

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 40 (1914)
Heft: 5

Artikel: Sur quelques appareils d'intégration
Autor: Ansermet, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-30839>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES — PARAISSANT DEUX FOIS PAR MOIS

RÉDACTION : Lausanne, 2, rue du Valentin : Dr H. DEMIERRE, ingénieur.

SOMMAIRE : Sur quelques appareils d'intégration, par A. Ansermet, ingénieur. — Concours pour l'élaboration des plans d'un bâtiment destiné à l'Ecole de filles, commune de Sion (Valais), (suite et fin). — Le cadastre, les améliorations foncières et la préparation professionnelle des géomètres. — Société fribourgeoise des ingénieurs et architectes — Résultats du concours pour l'Institut Mégevand, à Genève.

Sur quelques appareils d'intégration

par A. ANSERMET, ingénieur.

Il y a à peine un siècle que les premiers appareils d'intégration furent inventés; aujourd'hui leur nombre est considérable et leur emploi répandu dans toutes les sciences appliquées, les sciences techniques en particulier (résistance des matériaux, électrotechnique, architecture navale, etc.). Nous ne parlerons pas dans cet article de l'intégration mécanique des équations différentielles; les recherches faites jusqu'ici dans ce domaine avaient principalement pour but l'intégration d'équations qui se rencontrent en balistique intérieure et extérieure (celles de Riccati et d'Abel par ex.) et les lecteurs du *Bulletin* que cela intéresse trouveront dans un ouvrage récent¹ une étude monographique de ces appareils. Il ne sera donc question dans ce qui va suivre que des intégrateurs simples et comme types de ces différents intégrateurs nous choisirons ceux construits par les maisons Amsler à Schaffhouse et Coradi à Zurich, à l'obligeance desquelles nous devons les clichés qui accompagnent cet exposé.

Sous le nom d'intégrateurs simples on désigne :

I. Les planimètres, qui permettent le calcul des aires (planes ou sphériques).

II. Les intégromètres, servant à mesurer les aires, les moments statiques et les moments d'inertie des figures planes.

III. Les intégraphes, qui dessinent automatiquement la courbe intégrale, soit la fonction $Y = \int f(x) dx$.

IV. Les analyseurs harmoniques donnant les coefficients A et B de la série de Fourier.

Le premier chapitre, très succinct, sera donc consacré aux planimètres dont la construction est connue de chacun.

1. Les planimètres.

a) *Les planimètres à rotation.* — Ces appareils doivent leur nom au fait que la roulette intégrante roule sur un cône de révolution tournant autour de son axe; ils n'ont plus guère qu'un intérêt historique.

b) *Les planimètres à tige de longueur constante.* — Le principe est le suivant : une tige portant la roulette intégrante est munie à une extrémité d'un traçoir qui décrit

le contour de la figure à calculer pendant que l'autre extrémité est astreinte par un mécanisme à engendrer un certain lieu (*directrice*); à ce point de vue il faut distinguer :

1° Le planimètre polaire (directrice circulaire).

2° » linéaire (directrice rectiligne).

3° » de Prytz (la directrice est l'enveloppe de la tige).

4° Le planimètre Petersen (la tige reste parallèle à une direction fixe).

Le plus répandu de tous est le planimètre polaire à disque.

c) Les planimètres ne rentrant dans aucune des catégories a) ou b) et parmi lesquels nous citerons les planimètres d'Amsler pour le calcul des figures sphériques.

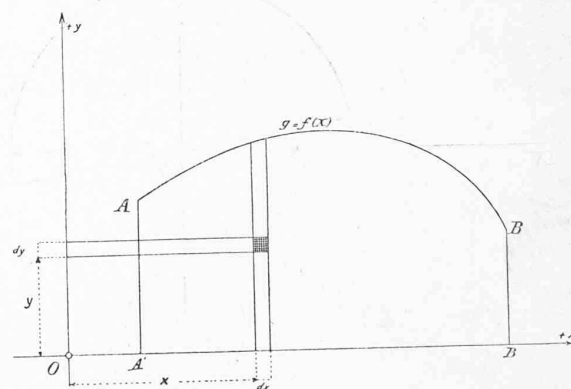


Fig. 1.

Calcul du moment statique, du moment d'inertie et du moment centrifuge.

Considérons (fig. 1) la figure $ABB'A'$ rapportée à des axes de coordonnées rectangulaires; on peut, indirectement, il est vrai, calculer au moyen du planimètre le moment statique S_x , le moment d'inertie I_x et le moment centrifuge C_{xy} :

$$S_x = \iint y \, dx \, dy = \int dx \int y \, dy = \frac{1}{2} \int y^2 \, dx$$

$$I_x = \iint y^2 \, dx \, dy = \int dx \int y^2 \, dy = \frac{1}{3} \int y^3 \, dx$$

$$C_{xy} = \iint xy \, dx \, dy = \int x \, dx \int y \, dy = \frac{1}{2} \int x y^2 \, dx$$

¹ Les appareils d'intégration, par H. de Morin (Gauthier-Villars).

Il suffit donc de construire trois courbes auxiliaires ayant pour ordonnées respectivement y^2 , y^3 et xy^2 ; en les planimétrant, on obtient le double du moment statique, le triple du moment d'inertie, et le double du moment centrifuge. La construction de ces trois courbes, à l'aide de la règle logarithmique par exemple, est assez rapide; malgré cela ce procédé a une valeur plus théorique que pratique.

II. Les intégromètres.

Nous choisirons comme type de ces appareils, pour en étudier le principe, l'intégrateur d'Amsler dont la fig. 2 donne le schéma du mécanisme. Soient A l'aire d'une figure plane (le profil d'un rail par ex.), S_x et I_x les moments statique et d'inertie de cette figure par rapport à un axe quelconque XX , enfin b la longueur du bras mobile $O_1 t$; ce bras porte une roulette intégrante R et un traçoir t qui suit le pourtour de la figure pendant que

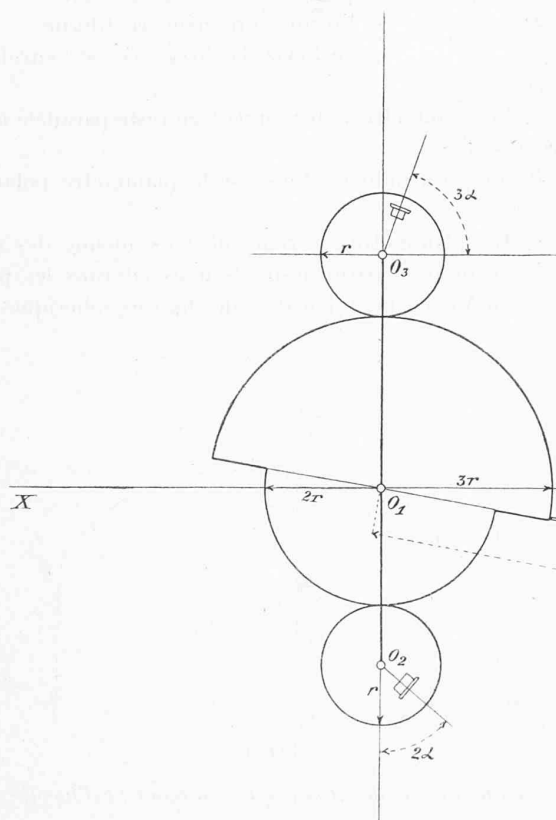


Fig. 2

l'extrémité O_1 est astreinte à demeurer sur l'axe XX . C'est donc le principe des planimètres linéaires et nous aurons à chaque instant : $y = b \sin \alpha$ en outre à un déplacement dx de O_1 correspond sur la roulette R un arc élémentaire $\sin \alpha dx$.

Appliquons maintenant les formules établies précédemment :

$$\begin{aligned} A &= \int y dx = b \int \sin \alpha dx \\ S_x &= \frac{1}{2} \int y^2 dx = \frac{1}{2} b^2 \int \sin^2 \alpha dx \\ I_x &= \frac{1}{3} \int y^3 dx = \frac{1}{3} b^3 \int \sin^3 \alpha dx \end{aligned}$$

Comme d'autre part :

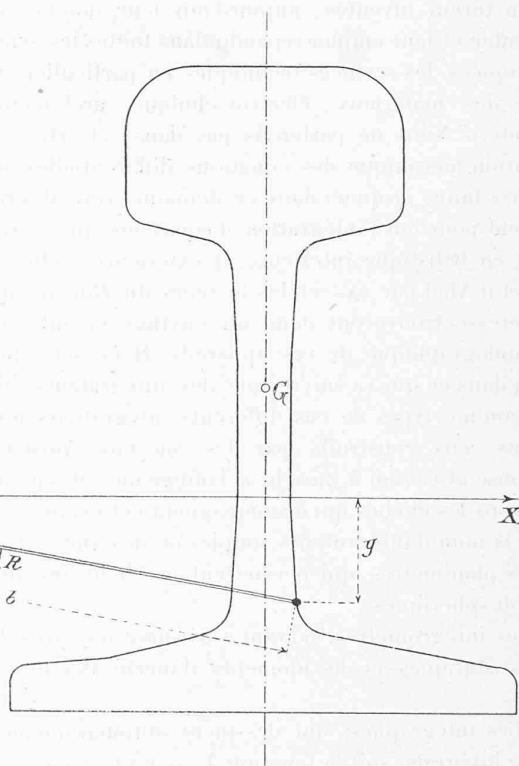
$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2 \alpha) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} \pm 2 \alpha \right) \\ \sin^3 \alpha &= \frac{3}{4} \sin \alpha - \frac{1}{4} \sin 3 \alpha \end{aligned}$$

Nous aurons :

$$\begin{aligned} S_x &= -\frac{1}{4} b^2 \int \sin \left(\frac{\pi}{2} \pm 2 \alpha \right) dx \quad \left(\int dx = 0 \right) \\ I_x &= \frac{1}{12} b^3 \left[3 \int \sin \alpha dx - \int \sin 3 \alpha dx \right] \end{aligned}$$

Le problème est donc ramené à la détermination des 3 intégrales :

$$\begin{aligned} \int \sin \alpha dx \\ \int \sin \left(\frac{\pi}{2} \pm 2 \alpha \right) dx \\ \int \sin 3 \alpha dx \end{aligned}$$



La fig. 2 montre clairement le dispositif adopté par Amsler : le point O_1 est le centre de deux segments circulaires de rayons $2r$ et $3r$; ces segments engrènent avec deux disques O_2 et O_3 de rayon r et portant chacun une roulette intégrante. Il en résulte que si à un moment quelconque les axes des trois roulettes font avec l'axe des x des angles égaux respectivement à α ,

$$\frac{\pi}{2} \pm 2 \alpha \quad \text{et} \quad 3 \alpha$$

il en sera de même à chaque instant quelle que soit la valeur de α . Les lectures une fois faites sur les roulettes

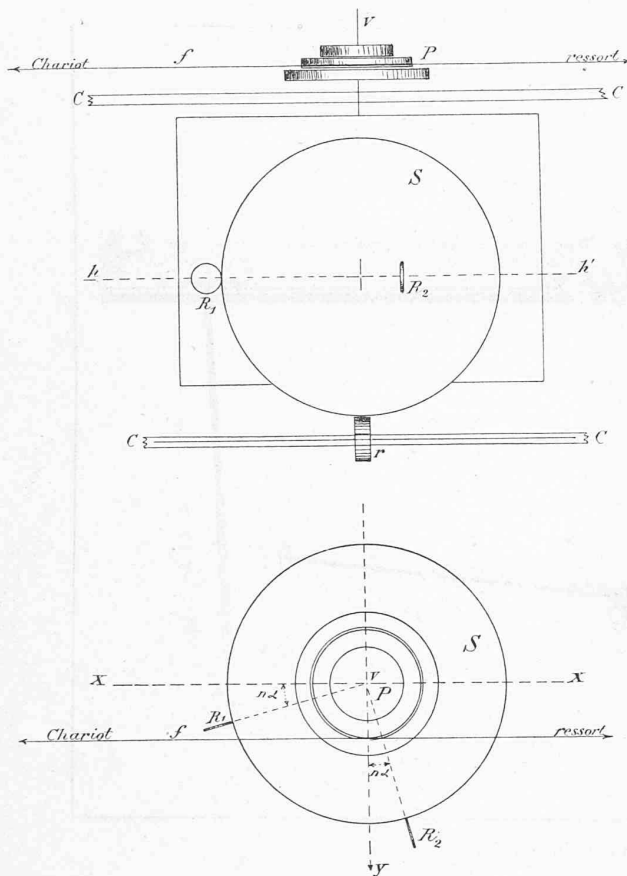


Fig. 4.

III. Les intégraphes.

Les intégraphes sont des appareils qui donnent non seulement le résultat final de l'intégration des expressions telles que $\int y dy$, $\int y^2 dx$, etc., mais encore la variation de ces intégrales pour chaque valeur de l'abscisse x et ceci par le tracé de la courbe intégrale; c'est donc par l'étude de cette dernière que nous commencerons.

La courbe intégrale se rencontre fréquemment en pratique : la courbe de Brückner par exemple, utilisée pour

l'étude du mouvement des terres, est la courbe intégrale de la ligne représentative des remblais et déblais.

Considérons (fig. 6) la courbe OMB d'équation $y = f(x)$ et traçons successivement la 1^{re} courbe intégrale O_1IB_1 : $ay_1 = \int y dx$ ($a = ou \neq 1$), puis la 2^{me} courbe intégrale O_2B_2 : $ay_2 = \int y_1 dx$. Nous allons rappeler brièvement les principales propriétés de ces courbes :

$$1^o \quad \frac{dy_1}{dx} = \frac{y}{a} \quad \frac{dy_2}{dx} = \frac{y_1}{a}$$

Les tangentes en P_1 et P_2 sont donc respectivement parallèles à PQ et P_1Q_1 ; au maximum M correspond au point d'inflexion I .

2. L'ordonnée quelconque P_1P_1' représente l'aire $OMPP'$.

Le moment statique de l'aire $OMBA$ par rapport à BA est égal soit à l'aire $O_1IB_1A_1$ soit à l'ordonnée A_2B_2 , enfin le moment d'inertie de l'aire $OMBA$ par rapport à BA est représenté par le double de la surface $O_2P_2B_2A_2$ (a est supposé égal à 1).

Les courbes y_1 et y_2 sont respectivement tangentes à O_1A_1 et O_2A_2 ; la tangente B_2D est la courbe intégrale de l'horizontale B_1C_1 et le point D se trouve sur la verticale du centre de gravité G .

3^o La courbe $y_2 = \int y_1 dx$ est une des courbes *funiculaires* relative à la surface de charge $OMBA$ (la longueur a joue le rôle de distance polaire).

4^o Si OA est une poutre droite *encastrée* en A soumise à la surface de charge $OMBA$, la 1^{re} courbe intégrale

$$y_1 = \int y dx$$

représente les *efforts tranchants* et la 2^{me} courbe intégrale $y_2 = \int y_1 dx$ représente les *moments fléchissants* dans les différentes sections; enfin la *ligne élastique* :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \pm \frac{M}{EI}$$

s'obtient par une double intégration de la courbe d'ordonnées $\frac{M}{EI}$; le module d'élasticité E est presque toujours constant; si le moment d'inertie I est aussi constant, il suffit de construire la 2^{me} courbe intégrale de celle des moments fléchissants.

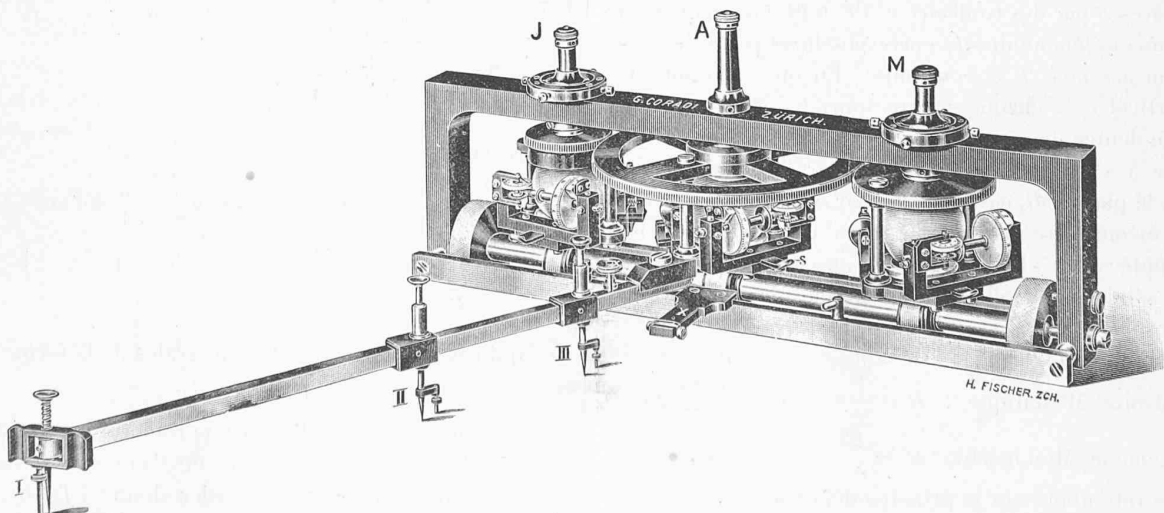


Fig. 5 — Intégromètre Hele-Shaw (Coradi).

