**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande
**Band:** 40 (1914)
**Heft:** 23

**Artikel:** Note sur le calcul des coupoles de réservoirs en béton armé
**Autor:** Paris, A.
**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-30876

**Nutzungsbedingungen**
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 16.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

Un monte-bagages actionné à l'électricité permet de transporter les colis des voyageurs depuis l'entrée de service dans leurs chambres sans traverser les locaux destinés au public.

Chaque étage a son office avec monte-plats et table pour le service en chambre.

La grande majorité des pièces donnent au midi avec balcons et vue splendide sur le massif du Mont-Blanc, un petit nombre seulement sont tournées à l'est, à l'ouest et les chambres de courriers au nord.

Les chambres sont disposées de façon à pouvoir être louées isolément ou réunies en appartements.

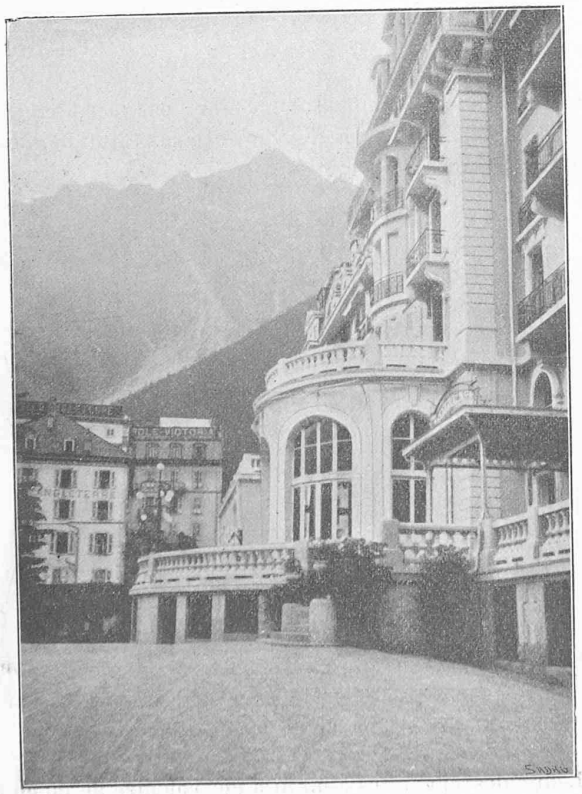
Chaque appartement a sa salle de bains et cabinet de toilette avec *W. C.* privé donnant sur façade ; les pièces qui n'ont pas de cabinet de toilette sont pourvues de toilettes fixes avec eau chaude et froide.

Au centre de la façade sud il a été aménagé à chaque étage un appartement de luxe avec entrée et couloir spécial consistant en salon et deux grandes chambres à coucher possédant chacune cabinet de toilette et salle de bains.

Dans toutes les chambres à coucher il a été placé des armoires à glace, un vaccum-cleaner pour le nettoyage par le vide a été prévu.

Le mobilier est très soigné et répond à toutes les exigences de la clientèle de premier ordre à laquelle la maison est destinée.

Dans le beau parc qui entoure l'hôtel ainsi que sur la grande vérandah on a disposé un restaurant en plein air pour les journées d'été.



Détail de la façade du Chamonix-Palace-Hotel.

Des installations ombragées seront réservées pour les hôtes, ainsi que des places de jeux de tennis et de croquet pour les enfants.

La maison a également toutes les dépendances indispensables aujourd'hui et un garage bien aménagé avec fosse et chambres de chauffeurs à l'étage.

Le coût total de cette construction est resté en dessous des devis établis. Il s'élève à Fr. 1 000 000 chiffre rond.

Nous reproduisons aux pages 266, 267 et 268 les plans du Chamonix-Palace et publierons plus tard quelques photographies des pièces les plus intéressantes.

# Note sur le calcul des coupoles de réservoirs en béton armé.

par A. Paris, ingénieur civil, professeur à l'Université de Lausanne,

Le calcul analytique exact d'une coupole pleine, sans nervures, est encore à l'heure qu'il est une impossibilité, dès que l'on veut faire intervenir l'influence des déformations élastiques sur la répartition des efforts intérieurs. Les coupoles de réservoirs circulaires en béton armé se construisent couramment sur ce type, et leur poussée méridienne est équilibrée par un anneau inférieur armé en tension. Nous en sommes donc encore réduits, pour leur calcul, à la supposition de *Rankine*, qui admet que la flexibilité de la coupole l'empêche de supporter l'action de moments fléchissants, et que, dès lors, les poussées qui règnent dans la coupole, se trouvent toujours placées dans le plan tangentiel à sa surface axiale. Cette supposition est évidemment défavorable pour la double raison que la coupole travaille à la flexion composée, et qu'elle est toujours armée d'un treillis métallique assez important. Le professeur *Kohnke* indique, dans le Manuel d'Emperger, en se basant sur l'hypothèse de Rankine, des valeurs de la poussée méridienne $m$ et des tensions $a$ qui règnent entre plans méridiens, que l'on peut mettre sous forme

$$m = \frac{p\,(x^2 + y^2)^2}{4\,x^2\,y} \quad \text{et} \quad a = p\left(\frac{x^2}{4\,y} - \frac{y^3}{4\,x^2} - y\right)$$

On déduit de $m$ la tension dans l'anneau de base sous forme

$$T = p\,\frac{r^4 - f^4}{4\,rf}$$

où $r$ est le demi-diamètre de l'anneau et $f$ la flèche de la coupole sur son plan.

Lorsqu'on compare les valeurs trouvées pour la tension $T$ par cette formule à celles qu'on obtient par la méthode empirique qui consiste à décomposer la coupole en arcs par des sections méridiennes qui se croisent au sommet, on est étonné de la forte majoration que cette valeur $T$ a subie par l'application de la méthode de Rankine. Disons de suite que la décomposition susdite est indéfendable théoriquement puisque les arcs obtenus ont

une dimension nulle à leur point de croisement. Et c'est ce fait qui repousse les lignes de pression en les étalant jusqu'à une certaine distance du sommet, et diminue du même coup sensiblement leur flèche en majorant leur poussée horizontale.

La formule de la poussée méridienne $m$, donnée ci-haut, indique les valeurs caractéristiques suivantes :

$$\text{Au sommet} \quad m_s = p\,\frac{r^2 + f^2}{4\,f}$$

$$\text{Sur l'anneau} \quad m_a = p\,\frac{(r^2 + f^2)^2}{4\,r^2\,f}$$

valeur toujours plus grande que la valeur de $m_s$, et qui représente comme elle une compression.

Comme, en général, dans les coupoles de réservoirs, les efforts spécifiques se tiennent à des taux relativement modestes, pour la pression centrée du moins, on peut se demander s'il n'y aurait pas lieu de rechercher une forme de voûte plus avantageuse que la calotte sphérique, et qui fasse travailler moins intensément l'anneau de base.

La première forme qui s'offre est celle d'un méridien qui se confonde avec la ligne de pression statique due aux charges imposées. Dans ce cas, les flexions seront exclues de la voûte par sa forme même, et non par l'intervention des résistances annulaires offertes par les parallèles de la coupole, et qui se traduisent par l'augmentation de tension dans l'anneau de base.

Si nous admettons une charge $p$ uniformément répartie sur toute la calotte, la charge linéaire, sur les éléments méridiens de largeur unitaire au départ, est

$$p_x = p\,\frac{x}{r} = \frac{d_2\,M}{d\,x^2}$$

où l'abscisse $x$ se mesure dès l'axe de la coupole, et où le second terme est la seconde dérivée du moment statique variable. La ligne de moments, une parabole cubique, aura pour équation

$$M = -\,\frac{p x^3}{6\,r} + \frac{p r^2}{6}$$

La pression méridienne pour un parallèle de coordonnées $x$ et $y$ dès le sommet de la coupole, satisfera à la condition d'équilibre

$$2\,\pi\,x\,m.\,\sin\alpha = \pi\,(x^2 + y^2)\,p$$

Si nous adoptons pour méridien la parabole cubique ci-dessus déterminée, nous aurons

$$y = -\,\frac{f}{r^3}\,x^3 + f$$

et pour l'angle $\alpha$ de sa tengante

$$tg\,\alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{3\,f\,x^2}{r^3}$$

soit $$\sin\alpha = 3\,f\,x^2 : \sqrt{r^6 + 9\,f^2\,x^4}$$

L'introduction de ces valeurs dans l'équation en $m$ donne en définitive

$$m = p\,\sqrt{r^6 + 9\,f^2\,x^4}\,\left(\frac{f\,x^3}{6\,r^6} - \frac{f}{3\,r^3} + \frac{1}{6\,f x} + \frac{f}{6\,x^3}\right)$$

tension méridienne qui augmente au delà de toute limite pour l'abcisse $x = o$, c'est-à-dire au sommet de la coupole, et qui donne à l'anneau, pour $x = r$, la valeur

$$m = \frac{p\,r}{6\,f}\,\sqrt{r^2 + 9\,f^2}$$

qui est approximativement les $^2/_3$ de la poussée oblique pour calotte sphérique.

La valeur théoriquement infiniment grande à la clef de voûte montre toutefois que la concentration ainsi opérée pour la poussée est inadmissible, et que la déformation élastique y serait de nature à refouler les lignes de pression dans des zones moins fatiguées, et à augmenter de ce fait la tension dans l'anneau.

Il résulte de ce qui précède que la vraie forme de la calotte doit se trouver dans une surface intermédiaire, qui ne décharge pas inutilement la clef comme la calotte sphérique, mais ne la charge pas non plus à l'excès comme la parabole cubique.

Nous pouvons poser comme condition que la courbe méridienne assure une poussée $m$ constante dès l'anneau au sommet de la voûte. Notre coupole travaillera ainsi dans d'excellentes conditions statiques. Cette supposition s'exprime par l'équation d'équilibre général sur un parallèle d'ordonnée $y$

$$2\,\pi\,x m \sin\alpha = p\,x^2\,\pi$$

si nous remplaçons, dans l'évaluation de la charge totale, le facteur $x^2 + y^2$ qui empêcherait l'intégration, par la valeur très suffisamment approchée de $x^2$

$$2\,m\,\sin\alpha = p x$$

où

$$\sin\alpha = tg\,\alpha : \sqrt{1 + tg^2\,\alpha} = \frac{dy}{dx} : \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

et où $m$ est une constante à déterminer par la suite. L'équation différentielle qui résulte de la substitution de $\sin\alpha$ par sa valeur, est de la forme

$$4\,m^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = p^2\,x^2 + p^2\,x^2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

soit, après extraction de la racine

$$dy = \frac{p x}{\sqrt{4\,m^2 - p^2\,x^2}}\,dx$$

Nous posons $x^2 = z$, soit $dz = 2\,x\,dx$, et trouvons la forme

$$dy = \frac{p}{2}\,\frac{dz}{\sqrt{4\,m^2 - p^2\,z}} = \frac{dz}{\sqrt{16\,\frac{m^2}{p^2} - 4\,z}}$$

intégrable par

$$y = -\,\frac{2}{4}\,\sqrt{16\,\frac{m^2}{p^2} - 4\,z} + C = -\,\sqrt{4\,\frac{m^2}{p^2} - x^2} + C$$

La courbe ainsi définie passera par le sommet ($x = o$, $y = o$), et par l'anneau ($x = r$, $y = f$). La première condition nous fournit la constante $C$ d'intégration par

$$O = -\,\sqrt{4\,\frac{m^2}{p^2}} + C \qquad \text{soit } C = +\,\frac{2\,m}{p}$$

le signe moins ne convenant pas au calcul subséquent.

L'équation résultante

$$y = -\sqrt{4\,\frac{m^2}{p^2} - x^2} + \frac{2\,m}{p}$$

fournit $m$ par la condition $y = f$ pour $x = r$

$$f = -\sqrt{4\,\frac{m^2}{p^2} - r^2} + \frac{2\,m}{p}$$

qui se résout, après élévation au carré, à

$$m = p\,\frac{r^2 + f^2}{4\,f}$$

C'est, à peu de chose près, la valeur trouvée à la clef par la formule Kohnke. La courbe méridienne a donc pour équation

$$y = -\sqrt{\frac{(r^2 + f^2)^2}{4\,f^2} - x^2} + \frac{r^2 + f^2}{2\,f}$$

La tension $T$ dans l'anneau, qui équilibre les composantes $m \cos \alpha$ de la poussée méridienne, se détermine, pour $x = r$, par l'introduction de

$$\cos \alpha = 1 : \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

où

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\,f\,x}{\sqrt{(r^2 + f^2)^2 - 4\,f^2\,x^2}}$$

ce qui donne, pour $x = r$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\,f\,r}{r^2 - f^2} \qquad \text{et } \cos \alpha = \frac{r^2 - f^2}{r^2 + f^2}$$

et comme tension dans l'anneau $T = r\,m \cos \alpha$

$$T = \frac{p\,r}{4\,f}\,(r^2 - f^2)$$

Voici quelques ordonnées des trois courbes proposées, le cercle (de rapport $r = 5\,f$), la parabole cubique et le méridien à poussée constante (ordonnées mesurées dès le plan de l'anneau).

| Abscisses $x =$ | | 0 | $r/4$ | $r/2$ | $3\,r/4$ | $7\,r/8$ | $r$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ordonnées du cercle ($r = 5\,f$) | | $f$ | 0,95 f | 0,76 f | 0,45 f | 0,27 f | 0 |
| » | de la parabole cubique | $f$ | 0,98 | 0,88 | 0,58 | 0,33 | 0 |
| » | du méridien $m$ constant | | | | | | |
| | $a$) pour $r = 5\,f$ | $f$ | 0,93 | 0,76 | 0,45 | 0,24 | 0 |
| | $b$) pour $r = 4\,f$ | $f$ | 0,94 | 0,76 | 0,45 | 0,25 | 0 |

Les courbes à poussée constante présentent, relativement au cercle, deux sortes de pointes, l'une au sommet et l'autre aux reins. La forte courbure au sommet a pour effet de décharger ce point en le rendant plus flexible. Celle aux reins de la coupole ne peut guère s'expliquer par contre que comme une conséquence du cas de charge considéré par nécessité d'intégration. Nous avons dû faire abstraction du facteur $y^2$ dans la valeur $x^2 + y^2$ qui fixe la charge totale de la coupole. Si nous en avions tenu compte, nous aurions eu une majoration de la charge principalement dès les reins de la coupole, et par conséquent une courbure plus intense. Il est probable que nous aurions alors trouvé une courbe dépassant même légèrement le cercle à la retombée, au lieu de rester un peu en dessous par 0,24 et 0,25 $f$ contre 0,27 $f$. La coupole avantageuse se confondrait donc en somme avec la coupole sphérique, sauf aux environs du parallèle $x = r/4$ où il convient de rabaisser sa cote d'environ 1/40 de la flèche.

Pour fixer les idées, nous ferons le calcul comparatif de la tension dans l'anneau, déterminée d'abord par la formule Kohnke (calotte sphérique) puis par la formule ci-dessus pour poussée méridienne constante, et enfin par la méthode empirique de l'arc à trois articulations. Nous supposerons, pour cela, une coupole de 1,30 m. de flèche, reposant sur un anneau de 8,0 m. de diamètre. La charge totale, uniformément répartie, est évaluée à 1,85 $t/m^2$, poids mort compris. Nous avons ainsi

Calotte sphérique $T = 1{,}85^t\,(4{,}0^4 - 1{,}3^4) : (4.1{,}3.4{,}0) = 22{,}5$ t.
Méridien à poussée constante $T = 1{,}85^t.\ 4{,}0\ (4{,}0^2 - 1{,}3^2) : 4.\ 1{,}3 = 20.4$
Calcul empirique $T = 1{,}85^t.\ 1{,}0.\ (4{,}0^2 + 1{,}3^2).\ 4{,}0^2 : 2.\ 4{,}0.\ 3.\ 1{,}3 = 16{,}8$ t.

Le calcul de la coupole parabolique nous aurait donné un résultat de peu supérieur à celui de la méthode empirique, ce qui prouve clairement que la coupole calculée par l'arc à trois articulations est insuffisamment cerclée à sa base, de vingt pour cent environ dans notre cas.

Il y aurait intérêt à trouver une courbe plus favorable encore que celle à poussée constante, mais son calcul se heurterait à des difficultés d'intégration dès qu'on ferait dépendre la poussée méridienne de l'abscisse du point considéré.

Notons encore le fait que les surfaces, dont nous avons déterminé les méridiens par le calcul de quelques ordonnées, se distinguent en somme assez peu les unes des autres. On se rend ainsi compte des fortes charges supplémentaires que de faibles erreurs de boisage ou d'étayage de la coupole peuvent infliger à l'anneau. Il importe donc de boiser avec grand soin la coupole, et d'adopter pour l'anneau des coefficients de travail modérés.

# Corrections de rivières et endiguements de torrents en Suisse.

par M. A. de Morlot,
Inspecteur fédéral en chef des Travaux publics.

*(Suite)*[1].

c). *Digues longitudinales.*

Après avoir arrêté l'approfondissement et élargi le lit du cours d'eau au moyen de barrages, il s'agira alors de protéger les rives contre les érosions. Cela peut se faire de deux manières :

Premièrement, on peut intercaler des barrages secondaires entre les barrages principaux ; par ce moyen on exhaussera le lit encore davantage et on l'élargira. La construction de ces ouvrages intermédiaires procurera au cours du ruisseau une direction bien déterminée, ils formeront en même temps autant d'appuis protégeant les versants et en favoriseront l'adoucissement naturel des talus.

Le second mode de construction consiste à relier les ailes des barrages au moyen de digues longitudinales ; de

[1] Voir N° du 25 novembre 1914, page 256.