.$$

où m est la masse attirante (Soleil) exprimée en grammes et μ un facteur numérique :

$$(34) \quad 8\pi\mu = 1.87 \cdot 10^{-27} \text{ cm/gr.}$$

On voit que les axes Ox , Oy , Oz jouent tous le même rôle : les phénomènes doivent être symétriques autour de l'origine O .

Si l'on cherche le mouvement d'un point autour du centre attractif en utilisant (32) et (33), on parvient à un résultat remarquable, d'une simplicité inattendue. On trouve que *tout se passe comme si* ce point était soumis à l'action d'une force centrale composée de deux termes : le premier conforme à la loi de Newton, en raison inverse du carré de la distance au centre attractif, le second, en raison inverse de la quatrième puissance de cette distance. On sait que, dans le mouvement planétaire, l'équation des forces vives en coordonnées polaires donne :

$$(35) \quad -\frac{2\mu m}{r} + \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = h.$$

La forme (33) conduit par contre à la relation :

$$(36) \quad -\frac{2\mu m}{r} + \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r(r - 2\mu m) \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = h.$$

On voit qu'elle ne diffère de la précédente que par le facteur $\left(1 - \frac{2\mu m}{r}\right)$ au troisième terme. Si l'on introduit la constante des aires :

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = b,$$

les relations (35) et (36) deviennent respectivement :

$$(35') \quad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{2\mu m}{r} + \left(h - \frac{b^2}{r^2}\right)$$

$$(36') \quad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{2\mu m}{r} + \frac{2\mu m b^2}{r^3} + \left(h - \frac{b^2}{r^2}\right)$$

et l'on constate que tout se passe comme si, au potentiel en $1:r$ venait s'ajouter un potentiel en $1:r^3$. Cette relation conduit à une trajectoire elliptique, dont le périhélie a tourné autour du centre attractif de l'angle

$$(37) \quad \varepsilon = \frac{6\pi\mu m}{a(1 - e^2)}$$

(e = excentricité ; a = demi grand axe) après chaque révolution de la planète, et dans le sens du mouvement de celle-ci (Fig. 7). Dans le cas de Mercure, on trouve $43''$ par siècle, soit exactement le chiffre indiqué par Le Verrier. Pour les autres planètes, le mouvement du périhélie est insignifiant et n'a pu être vérifié avec certitude. L'expression (37) a été donnée pour la première fois par le physicien allemand Gerber.

Si intéressant que soit en lui-même ce résultat d'Einstein, il n'acquiert toute son importance que lorsqu'on se souvient qu'il dérive de la forme quadratique (33) et se trouve ainsi rattaché à la propagation de la lumière. Ce sera l'immortel mérite d'Einstein d'avoir su jeter un pont entre les phénomènes de gravitation et les phénomènes lumineux. Pour voir comment la lumière se comporte dans un espace soumis à l'action d'une masse attirante, il suffit d'annuler (33). Plaçons-nous, par exemple, au point P sur l'axe des x , à la distance r de l'origine : ($x = r$, $y = 0$, $z = 0$) et posons :

$$\frac{du}{dt} = c_0; \quad \frac{dx}{dt} = c_x; \quad \frac{dy}{dt} = c_y; \quad \frac{dz}{dt} = c_z.$$

La vitesse de la lumière dans une direction quelconque sera donnée par le rayon vecteur joignant le point P à l'ellipsoïde :

$$\frac{c_x^2}{c_0^2 \left(1 - \frac{2\mu m}{r}\right)^2} + \frac{c_y^2 + c_z^2}{c_0^2 \left(1 - \frac{2\mu m}{r}\right)} = 1.$$

On remarquera qu'ici, l'ébranlement n'est pas au foyer, mais au centre P de l'ellipsoïde. Ce dernier est de révolution autour de Ox , c'est-à-dire autour de toute droite passant par le centre attractif. L'espace n'est donc pas isotrope pour la propagation lumineuse, et l'on peut démontrer qu'un rayon qui passe près de la surface solaire doit y tomber quelque peu : il est *pesant*, mais son « poids » n'est pas newtonien, il est « einsténien ». Supposons d'abord qu'il soit newtonien¹. Si le rayon lumineux rasait la surface de la Terre, il tomberait pendant la première seconde de 4^m, 90. Sur le Soleil, il tomberait de 135 m. Mais pendant une seconde, une portion quelconque du rayon couvre la distance de 300 000 000 m, donc sur 300 000 000 m, la déviation transversale n'est que de 135 m, ce qui est très peu. Pour faire le calcul, il faut se souvenir qu'une particule tombant de l'infini sur le Soleil décrit une parabole ayant celui-ci comme foyer. Si la particule tombe sur le Soleil avec une vitesse supérieure à celle qu'acquiert une particule en tombant de l'infini, la courbe qu'elle décrira ne sera plus une parabole, mais une hyperbole. Ce cas doit être celui de la lumière, dont la vitesse de propagation est nécessairement supérieure à celle de tous les corps célestes. Imaginons donc qu'une étoile (Fig. 8) nous envoie un rayon lumineux rasant le bord du Soleil. Le chemin que suivra le rayon lumineux attiré par le Soleil sera une branche d'hyperbole et l'angle des asymptotes de l'hyperbole donnera l'angle de déviation Δ . L'étoile doit apparaître plus éloignée du bord du Soleil qu'elle ne l'est ; elle nous semblera comme repoussée par celui-ci. La déviation Δ est d'ailleurs très faible et l'on trouve 0", 87 dans l'hypothèse newtonienne. D'après les calculs d'Einstein, basés sur (33), les résultats sont différents ; la déviation doit être inversément proportion-

nelle à la distance r du rayon lumineux au centre du Soleil et s'exprime par la formule

$$\Delta = 1'' 75 \frac{R}{r},$$

R étant le rayon solaire, de sorte que la déviation doit être exactement de 1" 75 pour un rayon rasant ; elle est donc le double de celle que donne la loi de Newton.

Les observations faites à l'île du Prince (golfe de Guinée) et à Sobral (Brésil) par deux missions anglaises lors de l'éclipse de Soleil du 29 mai 1919 confirment d'une façon remarquable la formule ci-dessus d'Einstein. Pendant l'éclipse on a pu photographier le ciel autour du Soleil et repérer sur les plaques les traces des étoiles environnantes.

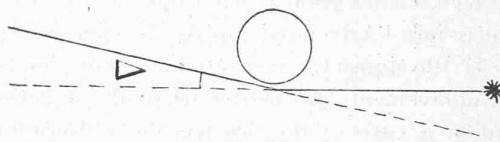


Fig. 8.

En comparant à un photogramme pris de nuit, on constata que ces traces semblaient repoussées par le Soleil de $(1'', 6 \pm 0'', 38) \frac{R}{r}$, ce qui correspond exactement au résultat d'Einstein, dans la limite des erreurs d'observation.

C'est certainement là une des plus belles découvertes de notre époque. Mais n'est-il pas curieux de penser que Newton s'était déjà demandé si la lumière était pesante, — ce qui paraît naturel dans la théorie de l'émission proposée par l'illustre astronome — et qu'on ait dû attendre plus de deux siècles pour entreprendre des observations comme celles du 29 mai 1919 ?

Arrivé au terme de notre court exposé, essayons de jeter un coup d'œil d'ensemble et de résumer les résultats acquis. Nous commencerons par constater le rôle fondamental que joue la propagation de la lumière dans le vide, plus généralement de l'énergie rayonnante. Ce rôle fondamental provient du fait que nous nous servons de la lumière comme horloge-mère, comme horloge régulatrice. Dans ses célèbres *Principes de Philosophie naturelle*, Newton avait eu soin de distinguer entre le temps absolu, dont nous avons l'intuition, et le temps physique, marqué par notre régulateur central : la Terre. Et il avait déjà émis l'opinion que le temps ainsi marqué pouvait ne pas être tout à fait exact et qu'il y aurait lieu d'y apporter des corrections.

Or, si l'on s'en était tenu aux phénomènes purement mécaniques, il eût fallu des millénaires pour constater que la rotation de la Terre n'est pas rigoureusement uniforme. Quelles peuvent être les causes qui agissent sur la rotation terrestre ? On sait depuis longtemps déjà que les mers, déplacées par l'attraction luni-solaire qui crée les marées, agissent comme d'énormes sabots sur notre globe et le freinent, c'est-à-dire ralentissent la rotation.

¹ Les renseignements qui suivent sont empruntés au rapport que M. de la Baume Pluvinal a fait à la Société Astronomique de France en décembre 1919.

Toutefois, ce phénomène est d'une nature étrangère aux phénomènes électro-mécaniques que nous étudions ; il appartient aux phénomènes irréversibles de la Thermodynamique, alors que ceux qui nous intéressent sont essentiellement réversibles. Mais nous savons que la Terre reçoit continuellement de l'énergie rayonnante du Soleil et des autres astres, et en émet elle-même dans l'espace. Or, ces apports et ces émissions d'énergie changent la masse de la Terre, puisque l'énergie elle-même est douée de masse. Il en résulte que le moment d'inertie de notre globe ne peut être constant et que sa vitesse angulaire autour de l'axe du monde varie. Ces variations sont cependant si minimes qu'elles ne sauraient entrer en ligne de compte et que l'homme ne les aurait jamais connues s'il n'avait eu d'autres phénomènes pour l'en avertir.

Aussi bien, un des grands faits à signaler c'est que, pour la première fois, l'Astronomie, mère des sciences, est éclipsée par la Physique. C'est en étudiant dans les tubes à vide les mouvements des petites particules appelées *électrons* qu'on a entrevu que les lois de la Mécanique ne devaient pas avoir une portée universelle. Dans ses célèbres expériences de 1901, le physicien allemand Kaufmann mit hors de doute le fait que l'inertie des électrons croît avec la vitesse, et il put le faire parce qu'il réalisait des vitesses voisines de celles de la lumière, c'est-à-dire infiniment plus grandes que celles des corps célestes. N'est-il pas merveilleux de constater que c'est en étudiant le mouvement de ces particules dans un tube que l'homme est arrivé à prévoir l'anomalie présentée par la planète Mercure ? C'est là un fait grandiose, sur lequel on ne saurait trop insister et qui prouve d'une façon frappante l'unité des lois qui règnent sur la Nature.

Ces lentes et patientes recherches de laboratoires nous ont donc conduits à un fait inattendu : elles nous ont montré que nous ne pouvions conserver notre horloge et que nous devions opérer une révolution analogue à celle que fit Copernic pour l'espace. Copernic a montré que nous devions être modestes et que nous ne pouvions continuer à admettre que la Terre était le centre de l'Univers, autour duquel les astres effectuaient leurs rondes. Eh bien, les physiciens nous apprennent aujourd'hui que la Terre ne peut prétendre donner l'heure à tout l'Univers, et cette pensée nous semble raisonnable. Ni la rotation du Soleil, ni celle d'aucun astre n'a l'honneur d'être l'horloge suprême. C'est à l'énergie rayonnante dans le vide qu'incombe cette tâche, et nous pouvons espérer que cette horloge est la bonne, car elle est indépendante du lieu d'observation. Nous avons la conviction que la lumière se propage toujours de la même façon, dans le vide, loin de toute masse matérielle, dans quelque coin de l'Univers qu'on aille. Sa vitesse est certainement la même dans le voisinage de notre Terre, et dans les environs des nébuleuses distantes de milliards d'années de lumière.

Ainsi, la question du temps physique semble définitivement résolue.

Reste celle de la constitution de l'espace, particulièrement du « vide » interplanétaire, ce que les physiciens

appelaient l'« éther » et dans lequel se propagent les rayons lumineux. Nous avons vu tout à l'heure que seules les vitesses apparentes des corps étaient accessibles à l'observation, et que les vitesses *vraies* nous échappaient encore. Comment la matière, l'énergie se meuvent-elles réellement ? C'est là la grosse question qui se dresse devant nous, et qui exigera toute la sagacité des chercheurs.

NOTE

C'est Henri Poincaré — à propos de l'expérience de Michelson et Morley — qui, le premier, a fait remarquer la dualité des deux alternatives suivantes : admettre que la vitesse de la lumière est constante, mais que les corps se « contractent » ou bien admettre que les corps restent inaltérés mais que la vitesse de la lumière est plus grande dans la direction du mouvement que dans la direction perpendiculaire. (*Science et Méthode*, p. 100). L'illustre géomètre est aussi le premier qui ait considéré des ellipsoïdes analogues à celui de la figure 3. Il utilisait l'image de l'éther ; une source y produit, par hypothèse, des ondes sphériques, qui, pour un observateur en mouvement, apparaissent comme des ellipsoïdes. « L'excentricité de tous ces ellipsoïdes est la même et dépend seulement de la vitesse (v) de la Terre. Nous choisirons la loi de contraction, de façon que la source soit au foyer de la section méridienne de l'ellipsoïde » (loc. cit. p. 239). C'est exactement ce que nous avons trouvé.

La relativité nous oblige à abandonner l'hypothèse d'un fluide unique et immobile, l'éther. On peut dire que chacun des milieux continus M à l'aide desquels nous avons concrétisé les systèmes de référence S , constitue une sorte d'éther ; chaque système aurait donc son éther. La grosse difficulté est de savoir comment la lumière se meut. Ainsi que le fait remarquer Walther Ritz, « selon les signes sensibles par lesquels on définit l'identité d'une particule d'un corps continu avec elle-même pendant le mouvement, celui-ci sera dit « mouvement réel » ou « mouvement de propagation ». Ces signes sensibles faisant défaut pour la lumière, on ne voit aucune différence réelle de sens entre ces énoncés : « la lumière est projetée » et « la lumière se propage ». Il n'y a qu'une différence de langage, ou, ce qui revient au même, une différence dans l'image sensible que nous évoquons pour nous rendre compte de nos sensations. Les conséquences que nous tirons de ces images sont seules différentes, et c'est leur simplicité qui déterminera le choix. » (*Oeuvre*, p. 371).

Concours d'idées pour l'aménagement du terrain des Asters et de ses abords, à Genève.

(Suite.)¹

III. N° 9. *Pour tous.* — La Mairie et Salle communale sont convenablement groupées en un bloc d'équerre dont l'angle est formé par une jolie place publique carrée, d'une importance adaptée aux besoins. Aucun carrefour proprement dit n'est proposé au croisement des artères principales, mais la place créée en dehors du mouvement est bien comprise et met en évidence les éléments essentiels de la composition. L'espace libre d'un seul tenant est assez vaste ; une partie en est

¹ Voir *Bulletin technique* du 8 janvier 1921, page 6.