Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 46 (1920)
Heft: 26

Artikel: La théorie de la relativité
Autor: Guillaume, Edouard
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-35826

46me année 25 Décembre 1920 N° 26

BULLETIN TECHNIQUE
DE LA SUISSE ROMANDE

Réd. : Dr H. Demierre, ing. Paraissant tous les 15 jours

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

La Théorie de la Relativité

Résumé des conférences faites à l'Université de Lausanne
par M. Edouard Guillaume, docteur ès sciences.

Nous reproduisons ici le résumé des conférences que nous avons faites à l'Université de Lausanne, en juin 1920, sur la *Théorie de la Relativité.* Afin d'être aussi bref que possible sans nuire à la clarté, nous avons modifié un peu notre plan et introduit des exemples numériques, si précieux pour fixer les idées. Nous ferons notre exposé en conservant les notions habituelles de temps et d'espace, et nous indiquerons, le moment venu, les bouleversements qu'Einstein propose de faire subir à ces notions.

I. *La Mécanique.*

La Théorie de la Relativité (*T. R.*) n'est pas autre chose que la Science des mouvements de la *matière* et de l'*énergie.* Lorsque les mouvements sont lents, ils sont exprimés d'une façon très satisfaisante par la Mécanique, qui constitue, comme nous le verrons, une première approximation de la *T. R.* Les mouvements de faibles vitesses peuvent être étudiés par des dispositifs de *contact* (Machine d'Atwood) ou par des méthodes optiques dans lesquelles on néglige la vitesse de la lumière et les phénomènes connus sous le nom d'« aberration ».

En Mécanique, tous les mouvements sont censés être rapportés à un système de référence gigantesque, S_E, lié aux étoiles dites fixes. Le temps est indiqué par la rotation de la Terre relativement à S_E, et l'unité en est la « seconde », qui est la 86 400e partie du jour solaire moyen.

Nous rapporterons les mouvements à des systèmes d'axes trirectangles S d'origine O et d'axes Ox, Oy, Oz. Le système S_E de même que tout système en mouvement rectiligne et uniforme par rapport à S_E est appelé *galiléen.* Ainsi, le système solaire forme dans son ensemble un système galiléen. Pendant un temps court, nous pouvons considérer la Terre comme un système galiléen si nous lui appliquons des axes de direction invariable par rapport à S_E.

Pour fixer les idées, imaginons qu'un train large et très long parcourt une voie rectiligne avec une vitesse constante uniforme v. Lions un trièdre S_1 à la voie, un trièdre S_2 au train, et admettons que les systèmes ainsi formés soient galiléens. En choisissant convenablement la direction des axes, on pourra passer d'un système à l'autre à l'aide des équations

$$(1) \qquad x_1 = x_2 + vt\,; \qquad y_1 = y_2\,; \qquad z_1 = z_2$$

que nous appellerons « substitution galiléenne ». Supposons qu'un mobile, une pierre, par exemple, soit animée d'un mouvement accéléré quelconque, et que les composantes de l'accélération par rapport à la voie soient représentées par les équations

$$(2) \qquad \frac{d^2x_1}{dt^2} = f(t)\,; \quad \frac{d^2y_1}{dt^2} = g(t)\,; \quad \frac{d^2z_1}{dt^2} = h(t).$$

Pour avoir les accélérations rapportées au train, il faut opérer un changement de variables. Il s'obtient immédiatement en dérivant (1) deux fois, et l'on voit que

$$(3) \qquad \frac{d^2x_1}{dt^2} = \frac{d^2x_2}{dt^2}\,; \quad \frac{d^2y_1}{dt^2} = \frac{d^2y_2}{dt^2}\,; \quad \frac{d^2z_1}{dt^2} = \frac{d^2z_2}{dt^2},$$

de sorte que les équations aux accélérations pour le système S_2 sont :

$$(2') \qquad \frac{d^2x_2}{dt^2} = f(t)\,; \quad \frac{d^2y_2}{dt^2} = g(t)\,; \quad \frac{d^2z_2}{dt^2} = h(t)\,;$$

elles ont donc la même *structure formelle* que les premières (2). On exprime cette propriété en disant que les mouvements mécaniques satisfont au *principe de relativité* pour tout système galiléen (relativité restreinte). Ainsi, quant aux accélérations, les deux systèmes S_1 et S_2 sont parfaitement équivalents ; ils sont indiscernables. Supposons qu'on installe une machine d'Atwood sur un vagon en mouvement uniforme. Les opérateurs qui, dans le wagon, étudieraient ainsi la chute des corps trouveraient pour celle-ci les mêmes lois que dans un laboratoire d'université.

Les mathématiciens formulent ces propriétés en disant que les équations aux accélérations (2), (2′) ou (3) sont *covariantes,* pour la substitution galiléenne (1) ; cela signifie qu'elles conservent la même *structure formelle* lorsqu'aux variables x_1, y_1, z_1 on substitue les variables x_2, y_2, z_2 à l'aide de la transformation (1).

Considérons une seconde voie parallèle à la première et parcourue d'un mouvement uniforme par un train, auquel nous lierons un système S_3. Pour passer d'un système à l'autre, nous aurons les substitutions

$$(4) \qquad x_1 = x_2 + v_{12}t\,; \quad x_2 = x_3 + v_{23}t\,; \quad x_1 = x_3 + v_{13}t$$

où v_{ik} désigne d'une façon générale la vitesse relative de S_i par rapport à S_k. En additionnant ces trois relations membre à membre, après avoir changé les signes de la troisième, on trouve :

$$(5) \qquad v_{13} = v_{12} + v_{23}\,.$$

C'est la règle d'addition des vitesses dans le cas simple envisagé (Fig. 1). On voit que le vecteur-vitesse résultant v_{13} coïncide exactement avec la somme $v_{12} + v_{23}$ des composantes. D'une façon générale, si l'on additionne des vitesses quelconques en Mécanique, la résultante est le vecteur qui *ferme* la ligne polygonale ayant les vitesses données pour côtés.

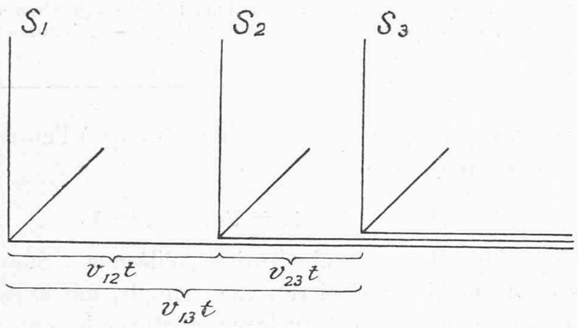

Fig. 1.

Terminons par une remarque ce rapide coup d'œil jeté sur quelques-uns des principes de la Mécanique. Nous avons vu que le temps est indiqué par la rotation de la Terre. Nous dirons que celle-ci est l' « horloge-mère » des phénomènes mécaniques. Si, dans un certain intervalle de temps, l'élongation s d'un mobile s'accroît de Δs, concomitamment la Terre tournera d'un angle $\Delta\rho$, et, par définition, la vitesse mécanique du mobile sera proportionnelle au quotient $\dfrac{\Delta s}{\Delta \rho}$. Servons-nous pour mesurer le temps d'une horloge ayant une marche quelconque et soit t son indication à un instant donné. La vitesse ci-dessus sera évidemment proportionnelle à $\dfrac{\dot{s}}{\dot{\rho}}$, en désignant par $\dot{s}$ et $\dot{\rho}$ les dérivées de s et de ρ par rapport à t. Ainsi, peu importe l'horloge dont nous nous servons pourvu que nous ramenions tous les mouvements à la rotation terrestre, c'est-à-dire à l'horloge-mère.

II. *La Théorie de la Relativité restreinte.*

Lorsque les vitesses sont grandes, c'est-à-dire non négligeables par rapport à celle de la lumière, les équations de la Mécanique newtonienne n'expriment plus les faits. Cela tient à deux raisons fondamentales.

D'abord, et comme nous le verrons, on ne peut plus faire de distinction essentielle entre « matière » et « énergie » ; l'énergie rayonnante possède une partie des propriétés de la matière ; elle est pesante. Il en résulte une grosse difficulté : celle de ne plus savoir exactement ce qu'il faut entendre par source lumineuse ou source d'énergie rayonnante. D'après le principe d'Huyghens, dans l'ancienne théorie, toute portion d'onde peut être considérée comme centre d'ébranlement, c'est-à-dire comme source, et cependant la distinction entre ces centres dans l'éther et le foyer matériel qui donne naissance aux rayons subsiste aussi nette que la distinction entre les rides à la surface de l'eau et les pierres qu'on y jette pour les produire. Or, si l'énergie rayonnante ondulatoire possède par elle-même certaines des propriétés de la matière, on voit combien délicates et difficiles, sinon impossibles, deviennent les distinctions commodes de la théorie classique.

La seconde raison, c'est que l'on ne peut plus négliger les phénomènes d'*aberration*, qui vont s'étendre, on le prévoit, à la matière elle-même. Il en résulte qu'il n'est possible d'observer que des mouvements *apparents*. C'est là une difficulté nouvelle.

De ce qui précède, nous concluons qu'on ne pourra plus parler de « points matériels », comme on le fait en Mécanique ; il faudrait dire « points énergético-matériels ». Nous dirons « point physique » ou tout simplement « point », en entendant par là-même une portion d'onde, ce qu'autrefois on aurait appelé « point dans l'éther ». Nous imaginerons que l'espace contient des *milieux* continus formés de tels points, ces milieux pouvant se traverser librement les uns les autres. Cette dernière propriété s'admettra facilement, au moins provisoirement, si l'on se souvient que les rayons lumineux sillonnent l'espace en se traversant mutuellement sans se contrecarrer [1]. Au reste, il ne faut pas voir là une « explication » physique de l'espace réel, mais seulement une image pour servir de support au raisonnement. Ces milieux ne seront pas autre chose, en définitive, qu'une fixation un peu plus précise des systèmes de coordonnées rectangulaires, dont nous nous servirons. Ainsi, les points de tout milieu M_i seront repérés par un système trirectangle cartésien $S_i(x_i, y_i, z_i)$.

Considérons deux milieux M_1 et M_2 en mouvement relatif, et imaginons que des observateurs entraînés avec M_1 « observent » les points de M_2. Sans préciser les opérations physiques que de telles observations comportent, nous admettons que si des opérateurs marquent sur les plans coordonnés de S_1 les positions des axes de S_2 révélées par l'observation, ces positions seront *apparentes* ensuite de phénomènes d'aberration que nous aurons à étudier, et nous les nommerons *trace* de S_2 sur S_1. Semblablement, des observateurs entraînés avec S_2 pourront déterminer la *trace* de S_1 sur S_2.

Considérons les points $P_1(x_1, y_1, z_1)$ du milieu M_1 et les points $P_2(x_2, y_2, z_2)$ du milieu M_2, et établissons entre ces points une correspondance représentée par :

$$(1') \qquad x_2 = x_1 - vt\,; \qquad y_2 = y_1\,; \qquad z_2 = z_1\,.$$

Alors le mouvement s'effectuera *comme si* ces milieux étaient des touts rigides ordinaires en translation relative uniforme de vitesse v le long des axes O_1x_1 et O_2x_2 supposés coïncidents.

[1] Comme on sait, cette propriété résulte du « principe de superposition », qui provient lui-même du fait que les mouvements lumineux sont représentés par des équations différentielles *linéaires*.

Cela posé, le *premier principe* que nous allons rencontrer dans la *T. R.* est le célèbre *principe de la constance de la vitesse de la lumière*, très facile à énoncer, très difficile à pénétrer. Convenons d'entendre par « source » non pas l'atome vibrant qui émet, mais tout centre d'ébranlement — donc tout point P_i d'un milieu M_i — au sens classique d'Huyghens. Nous énoncerons alors ainsi le principe en question : « Lorsque la lumière a quitté le point-source P_i, tout se passe comme si elle se propageait en ligne droite suivant les différentes directions avec une vitesse constante c_0, dans n'importe quel milieu M_k en mouvement uniforme par rapport à M_i ». On peut donc dire qu'une fois dans M_k la lumière se propage avec une vitesse qui ne dépend jamais de celle du point-source P_i.

Supposons que le centre d'ébranlement soit à l'origine O_2 de S_2. A chaque instant, l'onde émise formera, pour S_2, une sphère Σ_2 dont nous écrirons l'équation sous la forme suivante :

$$(\Sigma_2) \qquad x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = u_2^2$$

où u_2, le rayon de la sphère à l'instant t, est égal à c_0t par définition même. La question qui se pose maintenant est la suivante : comment Σ_2 *apparaîtra*-t-elle à l'observateur situé sur S_1 ? ou, si l'on préfère, comment O_2 va-t-il émettre dans M_1 ? Un coup de sifflet donné dans un vagon fermé engendre une onde sphérique, ayant le sifflet comme centre :

$$x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = V^2t^2$$

(V= vitesse du son). Pour l'observateur situé sur la voie, cette sphère sera entraînée et son équation par rapport à la voie s'obtiendra en remplaçant x_2, y_2, z_2 à l'aide de (1'). Au moment où les points de l'onde atteignent les parois du vagon (supposées infiniment minces), chacun d'eux devient un centre d'ébranlement pour l'air environnant et l'application du principe d'Huyghens permettra de connaître les ondes émises qui parviennent à l'oreille de l'observateur immobile. Mais, on voit immédiatement que si l'on substitue à x_2, y_2, z_2 dans l'équation de Σ_2 leurs valeurs tirées de (1'), on *ne* tombe *pas* sur une équation de même *structure formelle*, à savoir

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = u_1^2$$

en posant $u_1 = c_0t$. Autrement dit la *relativité*, — en langage mathématique, la *covariance*, — n'est pas sauvegardée si l'on applique la substitution (1) aux phénomènes lumineux.

C'est ici, en 1905, que se fit l'intervention extrêmement originale et féconde d'Einstein. Il eut l'idée d'introduire un « temps » τ_i propre à chaque système S_i, et de poser :

$$(6) \qquad u_1 = c_0\tau_1 ; \qquad u_2 = c_0\tau_2 .$$

L'écriture devient alors parfaitement symétrique, et il chercha, par analogie avec (1), s'il n'existait pas une substitution *linéaire*, semblable à (1), pour laquelle les deux équations précédentes seraient covariantes, c'est-à-dire pour laquelle on aurait [cf. éq. (3)]

$$(6') \qquad u_1^2 - x_1^2 - y_1^2 - z_1^2 = u_2^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2 ,$$

car rien ne nous empêche de conserver les variables u_1 et u_2 qui ne diffèrent de τ_1 et de τ_2 que par un facteur numérique constant. Or, si l'on cherche une substitution linéaire pour laquelle (6') est un covariant, on tombe sur une transformation remarquable, dont la découverte est due à l'illustre physicien hollandais H.-A. Lorentz. Voici cette substitution, connue sous le nom de *transformation de Lorentz :*

$$(7) \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \beta(x_2 + \alpha u_2) ; \quad u_1 = \beta(u_2 + \alpha x_2) ; \quad y_1 = y_2 ; \quad z_1 = z_2 \\ \alpha = \text{constante} ; \qquad \beta^2 = 1 : (1 - \alpha^2). \end{array} \right.$$

Elle permet d'identifier les deux membres de (6'), comme on le vérifie sans peine. On remarquera la parfaite symétrie de ces relations, qu'on obtient résolues par rapport à $x_2, \ldots, z_2$ en permutant les indices et changeant le signe de α, de même qu'on peut passer de (1) à (1') en permutant les indices et changeant le signe de v. Nous verrons un peu plus loin la signification de α.

Einstein proposa de faire de la *covariance* une *propriété universelle* et de poser en principe (*Deuxième principe* de la *T. R.*) que toute loi physique devait être covariante pour la transformation de Lorentz dans un système galiléen quelconque. Supposons, par exemple, qu'en un point $P_1(x_1, y_1, z_1)$ un ébranlement périodique soit représenté par la sinusoïde :

$$(8) \qquad \sin \frac{2\pi}{\lambda_1}(u_1 - l_1x_1 - m_1y_1 - n_1z_1) .$$

Pour Einstein, ce phénomène doit donner lieu dans S_2 à un ébranlement nécessairement représenté par une sinusoïde de même structure formelle :

$$(9) \qquad \sin \frac{2\pi}{\lambda_2}(u_2 - l_2x_2 - m_2y_2 - n_2z_2) .$$

Cela exige qu'entre les quantités l, m, n, λ, il y ait les relations :

$$(10) \left\{ \begin{array}{ll} \lambda_1 = \dfrac{\lambda_2}{\beta(1 + \alpha l_2)} ; & l_1 = \dfrac{l_2 + \alpha}{1 + \alpha l_2} ; \\ m_1 = \dfrac{m_2}{\beta(1 + \alpha l_2)} ; & n_1 = \dfrac{n_2}{\beta(1 + \alpha l_2)} \end{array} \right.$$

comme on le vérifie facilement en substituant à x_1, y_1, z_1, u_1 dans (8) leurs valeurs tirées de (7) et en identifiant avec (9). Nous utiliserons plus tard les formules (10).

Comme on le voit, la méthode proposée par Einstein est purement analytique ; elle ne nous donne aucune image des phénomènes ; elle se justifie uniquement par son utilité mathématique, en permettant de lier entre eux des résultats expérimentaux restés jusqu'ici étrangers les uns aux autres.

Avant de poursuivre, il nous faut préciser la mesure du temps. C'est ce que nous permettra le principe de la constance de la vitesse de la lumière, qui va nous fournir l'*horloge-mère*. Nous imaginerons deux miroirs parallèles (Fig. 2) entre lesquels un rayon lumineux va et vient. En comptant ces allées et venues, on obtient une mesure du temps. On a ainsi une horloge très simple que peut emporter avec lui tout observateur, et dont la marche ne dépend pas de l'état de mouvement de celui-ci. Nous exprimerons les longueurs x, y, z, u en kilomètres, et nous poserons

$$c_0 = 300\,000 \text{ km./sec.}$$

Nous définissons ainsi la « seconde-lumière », peu différente de la « seconde terrestre ». Ce sera le temps qu'un rayon lumineux emploie à parcourir exactement la distance de 300 000 km. dans un milieu M quelconque.

Nous allons aborder maintenant l'étude plus précise de la propagation lumineuse. Nous ne ferons pas usage des

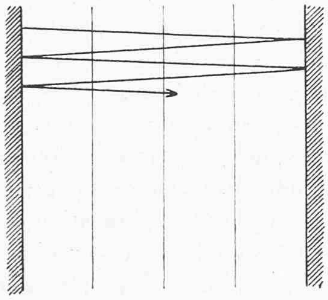

Fig. 2.

variables τ qu'Einstein introduit par les équations (6). Nous en indiquerons plus loin le sens à l'aide d'exemples numériques. Nous conserverons les variables u, homogènes à une longueur, et nous poserons dans le cas envisagé plus haut

$$u_2 = c_0 t\,; \qquad u_1 = c_1 t$$

c_1 représentera la valeur de la vitesse de la lumière émise par le centre O_2 pour l'observateur situé sur S_1, c'est-à-dire pour lequel ce centre se meut avec la vitesse v. Si un observateur était placé sur S_2 et considérait l'ébranlement émis par un point de S_1, il faudrait poser :

$$u_1 = c_0 t\,; \qquad u_2 = c_2 t\,.$$

Le problème consiste donc à déterminer c_1 et c_2. D'une façon générale, nous avons par définition :

$$(11) \qquad \frac{du_1}{dt} = c_1\,; \qquad \frac{du_2}{dt} = c_2\,.$$

Mais, avant d'aborder l'étude des phénomènes lumineux, nous devons montrer que le mouvement relatif des deux milieux M_1 et M_2 considérés *seuls*, est bien représenté par les relations (1) ou (1'), en d'autres termes que ces relations sont compatibles avec (7). A cet effet, il suffit d'intégrer (11) dans l'hypothèse où c_1 et c_2 sont des constantes ; nous obtenons en désignant par r_1 et r_2 les constantes d'intégration à déterminer :

$$(12) \qquad u_1 = c_1 t + r_1\,; \qquad u_2 = c_2 t + r_2\,;$$

en substituant dans la seconde équation (7) et tenant compte de la parfaite symétrie des systèmes, nous pouvons disposer des constantes pour écrire les relations (12) sous la forme remarquable :

$$(13) \qquad \left\{ \begin{aligned} u_1 &= \frac{c_0}{\beta} t + \frac{\beta - 1}{\alpha\beta} x_1 = c_0 t + \frac{\beta - 1}{\alpha\beta} x_2 \\ u_2 &= c_0 t - \frac{\beta - 1}{\alpha\beta} x_1 = \frac{c_0}{\beta} t - \frac{\beta - 1}{\alpha\beta} x_2\,. \end{aligned} \right.$$

L'on voit immédiatement qu'en remplaçant u_2 par cette dernière valeur dans la première équation (7) on tombe sur la première relation (1) à condition de poser :

$$(14) \qquad \alpha c_0 = v\,,$$

ce qui permet de déterminer α lorsque v est donné.

(*A suivre.*)

Concours d'idées pour l'aménagement du terrain des Asters et de ses abords, à Genève.

La Commune du Petit-Saconnex, appelée à édifier par étapes successives dans le quartier de la Servette, sur le terrain dit des Asters, différents bâtiments municipaux, et désireuse en outre de donner à cette parcelle un alignement plus rationnel du côté du Chemin Hoffmann, a ouvert entre architectes de nationalité suisse établis dans le canton de Genève, un concours d'idées, dans ce double but :

I. — Etudier l'aménagement du carrefour situé à l'extrémité de l'Avenue de la Servette, à son intersection avec l'Avenue Wendt et le Chemin Hoffmann. (Fig. 1.)

II. — Aménager la parcelle de terrain communale limitée par l'Avenue de la Servette, la Rue des Asters, la Rue Schaub et le Chemin Hoffmann, sur laquelle les bâtiments énumérés au programme devront être édifiés.

L'étude de ce carrefour, qui devra rester de grandeur modérée, comprend la rectification des tronçons de l'Avenue Wendt et du Chemin Hoffmann, entre la Rue Liotard et la Rue Schaub.

L'axe de l'Avenue de la Servette actuelle ne peut être modifié. La largeur de cette artère est fixée à 20 mètres, ainsi que celle de l'Avenue Wendt et du Chemin Hoffmann.

Le tournant du Chemin Hoffmann utilisé par la ligne du tramway Saconnex-Champel devra être bien dégagé.

Les bâtiments à édifier sur le terrain des Asters, devront renfermer les services suivants : *a*) Mairie, *b*) Maison Communale, *c*) Services publics. *d*) Ecole Primaire et Enfantine.

Toute liberté était laissée aux concurrents pour grouper les services mentionnés sous lettres *a*, *b*, et *c* qui peuvent être réunis sous le même toit ou répartis entre plusieurs bâtiments.

Les bâtiments seront disposés sur le terrain au gré des concurrents, qui ne devaient pas perdre de vue, que le but du concours est non seulement d'obtenir une répartition pratique des Services Municipaux, mais, en outre, de créer un groupement d'édifices d'un aspect harmonieux et d'un caractère local bien déterminé.

Des espaces restés libres, seul le terrain destiné à l'école et à ses préaux devra être clôturé.

Toutes les anciennes constructions qui s'élèvent sur ce terrain devront disparaître, à l'exception toutefois du bâtiment d'école, construit à l'angle de l'Avenue de la Servette et de la Rue des Asters, qui doit être conservé, mais qui pourra être transformé et consacré à l'usage d'autres services précités.

La Salle de Gymnastique et les locaux attenants pourront être supprimés dans le cas où leur conservation nuirait à l'aménagement général du terrain.

Extrait du rapport du Jury.

Le jury nommé pour l'examen des projets présentés au concours d'idées pour l'étude d'un projet d'aménagement du terrain des Asters et de ses abords, jury composé de MM. Ch.