Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 46 (1920)

Heft: 17

Artikel: Résistance des matériaux: calcul des poutres continues sur piliers élastiques

Autor: Busset-Schiller, J.-P.-L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-35799

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

très grosses quantités d'algues qu'il vient déposer devant la grille. Comme il n'est guère possible d'éviter qu'une portion de ces algues ne pénètre dans la pompe après s'être frayé un chemin entre les barreaux de la grille, il était à craindre, si l'on utilisait des pompes centrifuges, que celles-ci ne s'engorgeassent rapidement. C'est ce qui fit, après un examen approfondi de la question, envisager la pompe axiale comme plus avantageuse pour le but à atteindre, étant donné que le trajet parcouru par l'eau dans ce système est à peu de chose près vertical. Or l'expérience a démontré que même les pompes axiales ne répondaient pas absolument aux exigences si bien que parfois le débit diminuait dans des proportions inquiétantes, à la suite d'engorgements produits par les algues. Après de nombreux essais, on parvint toutefois à écarter complètement tout danger d'engorgement à la suite de l'adaptation à la pompe d'un dispositif approprié.

(*A suivre.*)

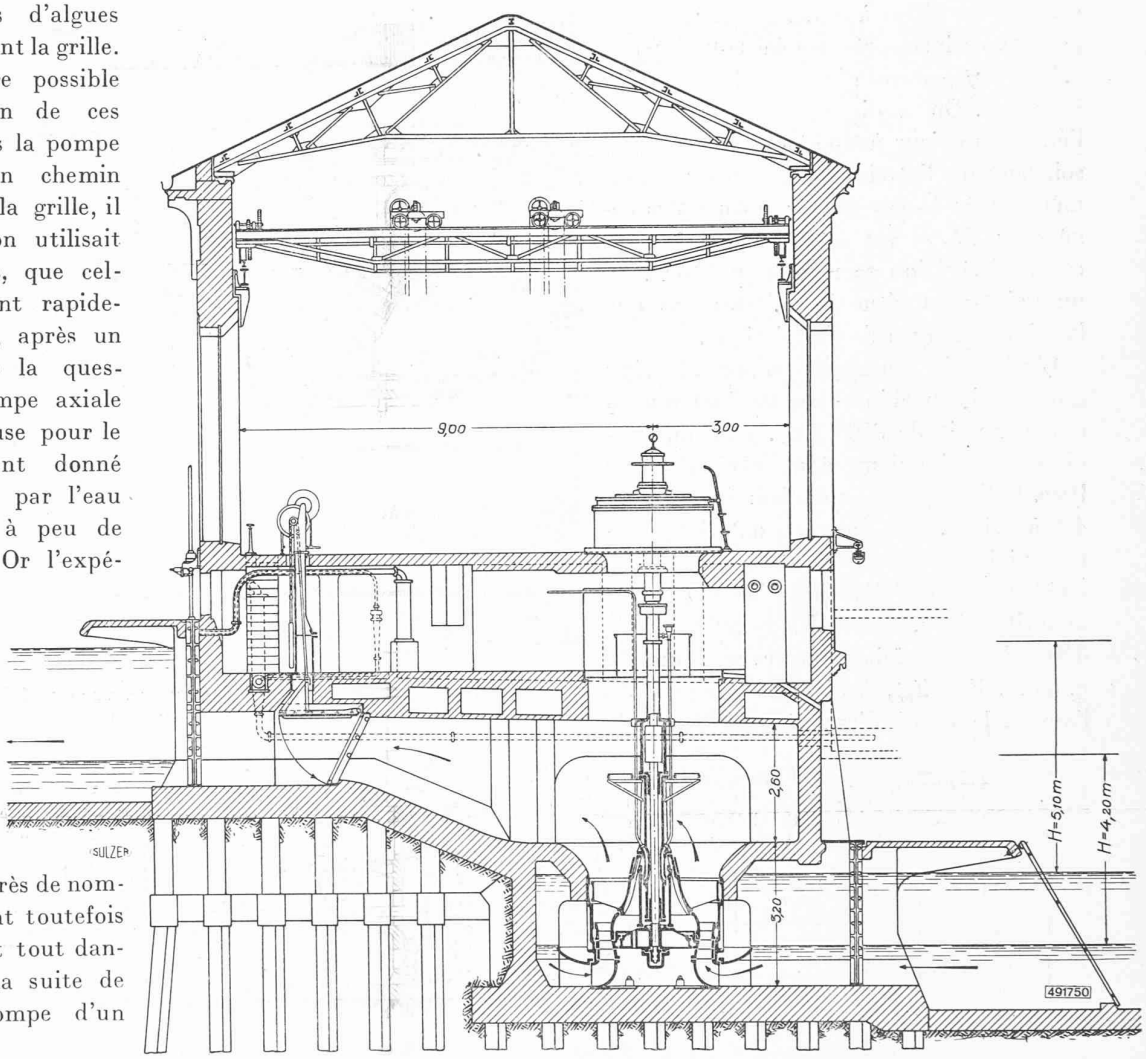

Fig. 14. — Coupe verticale du nouveau bâtiment des machines de Codigoro. — 1 : 200.

Résistance des matériaux

Calcul des poutres continues sur piliers élastiques

par J.-P.-L. Busset-Schiller, ingénieur civil.

(Suite) [1]

Action d'une translation longitudinale de l'ensemble des travées

(freinage d'un convoi).

La translation peut être supposée due à une force horizontale appliquée au niveau des poutres. Si d_1 est le déplacement (fig. 7) les angles que feront les axes des piliers déviés avec la verticale auront les tangentes trigonométriques suivantes :

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{d_1}{h_1}; \quad \operatorname{tg} \delta_2 = \frac{d_1}{h_2}; \quad \ldots\ldots \operatorname{tg} \delta_6 = \frac{d_1}{h_6}$$

Dans ce qui suit nous admettons que la descente e des nœuds, égale à h (1-cos δ), est la même pour tous les piliers, malgré l'inégalité de longueur de ces derniers, l'effet de la descente d'un pilier étant traitée à part.

[1] Voir *Bulletin technique* du 7 août 1920, page 185.

Comme dans le cas des charges verticales, il y a seulement six moments statiquement indéterminés (μ_1 à μ_6), soit les moments aux extrémités des travées. Les mo-

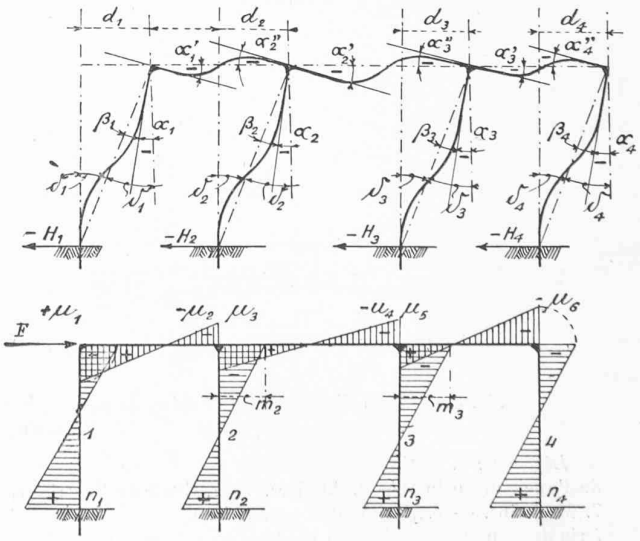

Fig. 7 et 8.

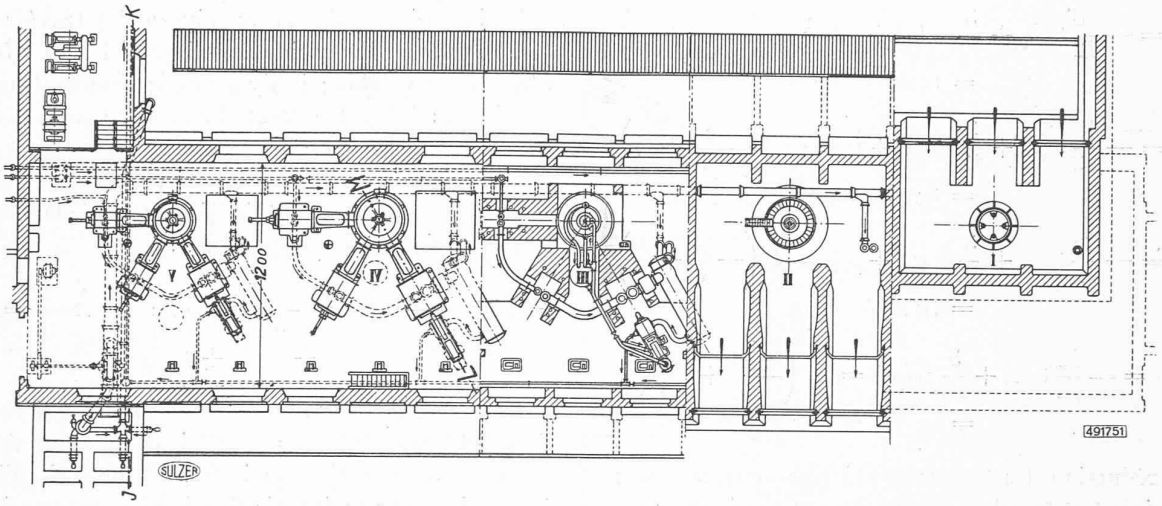

Fig. 15. — Plan et coupe horizontale du nouveau bâtiment des machines de Codigoro. — 1 : 350.

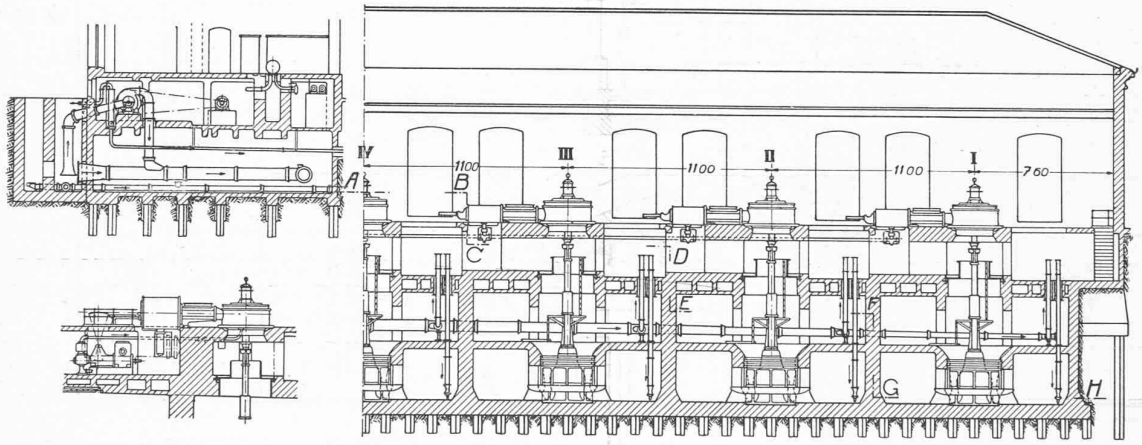

Fig. 16. — Coupes longitudinale et transversale *J-K* et *L-M* du bâtiment des machines. — 1 : 350.

ments aux extrémités des piliers se déduisent de ceux-ci par des relations simples.

Dans le cas de translation les piliers jouent le rôle de barres chargées et les travées ne subissent que des répercussions ; nous aurons donc à la tête des piliers :

$$m_2 = \mu_2 + \mu_3 \quad \text{et} \quad m_3 = \mu_4 + \mu_5 \qquad (9)$$

Les moments à la base des piliers sont fonction de δ et du moment au sommet. Si nous remarquons que dans le pilier 1, δ_1 est l'angle que fait la ligne élastique avec l'axe dévié de la barre, nous pouvons écrire d'après la relation (2) :

$$\delta_1 = \rho_1 \left(\frac{n_1}{3} - \frac{\mu_1}{6}\right) \quad \text{d'où} \quad n_1 = \frac{3\delta_1}{\rho_1} + \frac{\mu_1}{2} \qquad (10)$$

Pour les autres piliers nous aurons de la même manière :

$$n_2 = \frac{3\delta_2}{\rho_2} + \frac{m_2}{2}\,; \quad n_3 = \frac{3\delta_3}{\rho_3} + \frac{m_3}{2}\,; \quad n_4 = \frac{3\delta_4}{\rho_4} + \frac{m_4}{2} \qquad (11)$$

L'angle α_1 de rotation du sommet du pilier 1 est, si nous considérons la fig. 7 :

$$-\alpha_1 = -\delta_1 + \beta_1 \quad \text{ou} \quad -\operatorname{tg}\alpha_1 = -\operatorname{tg}\delta_1 + \operatorname{tg}\beta_1 \qquad (12)$$

Mais nous savons, d'après la relation (2) que la valeur de tg β_1 est :

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \rho_1 \left(\frac{\mu_1}{3} - \frac{n_1}{6}\right) \qquad (13)$$

Combinant les relations précédentes nous obtenons :

$$-\operatorname{tg}\alpha_1 = -\frac{18}{12}\operatorname{tg}\delta_1 + \frac{3}{12}\rho_1 \cdot \mu_1 \qquad (14)$$

De la même façon pour le pilier 2 nous aurons :

$$-\operatorname{tg}\alpha_2 = -\frac{18}{12}\operatorname{tg}\delta_2 + \frac{3}{12}\rho_2\,(\mu_2 + \mu_3) \qquad (15)$$

Si nous égalons les tangentes trigonométriques des angles de rotation de la poutre continue et des piliers nous trouverons :

$$1)\quad \operatorname{tg}\alpha_1 = -\frac{18}{12}\operatorname{tg}\delta_1 + \frac{3}{12}\rho_1 \cdot \mu_1 = R_1\left(-\frac{\mu_1}{3} + \frac{\mu_2}{6}\right) = \operatorname{tg}\alpha_1'$$

$$2)\quad \operatorname{tg}\alpha_2 = -\frac{18}{12}\operatorname{tg}\delta_2 + \frac{3}{12}\rho_2\,(\mu_2 + \mu_3) = R_1\left(-\frac{\mu_2}{3} + \frac{\mu_1}{6}\right) = \operatorname{tg}\alpha_2''$$

$$3)\quad \operatorname{tg}\alpha_2 = -\frac{18}{12}\operatorname{tg}\delta_2 + \frac{3}{12}\rho_2(\mu_2+\mu_3) = R_2\left(-\frac{\mu_3}{3}+\frac{\mu_4}{6}\right) = \operatorname{tg}\alpha''_2$$

$$4)\quad \operatorname{tg}\alpha_3 = -\frac{18}{12}\operatorname{tg}\delta_3 + \frac{3}{12}\rho_3(\mu_4+\mu_5) = R_2\left(-\frac{\mu_4}{3}+\frac{\mu_3}{6}\right) = \operatorname{tg}\alpha''_4$$

$$5)\quad \operatorname{tg}\alpha_3 = -\frac{18}{12}\operatorname{tg}\delta_3 + \frac{3}{12}\rho_3(\mu_4+\mu_5) = R_3\left(-\frac{\mu_5}{3}+\frac{\mu_6}{6}\right) = \operatorname{tg}\alpha'_3$$

$$6)\quad \operatorname{tg}\alpha_4 = -\frac{18}{12}\operatorname{tg}\delta_4 + \frac{3}{12}\rho_4(\mu_6) = R_3\left(-\frac{\mu_6}{3}+\frac{\mu_5}{6}\right) = \operatorname{tg}\alpha''_4$$

Après réduction des termes semblables nous obtenons le déterminant et la colonne des constantes suivantes :

	Δ_2						CONSTANTES
	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	
1	$3\rho_1 + 4R_1$	$-2R_1$	0	0	0	0	$18\delta_1$
2	$-2R_1$	$+3\rho_2 + 4R_1$	$+3\rho_2$	0	0	0	$18\delta_2$
3	0	$+3\rho_2$	$+3\rho_2 + 4R_2$	$-2R_2$	0	0	$18\delta_2$
4	0	0	$-2R_2$	$3\rho_3+4R_2$	$+3\rho_3$	0	$18\delta_3$
5	0	0	0	$3\rho_3$	$3\rho_3 + 4R_3$	$-2R_3$	$18\delta_3$
6	0	0	0	0	$-2R_3$	$3\rho_4 + 4R_3$	$18\delta_4$

Au déplacement d_1 des travées correspond une certaine valeur de la force F qui en est la cause. Cette valeur est naturellement égale à la somme $\left(\sum_1^n . H\right)$ des efforts tranchants des piliers prise en signe contraire :

$$-F = \frac{n_1+\mu_1}{h_1} + \frac{n_2+m_2}{h_2} + \frac{n_3+m_3}{h_3} + \frac{n_4+\mu_6}{h_4}$$

En divisant les moments fléchissants obtenus en prenant un déplacement *arbitraire* d_1 des travées, par la valeur trouvée pour F, nous obtenons les moments qui correspondent à l'action d'une force horizontale égale à *l'unité* ; Les signes des moments sont indiqués dans la fig. 8.

Action d'une variation de température.

Si la poutre continue sur piliers élastiques n'est pas parfaitement symétrique par rapport à l'axe vertical passant par le milieu de sa portée totale il est, à priori, impossible de connaître la valeur du déplacement longitudinal des travées bien que l'on sache de combien chacune d'elles s'est allongée ou raccourcie.

On fera le calcul en supposant le premier nœud fixe dans l'espace ; le premier pilier restera vertical et les suivants s'inclineront vers la droite comme si une force agissait horizontalement au niveau des travées (fig. 9).

Le système d'équation établi pour le cas « freinage » sera encore valable ; il n'y a que les constantes qui sont modifiées : le déplacement du premier nœud étant nul nous aurons $\delta_1 = 0$; les autres angles auront les tangentes trigonométriques suivantes, sachant que θ désigne le coefficient de dilatation linéaire du matériau des travées et t la variation de température :

$$\operatorname{tg}\delta_2 = \frac{\theta.t.l_1}{h_2};\ \operatorname{tg}\delta_3 = \frac{\theta.t.l_2}{h_3} + \operatorname{tg}\delta_2;\ \ldots.\operatorname{tg}\delta_4 = \frac{\theta.t.l_3}{h_4} + \operatorname{tg}\delta_2 + \operatorname{tg}\delta_3 \qquad (12)$$

La correction des résultats obtenus et qui correspondent à l'hypothèse $d_1 = 0$ se fait de la même façon que dans le cas des forces verticales. La force F qu'il a fallu introduire pour maintenir fixe la tête du premier pilier

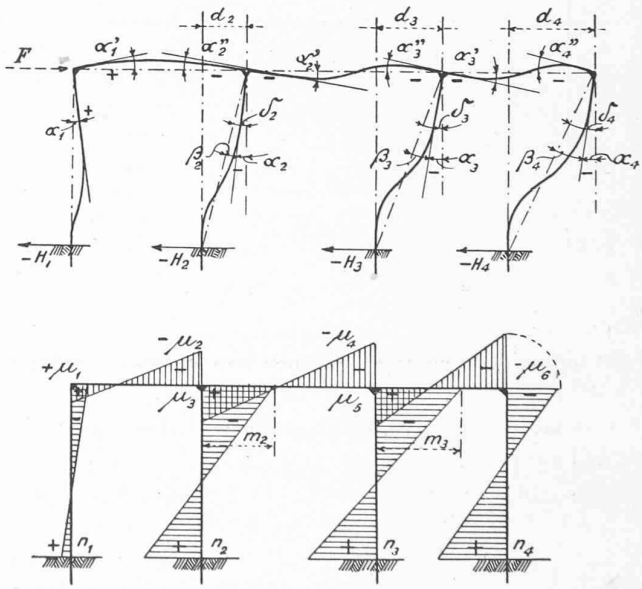

Fig. 9 et 10.

est égale à la somme des efforts tranchants de tous les piliers ; les moments fléchissants exacts seront donc obtenus en ajoutant algébriquement aux moments trouvés avec les constantes δ_2, δ_3 et δ_4 ceux qui seraient produits, dans le système considéré par la force F ci-dessus

définie. Comme vérification on doit trouver que les moments fléchissants des piliers ont une valeur telle que la somme des efforts tranchants est nulle (forces extérieures au système nulles).

La fig. 10 montre l'allure des moments pour le cas de fixité du premier nœud du système.

Action du déplacement vertical d'un pilier.

Dans ce cas encore le nombre des moments statiquement indéterminés est de seulement six [2 (*n*—1)], pour le cas de trois travées et quatre piliers, à la condition que tous les nœuds restent fixes dans l'espace sauf le nœud du sommet du pilier qui *cède* en permettant seulement un mouvement vertical.

L'axe de la première travée (fig. 11) tourne d'un angle dont la tangente trigonométrique est : $\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{d_1}{l_1}$; ce mouvement provoque le moment μ_1 qui se répercute dans le pilier et le moment μ_2 qui se répercute dans les travées II et III et dans les piliers 2, 3 et 4 (fig. 12).

Les équations s'obtiennent de la même façon que dans le cas « freinage » et donnent lieu au déterminant ci-après, pour le cas d'affaissement du pilier 1.

Si c'est le pilier 2 qui descend les termes $12\delta_1$ occupent alors les cases des lignes 3 et 4 ; comme dans le déterminant précédent nous écrivons pour simplifier $12\delta_1$ pour $12 \times \operatorname{tg} \delta_1$.

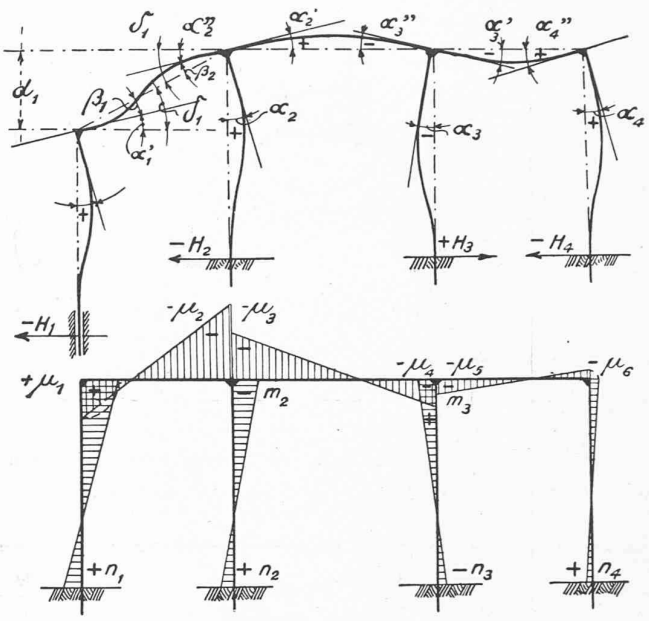

Fig. 11 et 12.

nus il est aisé d'en déduire par les théorèmes classiques de la statique les *efforts tranchants et les forces normales* (ou axiales) puis les réactions à la base des piliers.

(A suivre).

	Δ_3						CONSTANTES
	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	
1	$+3\rho_1+4R_1$	$-2R_1$	0	0	0	0	$+12\delta_1$
2	$-2R_1$	$+3\rho_2+4R_1$	$+3\rho_2$	0	0	0	$+12\delta_1$
3	0	$+3\rho_2$	$+3\rho_2+4R_2$	$-2R_2$	0	0	0
4	0	0	$-2R_2$	$+3\rho_3+4R_2$	$+3\rho_3$	0	0
5	0	0	0	$+3\rho_3$	$+3\rho_3+4R_3$	$-2R_3$	0
6	0	0	0	0	$-2R_3$	$+3\rho_1+4R_3$	0

Les résultats obtenus au moyen du déterminant précédent sont à corriger de la même façon et pour les mêmes causes que dans le cas de variation de température.

Il va sans dire qu'on peut établir un système d'équations unique tenant compte simultanément des forces verticales, du freinage, d'une variation de température et de l'affaissement d'un pilier ; on n'aura alors à appliquer la correction des moments fléchissants qu'une seule fois.

Dans ce qui précède nous avons surtout insisté sur le calcul des moments fléchissants. Ceux-ci étant con-

Concours d'idées pour la reconstruction du temple national à la Chaux-de-Fonds.

Extrait du rapport du Jury.

(Suite) [1]

N° 3. — « Grand axe » — L'auteur a conçu son projet en ordonnant l'aménagement intérieur sur le grand axe de l'ellipse, avec une entrée principale à l'est du Temple, au point de rencontre des chemins d'accès. L'idée est heureuse, mais elle est insuffisamment étudiée. Parmi les défauts observés,

[1] Voir *Bulletin technique* du 15 mai 1920, page 116.