Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 46 (1920)

Heft: 19

Artikel: Résistance des matériaux: calcul des poutres continues sur piliers élastiques

Autor: Busset-Schiller, J.-P.-L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-35807

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

LA NOUVELLE INSTALLATION D'ASSAINISSEMENT DE CODIGORO

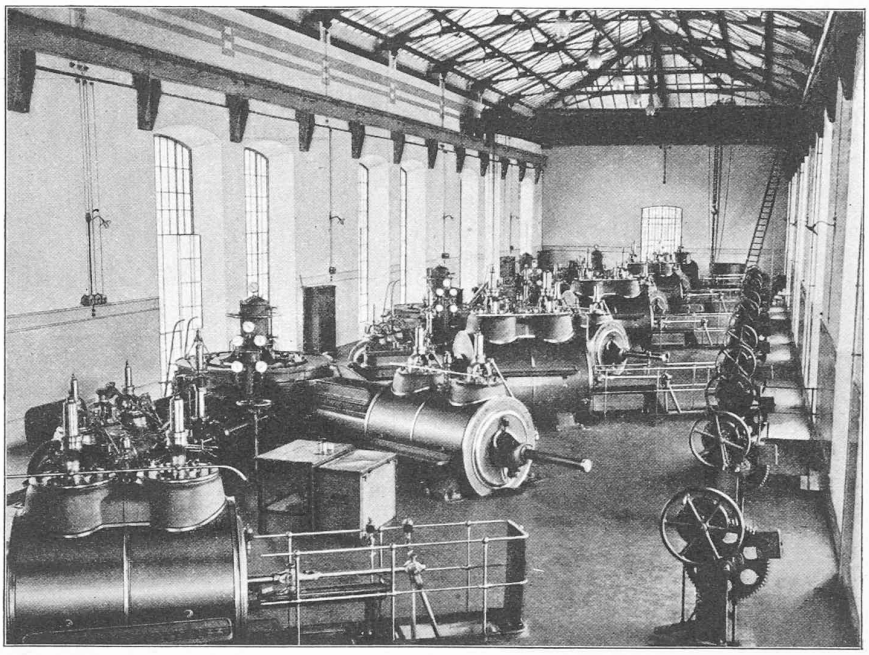

Fig. 24. Vue générale de la salle des machines de la nouvelle usine de pompage de Codigoro. Equipement mécanique de *Sulzer Frères.*

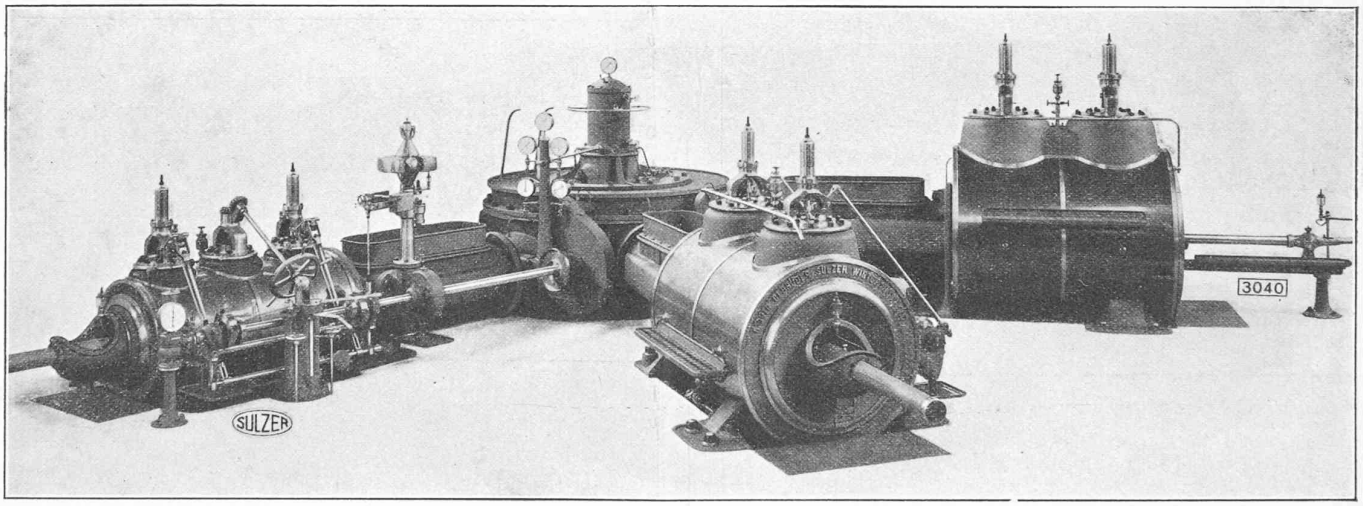

Fig. 25. — Machine à vapeur à triple expansion 800-1200 HP, 105 a 122 tours par minute, construction *Sulzer Frères,* pour la nouvelle usine de Codigoro.

Résistance des matériaux

Calcul des poutres continues sur piliers élastiques

par J.-P.-L. Busset-Schiller, ingénieur civil.

(Suite et fin) [1]

Action d'une augmentation de température de 1° Centigrade.

Suivant la méthode indiquée nous supposons que le déplacement d_1 du premier nœud à gauche est nul d'où $tg.\ \delta_1 = 0$. Le déplacement du deuxième nœud donne au pilier central une inclinaison mesurée par la tangente trigonométrique de l'angle δ_2 :

$$\text{tg. } \delta_2 = \frac{d_2}{h_2} = \frac{1 \times \overbrace{0{,}000012 \times 10}^{1 \times \delta t^\circ}}{5} = 0{,}000024$$

[1] Voir *Bulletin technique* du 4 septembre 1920, page 210.

L'angle δ_3 aura pour tangente :

$$\text{tg. } \delta_3 = 2 \text{ tg. } \delta_2 = 0{,}000048.$$

Les seconds membres des équations relatives à une variation de température seront

$$\frac{18 \times \text{tg.}\delta_2}{R} = \frac{18 \times 0{,}000024 \times 10^5}{5} = 8{,}64$$

et

$$\frac{18 \times \text{tg } \delta_3}{R} = 17{,}28$$

Le Δ avec ses constantes sera le suivant :

$$\Delta_2 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 7 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 7 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \text{Constantes :} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 8{,}64 \\ 8{,}64 \\ 17{,}28 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \times 8{,}64$$

Après transformation suivant la méthode indiquée nous obtenons :

$$\Delta' = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \mu_1 & \mu_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 5{,}6 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}27 \end{bmatrix} \times 8{,}64 \quad \text{d'où} \begin{cases} \mu_1 = \dfrac{0{,}54 \times 8{,}64}{35{,}2} \\ \quad = 0{,}1315 \text{ t/m.} \\ \mu_2 = \dfrac{1{,}89 \times 8{,}64}{35{,}2} \\ \quad = 0{,}462 \text{ t/m.} \end{cases}$$

En procédant de même pour μ_3 et μ_4 nous trouvons :

$$\mu_3 = 1{,}889 \text{ t/m. ; } \mu_4 = 3{,}008 \text{ t/m.}$$

Dans les piliers et en utilisant les relations mentionnées dans les cas précédants nous obtenons :

$$m_2 = \mu_2 + \mu_3 = 2{,}351 \text{ t/m.}$$

$$n_1 = \frac{0{,}1315}{2} = 0{,}0657 \text{ t/m.}$$

$$n_2 = \frac{3 \times 0{,}000024 \times 10^5}{5} + \frac{2{,}351}{2} = 2{,}615 \text{ t/m.}$$

$$n_3 = \frac{3 \times 0{,}000048 \times 10^5}{5} + \frac{3{,}008}{2} = 4{,}384 \text{ t/m.}$$

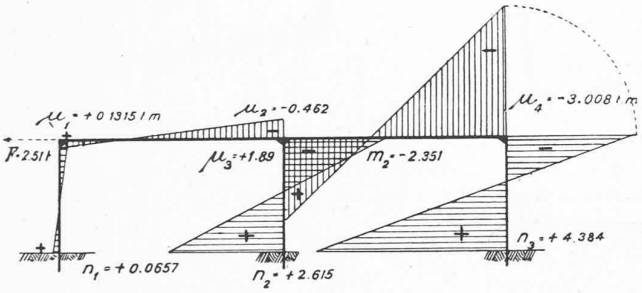

Fig. 15.

Les moments ci-dessus sont figurés dans la fig. 15.

La somme des efforts tranchants des piliers aura pour valeur :

$$F = \Sigma H = \frac{0{,}1315 + 0{,}0657 + 2{,}351 + 2{,}615 + 3{,}008 + 4{,}384}{5}$$

$$= 2{,}51 \text{ t.}$$

La force $F = 2{,}51$ t. est celle qui aurait été nécessaire pour maintenir fixe le premier nœud du double portique, malgré l'influence de l'augmentation de température qui tendait à le déplacer vers la gauche. (Dans le cas présent il y a dilatation symétrique).

Les moments « correctifs » correspondant à F seront obtenus en multipliant ceux de la fig. 13 (ou $F = 1$ t.) par 2,51 t. Ceux-ci, additionnés algébriquement avec ceux de la fig. 15, donnent les résultats exacts inscrits dans la fig. 16.

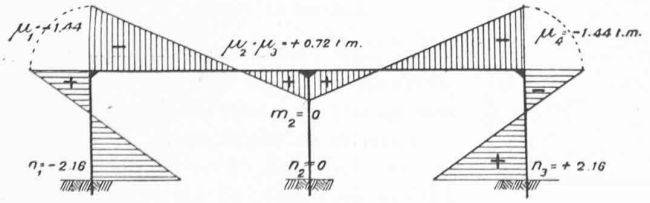

Fig. 16.

Action d'un déplacement vertical du pilier central de 1 mm.

Dans ce cas le Δ comporte quatre constantes égales :

$$\frac{12 \times \text{tg } \delta_1}{R} = \frac{12 \times 0{,}0001 \times 12}{10 \times 5} = 24$$

Le Δ avec ses constantes sera :

$$\Delta_3 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 7 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 7 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 7 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} 24 \\ 24 \\ 24 \\ 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \times 24$$

Après les transformations nous obtenons :

$$\Delta' = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \mu_1 & \mu_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} +7 & -2 \\ -2 & 5{,}6 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} 1 \\ 1{,}6 \end{bmatrix} \times 24 \quad \text{d'où} \begin{cases} \mu_1 = \dfrac{24}{35{,}2}(5{,}6 + 3{,}2) \\ \quad = 6{,}0 \text{ t/m.} \\ \mu_2 = \dfrac{24}{35{,}2}(11{,}2 + 2) \\ \quad = 9{,}0 \text{ t/m.} \end{cases}$$

Par raison de symétrie nous aurons $\mu_4 = \mu_1 = 6{,}0$ t/m. et $\mu_3 = \mu_2 = 9{,}0$ t/m. ; le pilier central ne subira aucune flexion, c'est-à-dire que $n_2 = m_2 = 0$, puis $n_1 = n_3 = \frac{\mu_1}{2} = 3{,}0$ t/m.

La somme des efforts tranchants des piliers étant nulle ($H_1 = -H_3$) la construction n'a pas de déplacement longitudinal et il n'y a pas lieu d'appliquer la correction des moments fléchissants.

Comme vérification, nous devons trouver qu'un portique simple, dans lequel $l = 10$ m. et $h = 5$ m., avec les moments d'inertie indiqués pour le portique double, portant au milieu de sa barre horizontale une charge égale à la force normale N du pilier central du système représenté par la fig. 17, donne les mêmes valeurs pour les moments μ_1 et μ_2 et une flèche, au milieu de la portée, de 0,001 m.

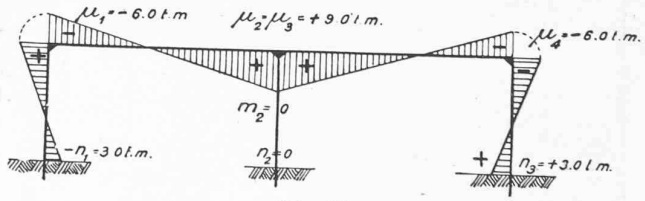

Fig. 17.

Si nous calculons par les formules classiques[1] le portique simple défini ci-avant avec $N = 3{,}0$ tonnes ($N =$ somme des efforts tranchants des deux travées $= 2\frac{(6+9}{5} = 3{,}0$ t.) on trouve bien $\mu_1 = -6{,}0$ t. et $\mu_2 = +9{,}0$ t.

Quant à la flèche, fournie par la formule connue

$$f = \frac{N.l^3}{48.EJ} - \frac{l^2}{EJ}\left(\frac{\mu_1 + \mu_4}{16}\right)$$

elle est conforme au chiffre prévu :

$$f = \frac{3 \times \overline{20}^3}{48 \times 2 \times 16^6 \times 0{,}1} - \frac{20^2}{2 \times 10^6 \times 0{,}1}\left(\frac{6+6}{16}\right) = 0{,}001 \text{ m.}$$

[1] W. Gehler, Dr professeur, *Die Rahmen*, édition de 1913 ; méthode du professeur Müller-Breslau.