Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 45 (1919)
Heft: 6

Artikel: Note sur le calcul du coup de bélier dans les conduites sous pression
Autor: Carey, Ed.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-34880

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

rait à redouter des surprises désagréables. Si, notamment, la maçonnerie actuelle des piles qu'il faudrait creuser pour obtenir un bon assemblage avec les supports n'est pas de bonne qualité, les travaux de réparation qui seraient nécessaires occasionneraient une grosse dépense supplémentaire. Puis il est douteux qu'après avoir procédé au dragage le long de la rive gauche et aplani les empierrements actuels, comblé les creux des tourbillons, l'équilibre du lit de la rivière s'établisse. En tout cas, on ne pourrait éviter les frais d'entretien des empierrements. Ces inconvénients n'existent pas dans l'autre variante car, moyennant un fonçage assez profond des piles, on n'a pas besoin d'empierrements. Comme cette variante satisfait en outre à toutes les exigences raisonnables sous le rapport technique d'exploitation, hydrotechnique et esthétique, le fait que l'amortissement est plus élevé ne doit pas être une raison pour la repousser.

Note sur le calcul du coup de bélier dans les conduites sous pression

par Ed. Carey, ingénieur à Marseille.

(*Suite* [1])

B) Coup de bélier maximum d'ouverture.

Considérons toujours une variation de vitesse linéaire et rappelons que pour pouvoir utiliser la formule de M. de Sparre avec une approximation suffisante, il faut que le coup de bélier d'ouverture soit $\leqq \frac{\gamma_0}{2}$.

1° *Coup de bélier produit par une variation de vitesse pendant un temps* $\leqq \frac{2L}{a}$ *(1re période).*

La formule générale nous donne pendant la première période :

$$B_1 = \frac{a}{g} \frac{(v_0 - v_1)}{1 + \frac{a v_1}{2 g \gamma_0}} \qquad (2)$$

Observons que pour l'ouverture, la valeur B_1 est négative puisque $v_1 > v_0$; B_1 sera maximum avec la plus grande différence $(v_0 - v_1)$, donc pour l'ouverture pendant une période θ entière; il faut aussi que v_1 soit petit ce qui est obtenu par l'ouverture à partir de la vanne fermée. *Le maximum sera donc atteint à la fin de la période, soit au temps* $\frac{2L}{a}$ *à partir de la vanne fermée. Cette valeur maximum de la dépression sera :*

$$B_m = -\frac{a}{g} \frac{v_1}{1 + \frac{a}{2 g \gamma_0} v_1} \qquad (9)$$

La variation de vitesse étant linéaire, nous savons que $v_1 = \frac{2LV_f}{aT}$, en appelant V_f la vitesse pour l'ouverture totale au temps T; nous aurons pour B, en fonction de V_f et $T > \frac{2L}{a}$

$$B_m = -\frac{2LV_f}{gT} \frac{1}{1 + \frac{LV_f}{gT.\gamma_0}} \qquad (10)$$

Nous retrouvons comme premier terme la valeur $\frac{2LV_f}{gT}$ qui est la formule de Michaud-Gariel; le coup de bélier d'ouverture en un temps $\frac{2L}{a}$ est donc inférieur au coup de bélier de fermeture pendant le même temps θ, car il faut que $\frac{LV_f}{gT\gamma_0}$ soit $\leqq \frac{1}{3}$ pour que B_m soit $\leqq \frac{\gamma_0}{2}$; à cette valeur limite, le coup de bélier d'ouverture sera maximum par rapport à γ_0.

Pour que B_m soit $\leqq \frac{\gamma_0}{2}$ il faut aussi $\frac{2LV}{gT} \leqq \frac{2}{3}\gamma_0$ et par conséquent que le temps d'ouverture soit :

$$T \geqq \frac{3LV_f}{g\gamma_0};$$

si T est donné, on pourra pousser l'ouverture jusqu'à

$$V_f \leqq \frac{g.T.\gamma_0}{3L}.$$

Dans les hautes chutes, $\frac{LV}{gT\gamma_0}$ étant petit, le coup de bélier d'ouverture est voisin de $\frac{2LV}{gT}$, mais cette valeur diminue par rapport à γ_0 en même temps que $\frac{LV}{gT\gamma_0}$. En effet, si nous posons $\frac{LV}{gT\gamma_0} = \frac{1}{n}$, nous aurons : $\frac{2LV}{gT} = \frac{2}{n}\gamma_0$ et $B_m = -\frac{2}{n+1}\gamma_0$. Avec $n = 10$, $\frac{2LV}{gT} = \frac{\gamma_0}{5}$ et $B_m = -\frac{\gamma_0}{5{,}5}$; la différence est faible, mais la valeur du coup de bélier n'est plus que $\frac{1}{5}$ de γ_0.

2° *Coup de bélier d'ouverture produit par une variation de vitesse pendant un temps* $T > \frac{2L}{a}$ *(2me période et suivantes).*

En suivant la même méthode simplifiée que pour les coups de bélier de fermeture et en considérant les divers cas possibles, nous examinerons plus en détail les coups de bélier d'ouverture, car cette étude est généralement laissée de côté.

a). — *Ouverture en un temps* $T > \frac{2L}{a}$, *à partir de la vanne fermée.*

Considérant une ouverture linéaire avec $v_0 = 0$, les vitesses aux diverses périodes θ seront v_1, $v_2 = 2v_1$, $v_3 = 3v_1 \ldots v_n = nv_1$; les différences $v_0 - v_1$, $v_1 - v_2$, etc. sont toutes égales à v_1 pour les périodes entières

$$\theta = \frac{2L}{a}.$$

[1] Voir *Bulletin technique* 1919, page 11.

Au bout de la première période θ, le coup de bélier est donné par :

$$B_1 = -\frac{a}{g}\frac{v_1}{1+\frac{av_1}{2g\gamma_0}}$$

posons pour simplifier : $r = \frac{a}{2g\gamma_0}$.

B_1 ne devant pas dépasser $\frac{\gamma_0}{2}$, v_1 doit satisfaire à la condition, tirée de la formule ci-dessus : $v_1 \leqq \frac{2}{3}\frac{g\gamma_0}{a}$. L'étude des périodes qui suivent nous conduit à considérer 2 cas suivant que $\frac{aV_f}{2g\gamma_0}$ est $<$ ou $>$ 1, V_f étant la vitesse à la fin du mouvement d'ouverture.

1er Cas : $\frac{aV_f}{2g\gamma_0} < 1$. Dans ce cas, tous les termes $\frac{av}{2g\gamma_0}$ sont $<$ 1, nous aurons à la fin de la 1re période :

$$B_1 = -\frac{a}{g}\frac{v_1}{1+rV_1}$$

et à la fin de la 2me période :

$$B_2 = -\frac{a}{g}\frac{v_1}{1+rv_1} - B_1\frac{1-rv_1}{1+rv_2}$$

rv_1 étant $<$ 1, le 2me terme devient positif puisque B_1 est négatif; en outre on démontre facilement que le 1er terme est plus grand que le 2me terme en valeur absolue et que B_2 reste par conséquent négatif. Ce coup de bélier est aussi $< B_1$, car en posant $B_1 > B_2$ on arrive à l'inégalité

$$1 > \frac{2\,rv_1}{1+2rv_1}$$

On démontre de même que $B_1 > B_3$, etc. B_1 est donc le coup de bélier maximum.

Donc :

Pour $\frac{aV_f}{2g\gamma_0} < 1$, le coup de bélier maximum d'ouverture, à partir de la vanne fermée, a lieu au temps $\frac{2L}{a}$; son intensité est donnée par les formules 9 et 10.

Remarquons que le coup de bélier reste négatif tant que dure le mouvement d'ouverture de la vanne.

2me Cas : $\frac{aV_f}{2g\gamma_0} > 1$. Pour que le coup de bélier ne dépasse pas $\frac{\gamma_0}{2}$ nous avons déjà observé que la valeur de v_1 au temps θ devait être : $v_1 \leqq \frac{2}{3}\frac{g\gamma_0}{a}$; $\frac{av_1}{2g\gamma_0}$ ne peut donc pas être $>$ 1 pour une ouverture à partir de la vanne fermée ($v_0 = o$); de même, à la fin de la 2me période, v_2 doit être : $v_2 \leqq 2\frac{2}{3}\frac{g\gamma_0}{a}$, donc $\frac{av_2}{2g\gamma_0} < 1$; enfin, v_3 doit être : $v_3 \leqq 3\frac{2}{3}\frac{g\gamma_0}{a}$. A la limite, v_3 pourra être égal à $\frac{2g\gamma_0}{a}$, produisant un coup de bélier maximum de $\frac{\gamma_0}{2}$ au temps θ.

Nous voyons que, pendant les 3 premières périodes au moins, les valeurs rv_1, rv_2 et rv_3 doivent être $<$ 1 et rentrent donc dans le cas précédent.

En posant $rv_3 = 1$, limite admise, nous aurons à la fin de la 4me période :

$$B_4 = -\frac{a}{g}\frac{v_1}{1+rv_4}$$

rv_4 étant $>$ 1, B_4 est $< B_1$, dans lequel rv_1 était $<$ 1.

Si nous passons à la fin de la 5me période, rv_4 et rv_5 étant $>$ 1, nous aurons :

$$B_5 = -\frac{a}{g}\frac{v_1}{1+rv_5} - \frac{a}{g}\frac{v_1}{1+rv_4}\frac{rv_4-1}{1+rv_5}$$

et B_1 est encore $> B_5$, car, en posant $B_1 > B_5$, on arrive avec $rv_3 = 1$ à l'inégalité $1 > \frac{4}{7}$.

Nous démontrerions de la même manière que $B_1 > B_6$ et ainsi de suite tant que le mouvement d'ouverture n'est pas arrêté ; le coup de bélier maximum est donné par B_1. *Donc, pour $\frac{aV_f}{2g\gamma_0} > 1$, le coup de bélier maximum a lieu au temps $\theta = \frac{2L}{a}$ comme dans le cas où $\frac{aV_f}{2g\gamma_0} < 1$.*

b). — Ouverture en un temps $T > \frac{2L}{a}$ à partir d'une ouverture préexistante.

Nous aurons une certaine valeur pour v_0.

1er Cas : $\frac{aV_f}{2g\gamma_0} < 1$. Tous les termes $\frac{av}{2g\gamma_0}$ sont $<$ 1 et la courbe du coup de bélier aura la même allure que celle obtenue pour l'ouverture à partir de la vanne fermée. Le coup de bélier sera maximum au temps $\frac{2L}{a}$ et aura pour valeur

$$B_1 = \frac{a}{g}\frac{v_0 - v_1}{1+\frac{av_1}{2g\gamma_0}}; \qquad (11)$$

il est négatif et *plus petit* que celui obtenu par la formule 9, car le dénominateur est plus grand, la vitesse v_1 étant augmentée de la vitesse v_0 préexistante.

Au temps $\frac{4L}{a}$ le coup de bélier sera :

$$B_2 = \frac{a}{g}\frac{(v_1 - v_2)}{1+rv_2} - \frac{a}{g}\frac{(v_0 - v_1)}{1+rv_1}\frac{1-rv_1}{1+rv_2}$$

on démontre facilement que $B_1 > B_2$ et ainsi de suite, ce qui prouve que le coup de bélier maximum est donné par B_1. La formule (11) peut s'écrire en fonction de V et V_f et du temps t correspondant à la variation de V à V_f soit $t = \frac{V_f - V}{V_f}T$

$$B_1 = \frac{2L(V_f - V)}{gt}\frac{1}{1+\frac{aV}{2g\gamma_0}+\frac{L(V_f - V)}{gt\gamma_0}} \qquad (12)$$

car $v_0 = V$ et $v_1 = V + \frac{2L(V_f - V)}{at}$

2me Cas : $\frac{aV_f}{2g\gamma_0} > 1$. La vitesse v_0 pouvant être grande, $\frac{av_0}{2g\gamma_0}$ peut être > 1 ainsi que tous les termes suivants. Dans ce cas, nous avons à la fin de la 1re période :

$$B_1 = \frac{a}{g} \frac{(v_0 - v_1)}{1 + \frac{a}{2g\gamma_0} v_1}$$

B_1 est négatif ; cette valeur est d'autant plus petite que v_0 est plus grand ; à la fin de la 2me période nous avons :

$$B_2 = \frac{a}{g} \frac{(v_1 - v_2)}{1 + rv_2} - \frac{a}{g} \frac{(v_0 - v_1)}{1 + rv_1} \frac{1 - rv_1}{1 + rv_2}$$

toujours en posant $r = \frac{a}{2g\gamma_0}$; le 1er terme est négatif et le 2me aussi, car $rv_1 > 1$; nous avons une somme de deux termes de même signe et la valeur de B_2 est $>$ que celle de B_1. Il en est de même dans les périodes suivantes si le mouvement d'ouverture continue.

M. de Sparre a démontré que, pour une variation de vitesse de V à V_f pendant le temps t, le coup de bélier maximum est toujours inférieur à

$$B = -\frac{L(V_f - V)}{gt} \frac{1}{1 + \frac{L(V_f - V)}{2gt\gamma_0}} \qquad (13)$$

Ce coup de bélier est plus petit que celui obtenu avec la formule (10) ; nous pouvons donc conclure que : *Le coup de bélier produit par une ouverture à partir de la vanne complètememt fermée est plus grand que celui produit par une ouverture à partir d'une ouverture préexistante.*

En résumé :

Le coup de bélier maximum d'ouverture a lieu, au temps $\frac{2L}{a}$ *pour une ouverture à partir de la vanne complètement fermée ; sa valeur est donnée par les formules*

$$B_m = -\frac{a}{g} \frac{v_1}{1 + \frac{av_1}{2g\gamma_0}} \qquad (9)$$

ou

$$B_m = -\frac{2LV_f}{gT} \frac{1}{1 + \frac{LV_f}{g\,T.\gamma_0}} \qquad (10)$$

Il résulte de cette étude que l'onde du coup de bélier d'ouverture reste toujours négative, tant que le mouvement d'ouverture n'est pas arrêté.

Prenons *deux exemples numériques* montrant l'application de ces formules pour les hautes chutes et les chutes moyennes, pour des ouvertures à partir de la vanne fermée et à partir d'une ouverture préexistante.

1er Cas :

$\frac{aV_f}{2g\gamma_0} < 1$ supposons : $a = 1000^m$ $\gamma_0 = 250^m$
$L = 500^m$ $T = 4$ secondes
$V_f = 4^m$ $g = 9{,}81$ m/sec²

$$\frac{aV_f}{2g\gamma_0} = \frac{1000.4}{19{,}6.250} = 0{,}8$$

Pour pouvoir ouvrir en 4″ sans que le coup de bélier dépasse $\frac{\gamma_0}{2}$ il faut que $V_f \leq \frac{gT\gamma_0}{3L} \leq \frac{9{,}8.4.250}{1500} \leq 6{,}54$

a) ouverture à partir de la vanne fermée (formule 10) :

$$B_m = -\frac{2.500.4}{9{,}8.4} \frac{1}{1 + \frac{500.4}{9{,}8.4.250}} = -\frac{102}{1{,}204} = -84^m{,}70$$

b) ouverture à partir de $V = 2^m$ jusqu'à $V_f = 4^m$ (formule 11) :

$$v_1 = v_0 + \frac{2LV}{aT} = 2 + \frac{2.500.4}{1000.4} = 3^m$$

$$B = -\frac{1000}{9{,}8} \cdot \frac{3 - 2}{1 + \frac{1000.3}{19{,}6.250.}} = -\frac{102}{1{,}61} = -63^m{,}50$$

Ce coup de bélier est donc plus petit que le précédent.

2me Cas :

$\frac{aV_f}{2g\gamma_0} > 1$ supposons : $a = 1000^m$ $\gamma_0 = 100^m$
$L = 1000^m$ $T = 16$ secondes
$V_f = 4^m$ $g = 9{,}8$ m/sec²

$$\frac{aV_f}{2g\gamma_0} = \frac{1000.4}{19{,}6.100} = 2.04 ; \frac{gT\gamma_0}{3L} = \frac{9{,}8.16.100}{3000} = 5{,}25$$

$$V_f < 5{,}25$$

a) ouverture à partir de la vanne fermée (formule 10) :

$$B_m = -\frac{2.1000.4}{9{,}8.16} \frac{1}{1 + \frac{1000.4}{9{,}8.16.100}} = -\frac{51}{1{,}255} = -40^m{,}60$$

b) ouverture à partir de $v_0 = 2^m$ à $V_f = 4^m$ pendant le temps $T = \frac{4 - 2}{4} 16'' = 8$ sec. (formule 13) :

$$B = -\frac{1000.(4-2)}{9{,}8.8} \frac{1}{1 + \frac{1000{,}2}{19{,}6.8.100}} = -\frac{25{,}50}{1{,}127} = -22^m{,}60$$

(A suivre.)

Le Congrès de la houille blanche.

Le « Congrès de la houille blanche », qui s'est réuni à Paris, le 24 et le 25 février dernier, avait pour but de concilier les intérêts des riverains du Rhône, d'une part, et de la Ville de Paris, d'autre part, qui s'accusaient réciproquement — et avec une véhémence telle que des pourparlers engagés entre les deux parties furent, naguère, rompus brusquement — de vouloir accaparer l'énergie rendue disponible par l'aménagement projeté du Haut-Rhône. Nos lecteurs apprendront avec satisfaction, par l'extrait suivant d'un article de M. A. Pawlowski, *paru dans le* Génie civil, *que le Congrès a atteint son objectif et qu'est ainsi levé le principal obstacle qui s'opposait à la réalisation rapide de la mise en valeur du Rhône.*

« La Ville de Paris qui, il y a dix ans, faisait siennes les conclusions du projet Harlé, et qui considère qu'elle a quelques droits sur un fleuve national, estima qu'elle ne pouvait abandonner la partie, et qu'elle devait rechercher si une en-