

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin technique de la Suisse romande
<b>Band:</b>	46 (1920)
<b>Heft:</b>	18
<b>Artikel:</b>	Résistance des matériaux: calcul des poutres continues sur piliers élastiques
<b>Autor:</b>	Busset-Schiller, J.-P.-L.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-35803">https://doi.org/10.5169/seals-35803</a>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

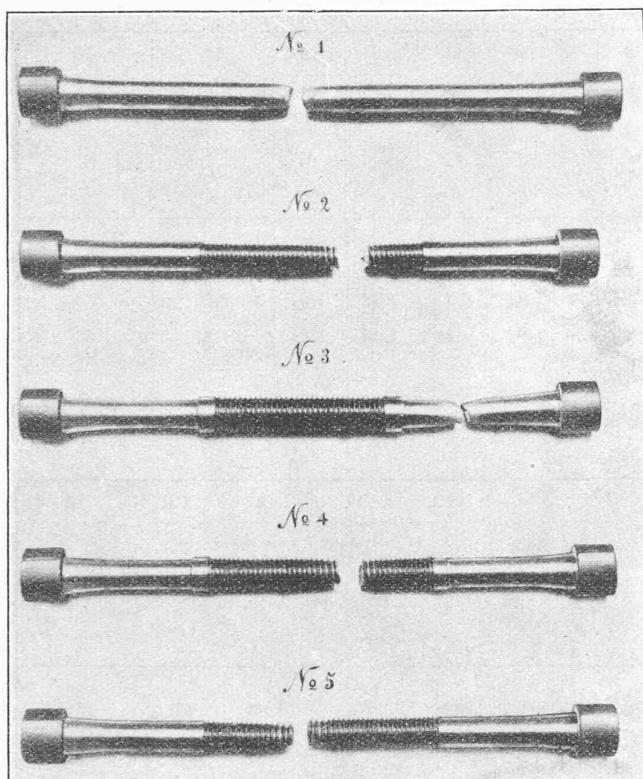


Fig. 2. — Les barres de la figure 1 après rupture.

Cet examen des cassures est très suggestif. Dans les barres rondes de la série 1, la rupture se produit par un glissement longitudinal des fibres extérieures qui sont comme lissées ; le milieu seul de la barre se rompt par section nette du métal. La striction, cet écoulement, resserre les fibres et donne à la cassure une texture très fine.

Dans les pièces filetées, la striction est gênée par les parties saillantes qui ne sont pas sollicitées longitudinalement. Les fibres extérieures ne glissent plus les unes sur les autres, elles ne se resserrent pas. Toute la section est brisée comme les fibres du centre de la barre lisse. La texture est plus grossière et uniforme. Les parties extérieures ne sont pas lissées.

L'augmentation de résistance semble bien devoir être attribuée comme C. Bach l'a fait à une gêne de la contraction (Hinderung der Querzusammenziehung), ainsi que le montre aussi la dernière colonne du tableau.

Les séries 2, 4 et 5, qui se sont rompues dans la partie filetée, accusent une augmentation moyenne de résistance de 11.6 % à la limite apparente d'élasticité, et de 13.6 % à la rupture ; la diminution de contraction pour ces 3 mêmes séries est de 35.1 % en moyenne.

Ces majorations de l'effort ne s'appliquent qu'aux efforts statiques. La résistance aux efforts dynamiques serait certainement bien différente ; les rapports seraient probablement inversés. Les allongements mesurés sur une longueur de 20 cm., qui sont en moyenne 25.3 % pour les barres 1 non filetées, ne sont que de 12.5 % pour la série 2 par exemple, ce qui donne comme moyennes pour les coefficients de qualité  $\gamma^1$ : 1.40 pour la série 1 et seulement 0.61 pour la série filetée 2.

<sup>1</sup> Produit de la résistance à la rupture, en t/cm<sup>2</sup>, par l'allongement unitaire après rupture.

### Conclusions.

On peut conclure de ce qui précède que, pour des efforts statiques variant modérément (comme dans les tirants de fermes par ex.), les fatigues doivent être calculées pour la section réduite de la barre filetée (*section du noyau*), mais qu'on peut majorer les taux admissibles de 10 %.

Il ne serait pas prudent d'appliquer cette majoration à des barres filetées subissant des efforts très variables, surtout si ces barres sont courtes.

Berne, le 17 février 1920.

## Résistance des matériaux

### Calcul des poutres continues sur piliers élastiques

par J.-P.-L. BUSSET-SCHILLER, ingénieur civil.

(Suite) <sup>1</sup>

### Applications numériques.

Nous avons appliqué la méthode exposée à l'étude d'une poutre sur piliers élastiques encastrés, comportant deux travées et trois piliers.

Possédant une publication étrangère contenant, pour ce double portique, les résultats numériques obtenus par le théorème du travail élastique minimum (Castigliano), nous avons pu constater une concordance complète avec les chiffres trouvés au moyen des déterminants que nous avons établis.

Ces chiffres ont encore été confirmés par l'emploi d'une troisième méthode mixte, utilisant à la fois les relations angulaires et les propriétés des foyers.

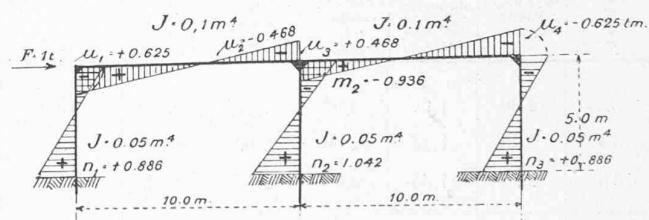


Fig. 13.

La fig. 13 indique les dimensions des travées et piliers ainsi que les moments d'inertie. Les unités employées sont le mètre et la tonne. Les paramètres hyperstatiques ont les valeurs suivantes :

$$R_1 = R_2 = \frac{10}{2 \times 10^6 \times 0.1} = \frac{5}{10^5};$$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \frac{5}{2 \times 10^6 \times 0.05} = \frac{6}{10^5}$$

### Action d'une force horizontale de 1t au niveau des travées.

Nous déterminons d'abord les moments fléchissants produits par un déplacement longitudinal des travées

<sup>1</sup> Voir *Bulletin technique* du 21 août 1920, page 196.

de  $0,001 \text{ m.} = d_1$ ; l'angle  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3$  aura pour tangente :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{0,001}{5}$$

Nous pourrons diviser le déterminant et les constantes par  $R$ ; ces dernières auront la valeur

$$\frac{18 \times \operatorname{tg} \delta}{R} = \frac{18 \times 0,001 \times 10^5}{5 \times 5} = 72$$

et nous aurons le déterminant numérique suivant avec sa colonne de constantes à droite.

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 \\ 7 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 7 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & +7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 72 \\ 72 \\ 72 \\ 72 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \times 72$$

Les lignes 2, 3 et 4 du  $\Delta$  peuvent être combinées de façon à obtenir quatre zéros dans le coin supérieur à droite; les opérations arithmétiques faites sur le  $\Delta$  doivent être faites sur la colonne des constantes; on aura alors :

$$\Delta' = \begin{array}{c|cc|cc} 7 & -2 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & +5,6 & 0 & 0 & 0,4 \\ \hline 0 & 3 & 6,428 & 0 & 1,285 \\ 0 & 0 & -2 & 7 & 1 \end{array} \times 72$$

Dans un  $\Delta$  ayant la forme ci-dessus nous pouvons appliquer un *lemme*<sup>1</sup> concernant la décomposition des  $\Delta$  d'ordre pair  $n$  en un produit de deux  $\Delta$  de l'ordre  $\frac{n}{2}$  et écrire :

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0,4 & 5,6 \end{bmatrix} \times 72 = 13,08 \text{ t/m;} \\ \mu_2 &= \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -2 & 0,4 \end{bmatrix} \times 72 = 9,83 \text{ t/m.} \end{aligned}$$

La même transformation du  $\Delta$  faite de haut en bas, de façon à obtenir quatre zéros dans le coin inférieur gauche nous donnerait  $\mu_3$  et  $\mu_4$  qui ont pour valeur :  $\mu_3 = 9,83$  et  $\mu_4 = 13,08 \text{ t/m.}$  Ces chiffres, respectivement les mêmes que ceux concernant  $\mu_2$  et  $\mu_3$ , étaient à prévoir à cause de la symétrie de la construction.

Les moments fléchissants des piliers auront pour valeur :

$$m_2 = \mu_2 + \mu_3 = 2 \times 9,83 = 19,66 \text{ t/m.}$$

En appliquant la formule (10) nous trouvons :

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{3 \times 0,001}{5} \times \frac{10^5}{5} + \frac{13,08}{2} = 18,54 \text{ t/m.;} \\ n_2 &= \frac{3 \times 0,001}{5} \times \frac{10^5}{5} + \frac{19,66}{2} = 24,83 \text{ t/m.;} \end{aligned}$$

<sup>1</sup> G. Dostor, *Éléments de la théorie des déterminants*, page 65, Gauthier-Villars 1905.

La somme des efforts tranchants des piliers sera :

$$F = \Sigma H = 2 \times \frac{13,08 + 18,54}{5} + \frac{19,66 + 21,83}{5} = 20,94 \text{ t.}$$

Divisant les moments fléchissants par  $F = 20,94 \text{ t.}$  nous obtenons ceux relatifs à une force horizontale de 1 tonne :

$\mu_1 = \mu_4 = 0,625 \text{ t/m.}; \mu_2 = \mu_3 = 0,468 \text{ t/m.};$   
 $m_2 = 0,936 \text{ t/m.}; n_1 = n_4 = 0,886 \text{ t/m.} \text{ et } n_2 = 1,042 \text{ t/m.};$   
ces moments sont représentés dans la fig. 13.

#### Action d'une force verticale de 1 t. dans la première travée.

La force est supposée au milieu de la travée; nous aurons  $a = b = 5 \text{ m.}$ ; la valeur de  $M = M' = M''$  sera :

$$\frac{1 \times 5 \times 5}{10} (10 + 5) = 3,75 \text{ t/m.}$$

d'où  $2M = 7,5 \text{ t/m.}$

Nous introduisons cette constante dans le  $\Delta_1$  et nous obtenons le  $\Delta$  numérique suivant :

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 \\ 7 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7,5 \\ 7,5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times 7,5$$

Puis après transformation :

$$\Delta' = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 \\ 7 & 2 \\ 2 & 5,6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \times 7,5$$

d'où :

$$\mu_1 = \frac{7,5(5,6-2)}{35,2} = 0,767 \text{ t/m.}; \mu_2 = \frac{7,5(7-2)}{35,2} = 1,065 \text{ t/m.}$$

puis par le même procédé :

$$\mu_3 = 0,496 \text{ t/m.} \text{ et } \mu_4 = 0,142 \text{ t/m.}$$

Les moments dans les extrémités des piliers seront :

$$m_2 = 1,065 - 0,496 = 0,569 \text{ t/m.}$$

$$n_1 = \frac{0,767}{2} = 0,383 \text{ t/m.}; n_2 = \frac{0,569}{2} = 0,284;$$

$$n_3 = \frac{0,142}{2} = 0,071 \text{ t/m.}$$

La somme algébrique des efforts tranchants dans les piliers sera :

$$F = \Sigma H = \frac{0,767 + 0,383}{5} - \frac{0,569 + 0,284}{5} + \frac{0,142 + 0,071}{5} = 0,102 \text{ t.}$$

La force  $F$  est égale à celle qu'il aurait fallu développer pour empêcher le mouvement de translation; elle correspond au déplacement réel produit par la force verticale de 1 t. Ce déplacement est de

$$0,000048 \text{ m.} \left( d = \frac{0,001 \times 0,102}{20,9} \right)$$

C'est dire qu'il est « microscopique », mais il produit des moments fléchissants qui ne sont pas négligeables. Ceux-ci sont obtenus en multipliant par 0,102 les moments fléchissants correspondant à  $F = 1 \text{ t.}$  :

$$\mu_1 = \mu_4 = 0,102 \times 0,625 = 0,0638 \text{ t/m.} ;$$

$$\mu_2 = \mu_3 = 0,102 \times 0,468 = 0,0478 \text{ t/m.} ;$$

$$m_2 = 0,102 \times 0,936 = 0,0956 \text{ t/m.} ;$$

$$n_1 = n_4 = 0,102 \times 0,886 = 0,0906 \text{ t/m.} ;$$

$$n_2 = 0,102 \times 1,042 = 0,1065 \text{ t/m.}$$

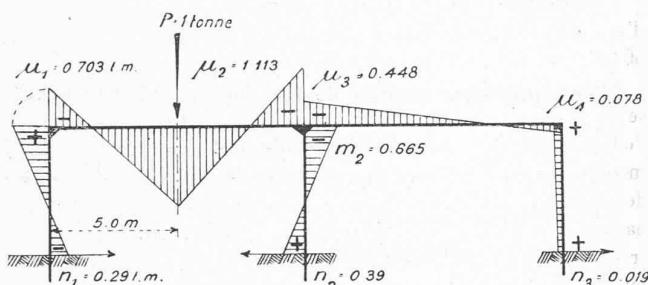


Fig. 14.

Ces moments additionnés, en tenant compte des signes avec les moments dus à la force verticale fournissent les résultats exacts donnés par la fig. 14.

(A suivre.)

### Premier Congrès de l'habitation à Lyon.

Le premier Congrès de l'habitation a eu lieu à Lyon du 9 au 12 octobre 1919. C'est bien tard pour en parler. Mais le compte rendu publié en 1920 ne contient rien qui ne soit actuel.

Examiner en trois jours un problème aussi vaste que celui de l'habitation n'est pas une petite tâche. Urbanistes, sociologues, économistes, ingénieurs, architectes, entrepreneurs, juristes et financiers s'y sont appliqués. Ils n'ont pu qu'ébaucher une œuvre énorme qui doit être retenue et parachevée en toutes ses parties. La discussion a été très nourrie et, par cela même, un peu confuse. Il s'agit d'élargir, comme en une végétation trop dense, pour dégager les jets vigoureux qui porteront des fruits.

Ce congrès a permis à quelques hommes clairvoyants et courageux de jeter un cri d'alarme, d'adresser à la France tout entière un appel angoissé, l'appel à toutes les énergies, à toutes les ressources matérielles, intellectuelles et morales pour l'œuvre nationale de reconstruction. Il faut admirer la franchise un peu rude d'un Victor Cambon qui ne craint pas de révéler les défauts de son peuple, les erreurs commises et renouvelées en dépit des plus douloureuses expériences. Il a voulu faire agir les ressorts profonds de la race qui a trouvé tant de fois dans ses infortunes mêmes les éléments d'une renaissance.

M. Jaussely, architecte en chef du Gouvernement, a traité le premier sujet : L'urbanisme au point de vue technique et au point de vue artistique. La France, après avoir donné l'exemple, s'est laissé devancer dans ce domaine par d'autres pays. Il faudrait obliger les villes de plus de 10 000 habitants à établir des plans d'aménagement et d'extension. L'opportunité de dresser de tels plans doit être envisagée sous trois aspects : au point de vue économique, au point de vue social, au point de vue de l'urbanisme proprement

dit, de la technique moderne. Economiquement parlant, le développement de la plupart des villes nécessite une transformation, une réorganisation complète. La ville est un organisme d'ordre économique dont l'outillage doit être mis au point pour l'époque. L'apport de matières premières pour l'industrie, de toutes les denrées nécessaires à la consommation, l'exportation des produits doivent exiger un minimum de manutention. L'état social est en étroite relation avec l'état économique. « Si le rendement économique d'une cité est supérieur, l'organisation sociale deviendra plus intéressante et plus facile. Il y a obligation sociale de créer des plans d'aménagement et d'extension. »

La science de l'urbanisme est loin d'être arrivée à son terme. Elle est en pleine évolution. On peut seulement essayer de déterminer les progrès qui ont été réalisés sur l'état ancien de nos villes. Amener l'air, la lumière, dans les centres urbains en ménageant des espaces libres, augmenter le nombre des maisons familiales, améliorer de toutes manières le logement, évacuer sans danger pour la santé publique les eaux usées et les immondices, faciliter le trafic, sont autant de conditions imposées sans conteste de nos jours. Mais les sociologues, les architectes, les ingénieurs ont travaillé chacun de leur côté avec leurs idées, leurs vues particulières. Il doivent s'associer maintenant pour concilier et concentrer leurs efforts.

Voici, d'après M. Jaussely, le programme qui se pose au technicien chargé d'étudier le plan d'aménagement et d'extension :

Ce programme comprendra :

1<sup>o</sup> Des données climatiques, géologiques, hydrographiques, topographiques de la ville, de la contrée ;

2<sup>o</sup> Des données historiques, fondation, formation, développement de la ville, son action, ses coutumes et traditions, son passé économique, les lieux et monuments historiques, etc.

3. Des données sur son développement moderne, accroissement ou décroissement de la population, les raisons de ce phénomène, les tendances nouvelles, mœurs, coutumes actuelles, développement commercial et industriel, état des habitations, les points surpeuplés, améliorations désirables, moyens d'approvisionnement, services publics, trafic des chemins de fer, ports, canaux, rivières, trafic urbain, hygiène, égouts, etc.

4<sup>o</sup> Un énoncé des réalisations futures urgentes ou correspondant à un développement plus ou moins éloigné

Ce serait trop long d'examiner en détail, avec le conférencier tous les points de ce programme. Retenons quelques remarques, quelques conseils : « L'urbaniste... n'oubliera pas que son plan doit être à la fois une œuvre d'art, une œuvre de précision et une œuvre de facile réalisation. ... Il faut bien se persuader que chaque ville est un organisme qui diffère essentiellement du voisin, sinon par des lois générales, par des conditions propres. S'il est une obligation qui devient un devoir après l'expérience d'uniformisation internationale à outrance que nous venons de traverser : c'est celle du respect des caractères locaux... »

M. Jaussely exclut nettement toute copie, toute imitation de caractère archéologique : « Le respect des traditions et conditions locales ne saurait aller jusqu'à craindre de les redresser lorsque cela paraît désirable. » Va-t-on rétablir, dans les régions dévastées, les édifices détruits dans leur architecture ? Sans vouloir faire de règle « il semble que l'on doive faire un effort particulier pour arriver à redonner à la ville que l'on reconstruit un peu de ce qu'elle a perdu, un peu de son âme. » Notons encore ceci : « Il serait