Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 41 (1915)

Heft: 3

Artikel: Efforts provoqués par les differences de température dans les tubes en béton armé

Autor: Paris, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-31589

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

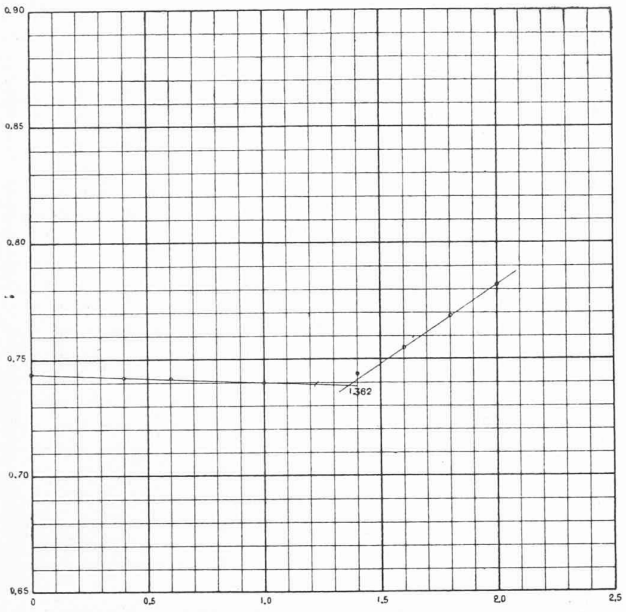

Fig. 5. — Usine de Ventavon, 2me jaugeage, 2me titration de la solution finale.

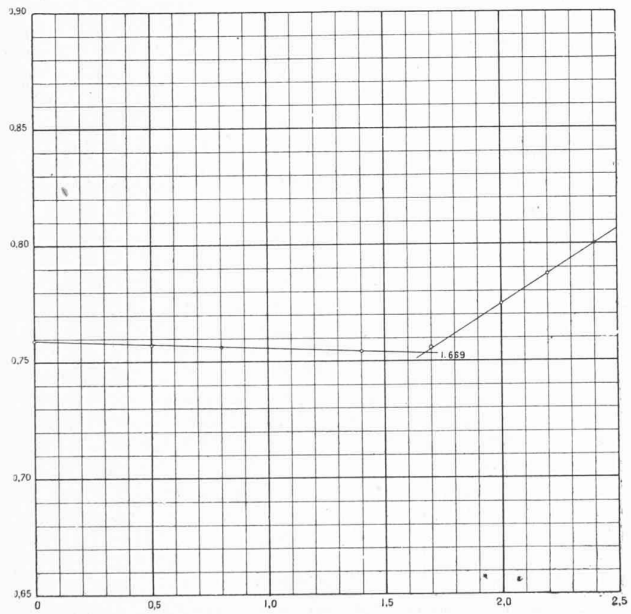

Fig. 6. — Usine de Ventavon, 2me jaugeage, 3me titration de l'eau de la Durance.

Tracé du graphique : figure 6.

Point obtenu : 1,669 cm³ de nitrate d'argent pour 400 cm³ d'eau, plus 5 cm³ de solution initiale diluée.

A retrancher	1,065	pour ces 5 cm³
Reste	0,604	pour 400 cm³ d'eau.

Donc pour 1000 cm³ d'eau :

$$n = 1,51$$

4° *Calcul du débit.*

$$d_1 = 0,5818 \text{ litre/seconde}$$

$$D = 0,5818 \frac{21\,300}{3,405 - 1,51} - 0,6$$

$$= \mathbf{6538,9} \text{ litres/seconde.}$$

Par titration chimique nous avions trouvé :

6579,3 litres/seconde

(différence : environ — 0,6 %).

Efforts provoqués par les différences de température dans les tubes en béton armé.

par A. Paris, ingénieur-civil, professeur à l'Université de Lausanne.

Depuis que *Bouniceau* a démontré la grande analogie des coefficients de dilatation du béton de ciment Portland normal ($\alpha = 0,000013$ ou 14) et de l'acier doux de construction ($\alpha = 0,00001235$), la pratique a admis l'axiome de l'indifférence du béton armé aux variations de température, sauf toutefois en ce qui concerne l'opposition que rencontre la dilatation naturelle dans les appuis rigides. Cette hypothèse est du reste admissible dans la construction courante pour les deux raisons suivantes : 1° les variations normales de température sont comprises entre des limites extrêmes de cinquante degrés et l'état de repos se trouve à mi-distance environ. 2° les efforts théoriques dus au retrait sont beaucoup plus considérables puisqu'ils équivalent à une variation thermique moyenne de 300° abstraction faite des déformations intérieures subies de leur fait pendant la prise et le durcissement, déformations qui restreignent ces efforts dans une limite encore inconnue. Le reliquat, qu'on néglige du reste aussi, compense sûrement les efforts que provoque l'élévation normale de la température. Ils doublent par contre, au minimum, ceux qui résultent d'un froid naturel intense.

Les deux coefficients de dilatation du béton et du fer montrent un écart maximum de 1,65 millionnième par degré centigrade, ce qui est très peu, mais qui reste pourtant comparable à l'inverse du coefficient d'élasticité normal, de 140 000 kg/cm², soit 7,2 millionnièmes. Si le béton devait restreindre sa dilatation pour rester au niveau du métal, il éprouverait donc une compression de 1,65 : 7,2 = 0, 23 kg/cm² par degré centigrade, soit 5,8 kg/cm² pour 25°. Cet effort ne sera du reste pas atteint, puisque le fer oppose une résistance élastique et que sa distension se déduira du raccourcissement infligé au béton.

Ces efforts, négligeables dans les limites ordinaires de variations thermiqnes, prennent par contre de l'importance lorsque le corps en béton armé se trouve en contact avec de hautes températures, comme dans les bacs à eau chaude ou surtout dans les cheminées d'usine. Dans ce dernier cas, l'enveloppe intérieure devant se limiter à la zone des températures dangereuses au béton armé, on

trouve que l'enveloppe extérieure subit des efforts complémentaires qui réclament la protection du tube intérieur déjà avant que la température elle-même puisse nuire à son intégrité.

Ceci vient du reste du fait qu'on doit compter avec l'échauffement absolu, autant qu'avec la différence d'échauffement entre les deux faces d'entrée et de sortie de la chaleur interne. Nous passerons en revue succincte ces deux types d'efforts, auxquels le Prof. *Saliger*, de Prague, a consacré une étude remarquable, quoique simplifiée, dans le *Manuel d'Emperger*.

I. Efforts dus au degré moyen de température.

Nous admettrons, comme base de calcul, que les sections transversales et longitudinales restent planes, ce qui est parfaitement admissible, sauf près des faces du système. Nommons E_b et E_f les coefficients d'élasticité du béton et du fer, n le rapport E_f/E_b, et ε_b et ε_f les dilatations élastiques unitaires, positives ou négatives. Soit $\mu = f/F_b$ le pourcentage de la section hétérogène en armature symétrique, et soient enfin σ_b et σ_f les efforts spécifiques dans le béton et dans l'armature. Nous aurons les équations suivantes :

Equilibre des efforts $F_b\,\sigma_b - f\,\sigma_f = 0$ soit $\sigma_b - \mu\,\sigma_b = 0$

Equilibre des déformations $\varepsilon_b + \varepsilon_f = (\sigma_b - \sigma_f)$

$$\text{où } \varepsilon_b = \sigma_b/E \quad \text{et} \quad \varepsilon_f = \sigma_f/E_f$$

Si nous combinons ces deux équations d'équilibre, nous trouvons les solutions

$$\sigma_f\,(1 + n\,\mu) = (\alpha_b - \alpha_f)\,t^o\,E_f$$
$$\sigma_b = \mu\,\sigma_f$$

Supposons un béton armé qui ait fait sa prise à 10° et qui se trouve porté à 300° dans toute son épaisseur. L'échauffement de 290° est admissible, puisque selon les essais de *Woolson*, le béton a encore alors 70 % de sa résistance si son ballast est calcaire, et sa résistance entière s'il est de roche éruptive (basalte). Le coefficient d'élasticité peut, par contre, tomber au tiers environ de sa valeur primitive. Nous introduirons donc dans le calcul les valeurs de E_b de 70,000 et de 140,000, en gardant pour E_f la valeur de 2,100,000 kg/cm². Le produit $(\alpha_b - \alpha_f)\,t^o$ de 4,8 dix-millièmes nous donne, pour les pourcentages courants de 0 à 4 %, les valeurs suivantes :

Echauffement de 290 degrés centigrades

$E_b = 70{,}000$

$\mu = 0$ %	$\sigma_f =$ 1010 kg/cm²	$\sigma_b =$ 0 kg/cm²
= 0,5 %	= 875	= 4,37
= 1 %	= 775	= 7,75
= 2 %	= 630	= 12,6
= 4 %	= 458	= 18,3

Echauffement de 290 degrés centigrades

$E_b = 140{,}000$

$\mu = 0$ %	$\sigma_f =$ 1010 kg/cm²	$\sigma_b =$ 0 kg/cm²
= 0,5 %	= 935	= 4,67
= 1 %	= 875	= 8,75
= 2 %	= 775	= 15,5
= 4 %	= 630	= 25,2

Ainsi donc, dans notre cas d'échauffement, quel que soit le rapport n des coefficients d'élasticité, la tension dans l'armature tendra à la limite de 1010 kg/cm² lorsque le pourcentage diminuera. Pour le pourcentage riche de 4 %, nous pourrons atteindre 25,2 kg/cm² de compression dans le béton, et même au delà si le coefficient d'élasticité se trouve plus élevé à la température prévue. Ces efforts maxima sont assez importants pour justifier une protection, puisqu'ils s'ajoutent aux résistances générales. Ils ne tiennent du reste pas compte de la seconde cause d'efforts, les inégalités de températures intérieures.

II. Efforts dus aux inégalités de température.

a) *Différence de température.*

Nommant t_i la température du fluide intérieur et t_e celle de l'atmosphère extérieure, t_1 et t_2 les températures des faces intérieure et extérieure de la paroi, *Saliger* donne les formules suivantes (*Manuel d'Emperger* IV 2, page 153. Première édition).

$$t_1 = \frac{t_i + t_e + t_i\,\dfrac{rd}{c}}{2 + \dfrac{rd}{c}} \qquad t_2 = \frac{t_i + t_e + t_e\,\dfrac{rd}{c}}{2 + \dfrac{rd}{c}}$$

$$\tau = t_1 - t_2 = \frac{rd\,(t_1 - t_e)}{2\,c + rd}$$

où le coefficient de radiation r par m² a la valeur de 4 à 5 entre l'air et le béton, et le coefficient c de conductibilité du béton a la valeur 0,3 à 0,6. Nous calculerons avec leurs valeurs moyennes. Nous nommons τ la différence $t_1 - t_2$ de température des faces de la paroi (en degrés centigrades). Ainsi, par une température extérieure de — 20° et une température intérieure de 150° de la fumée, avec une paroi de 11 cm, la chute de température serait

$$\tau = \frac{4{,}5\;0{,}11\,(150 + 20)}{2\;0{,}45 + 4{,}5\;0{,}11} = 60^o$$

b) *Inégalité de dilatation longitudinale.*

La différence de dilatation longitudinale du tube provoque des efforts intérieurs qui s'équilibrent sur la section annulaire transversale, les efforts de compression intérieurs répondant aux efforts d'extension du béton et de l'armature à la face extérieure. Nommons T_1 et T_2 les excédents sur la température t_o qui régnait lors du bétonnage. Les génératrices extrêmes prendront les longueurs

$$AA' = l\,(1 + T_1)$$
$$BB' = l\,(1 + T_2)$$

où la longueur l est l'unité. La différence des dilatations de AA' et BB' équivaut à la somme des déformations élastiques des fibres extrêmes. Nous avons donc

$$\alpha\,(T_1 - T_2) = \varepsilon_b + \varepsilon_{bl} = \alpha\,\tau$$

Nous avons de plus les équations fondamentales de Hooke

$$\varepsilon_{bl} = \frac{\sigma_{bl}}{E_{bl}} \qquad \varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} \qquad \varepsilon_f = \frac{\sigma_f}{E_f}$$

et la proportionalité des déformations aux ordonnées à l'axe neutre

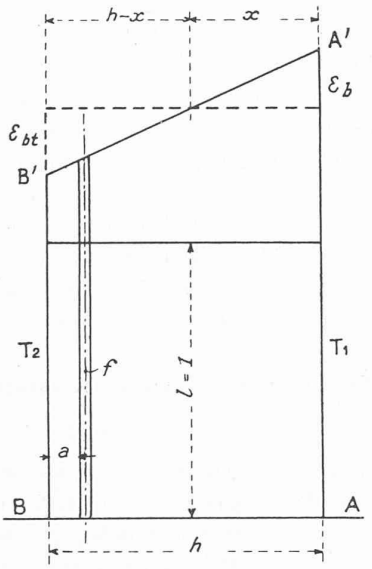

Fig. 1.

$$\frac{\varepsilon_{bt}}{h-x} = \frac{\varepsilon_b}{x} = \frac{\varepsilon_f}{h-a-x}$$

Posant $E_b = m\ E_{bt}$ et $E_f = n\ E_b$ nous combinons ces valeurs de ε et trouvons

$$\frac{\sigma_{bt}}{(h-x)\ E_{bt}} = \frac{\sigma_b}{m\ E_{bt}\ x} = \frac{\sigma_f}{m\ n\ E_{bt}\ (h-a-x)}$$

Si nous établissons l'équilibre intérieur en tenant compte de la variation de développement d'une face du tube à l'autre, nous obtenons l'équation du troisième degré

$$\pi\left[r\,(h-x) + \frac{h^2-x^2}{2}\right](h-x) + m\ n\ F\,(h-a-x)$$
$$-\pi\ m\ x^2\left(r+\frac{x}{2}\right) = O$$

où F est l'armature totale verticale de l'anneau.

Cette équation est mal commode à résoudre. Nous la ramènerons au second degré en remarquant que l'épaisseur h est faible relativement au rayon intérieur r. Nous négligeons donc la courbure pour considérer un élément de largeur constante b et d'armature verticale f. Notre équation se réduit ainsi à la forme

$$b\ x^2\,(m-1) + 2x\,(bh + mnf) - 2\,mnf\,(h-a) - bh^2 = O$$

qui nous fixe l'axe neutre.

Nous faisons intervenir l'équation de dilatation thermique en remplaçant les ε par leurs valeurs, et nous obtenons en définitive

$$\sigma_b = \frac{F_b\ a\ \tau}{h}\ x \qquad \sigma_{bt} = \frac{\sigma_b\,(h-x)}{mx} \qquad \sigma_f = \frac{n\ \sigma_b\,(h-a-x)}{x}$$

Le problème est résolu si l'on connaît la section f de l'armature. Pour la calculer approximativement, le mieux est de faire, comme *Saliger*, $f = 0$ dans le calcul général, et déterminer la somme des tensions à reprendre par chaque barre, soit pour une largeur b

$$f\ \sigma_f = b\ (h-x)\ \frac{\sigma_{bt}}{2} \qquad \text{où } \sigma_{bt} = \frac{F_b\ \sigma\ \tau}{m + \sqrt{m}}$$

$$\text{et}\quad x = \frac{h}{1+\sqrt{m}}$$

Cette valeur permet alors un calcul exact par notre équation.

Prenons a égale 14 millionnièmes, $m = 9$ en tenant compte des grands efforts à prévoir, $n = 10$ et $E_b = 210{,}000$. Admettons la paroi de 11 cm avec une chute de température de 60°. Les valeurs provisoires seront

$$\sigma_{bt} = \frac{210{,}000.14.60}{1{,}000{,}000\,(9+3)} = 14{,}7 \text{ kg/cm}^2$$

$$x = \frac{11}{1+\sqrt{9}} = 2{,}75 \text{ cm} \qquad h - x = 8{,}25 \text{ cm}$$

$$f\ \sigma_f = 100.8{,}25\ \frac{14{,}7 \text{ kg.}}{2} = 6080 \text{ kg.}$$

soit une armature de 6,1 cm² par mètre. En introduisant cette valeur dans notre calcul, nous trouvons l'équation

$$800\ x^2 + 3300\ x - 22{,}500 = O$$

dont la racine utile est $x = 3{,}63$ cm. Les efforts sont donc en fin de compte

Béton
$$\begin{cases} \sigma_b = \dfrac{210{,}000.14.60}{1{,}000{,}000.11}\ 3{,}63 = 58{,}3 \text{ kg/cm}^2 \text{ de compression} \\ \sigma_{bt} = \dfrac{58{,}3.7{,}37}{9.3{,}63}\ 12{,}1 \text{ kg/cm}^2 \text{ d'extension} \end{cases}$$

et dans l'armature $\sigma_f = \dfrac{10.58{,}3.5{,}87}{3{,}63} = 940 \text{ kg/cm}^2$.

L'armature calculée doit naturellement se mettre en sus de celle que demande la stabilité au vent. L'effort de compression maximum de 58,3 kg. dans le béton, majoré des efforts statiques, dépassera facilement la limite permise de 70 kg/cm², et il faudra déjà prévoir de ce fait une chemise de protection intérieure.

c) *Inégalité de dilatation annulaire.*

Sous l'influence de l'excédent de température, la face intérieure de la paroi tend à se dilater proportionnellement plus que la face extérieure. Supposons l'anneau de rayon moyen r_m fendu suivant une génératrice. Il tendra à s'ouvrir suivant un cercle de rayon plus grand R. Nommons encore T_1 et T_2 les excédents de température $t_1 - t_o$ et $t_2 - t_o$, où t_o est la température qu'il faisait au moment de la prise du béton, t_1 et t_2 étant celles des faces intérieure et extérieure de la paroi. Les deux faces se dilateront et prendront les développements

$$AOA = 2\,\pi\,(r+d)\,(1+a\ T_2)$$
$$BOB = 2\,\pi\,r\ (1+a\ T_1)$$

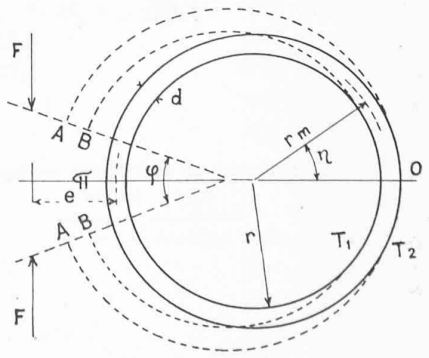

Fig. 2.

La dilatation de la face intérieure étant la plus grande, l'anneau devra s'ouvrir et formera un grand secteur d'anneau de rayon intérieur R et d'angle $2\pi - \varphi$, où φ est l'angle d'ouverture des deux lèvres de la fente supposée. Nous aurons alors les équations

$$\frac{AOA}{2\pi\left[R + d\left(1 + \alpha\,\frac{T_1 + T_2}{2}\right)\right]} = \frac{BOB}{2\pi R} = \frac{2\pi - \varphi}{2\pi}$$

Les deux premiers rapports nous fournissent le rayon intérieur de l'anneau ouvert, par

$$R = \frac{rd\left(1 + \alpha\,\frac{T_1 + T_2}{2}\right)(1 + \alpha\,T_1)}{d\,(1 + \alpha\,T_2) - r\,\alpha\,\tau}$$

Nous remplaçons R par sa valeur et trouvons par les deux derniers rapports

$$\varphi = \frac{2\pi\,\alpha\,\tau\,r_m}{d\left(1 + \alpha\,\frac{T_1 + T_2}{2}\right)}$$

Le déplacement $\Delta\,m$ relatif des deux lèvres de la fente prend la valeur

$$\Delta\,m = r_m\,\varphi$$

Nous annulons simultanément φ et Δ_m par l'intervention de deux forces F égales et opposées, et obtenons les équations de déformation

$$\varphi = \frac{2\,F}{EI}\int_o^{\pi}(e + r_m + r_m\cos\eta)\,dl$$

$$m = \frac{2\,F}{EI}\int_o^{\pi}(e + r_m + r_m\cos\eta)\,(1 + \cos\eta)\,r_m\,dl$$

où η est l'angle variable qui repère les éléments d'anneau dl, et où $dl = r_m.d\,\eta$

Nous trouvons, par résolution des intégrales, les deux équations suivantes

$$\varphi = \frac{2\,\pi\alpha\,\tau\,r_m}{d\left(1 + \alpha\,\frac{T_1 + T_2}{2}\right)} = \frac{2\,F}{EI}\,(e + r_m)\,r_m\,\pi$$

$$\Delta\,m = r_m\,\varphi = \frac{2\,F}{EI}\,r_m^2\,(e + r_m)\,\pi$$

qui sont identiques, après simplification. Leur valeur commune donne le moment fléchissant

$$M = F\,(e + r_m)$$

qui agit sur l'enveloppe. C'est le couple

$$M = \frac{EI\,\alpha\,\tau}{d\left(1 + \alpha\,\frac{T_1 + T_2}{2}\right)}$$

Dans son étude, *Saliger* avait trouvé au dénominateur le seul facteur d. Son expression

$$M = \frac{EI\,\alpha\,\tau}{d}$$

est pratiquement équivalente à celle que nous avons déduite ci-dessus, par un calcul plus complet.

Calculons, à l'aide de notre formule, l'armature de répartition annulaire d'une cheminée de 11 cm. de paroi. Les températures de ses faces intérieure et extérieure sont $+ 95^o$ et $+ 35^o$. La chute τ est donc 60°. Nous admettons que le bétonnage a été effectué à la température extérieure de 15°, ce qui nous donne $T_1 = 80^o$ et $T_2 = 20^o$, soit 50° pour leur moyenne. Le coefficient α de dilatation reste 14 millionnièmes, et le coefficient d'élasticité $E = 210{,}000$. Le moment d'inertie d'une section verticale de 1 mètre de haut est donc

$$I = \frac{100.11^3}{11} = 11100\ \text{cm}^4$$

Le moment fléchissant est ainsi

$$M = \frac{14.200{,}000.111{,}00.60}{1{,}000{,}000\ 11\left(1 + \frac{14\ 50}{1{,}000{,}000}\right)} = 170{,}000\ \text{kg/cm.}$$

Nous répondons à ce moment considérable en admettant l'hypothèse du béton tendu non fissuré, ce qui est admissible puisqu'il n'y aura aucun effort supplémentaire. Nous admettrons pour la même cause que l'armature de répartition travaille près de la limite d'élasticité, et reste soutenue par le béton tendu. Dans ces conditions, nous avons les formules suivantes pour le profil rectangulaire

$$b\,(m - 1)\,x^2 + 2\,(bh + fnm)\,x - bh^2 - 2\,mnf\,(h - a) = O$$

$$\sigma_{bt}\,\frac{M\,(h - x)}{I} \qquad \sigma_b = \frac{m\ \sigma_{bt}\ x}{h - x} \qquad \sigma_f = nm\ \sigma_{bt}\,\frac{h - a - x}{h - x}$$

où I est le moment d'inertie total, béton tendu inclus, et calculé sous forme

$$I = \Sigma\left(\Delta\,f.y^2\,\frac{E}{E_{bt}}\right)$$

affectant les éléments de béton comprimé et d'armature des facteurs de majoration m et mn.

Mettons dans notre paroi de 11 cm une armature de répartition de 8 cm² par mètre courant, et nous trouvons les résultats suivants (pour $b = 100$, $h = 11$, $f = 10$, $m = 9$ et $n = 10$)

$$800\,x^2 + 4000\,x - 29{,}200 = O$$

soit $x = 4{,}05$ cm $\quad h - x = 6{,}85$ cm $\quad h - a - x = 5{,}35$ cm

$$I = 9.100.\frac{4{,}05^3}{3} + 100\,\frac{6{,}85^3}{3} + 9.10.10.5{,}35^2 = 56\,400\ \text{cm}^4$$

Béton tendu $\quad \sigma_{bt} = \dfrac{170{,}000.6{,}85}{56{,}400} = 20{,}6\ \text{kg/cm}^2$

Béton comprimé $\quad \sigma_b = \dfrac{9.20{,}9.4{,}05}{6{,}85} = 109\ \text{kg/cm}^2$

Acier tendu $\quad \sigma_f = 9.10.20{,}6\,\dfrac{5{,}35}{6{,}85} = 1450\ \text{kg/cm}^2$

Nous trouvons ainsi des efforts d'une intensité telle que des déformations permanentes sensibles sont à craindre à la face intérieure du tube. Il s'en suivrait une fissuration horizontale dangereuse, et nous voyons que la chemise protectrice est encore nécessaire dans ce cas.

Nous remarquons donc, comme conclusion, que, si les efforts dus aux hautes températures sont à prendre en considération, ce sont ceux dus aux différences de températures qui amènent un danger immédiat. Il vaut donc mieux, en thèse générale, abandonner le béton armé à des températures élevées, de 300° environ, que de risquer les efforts intérieurs que produirait son refroidissement unilatéral.