Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 38 (1912)

Heft: 20

Inhaltsverzeichnis

38me Année. 25 octobre 1912. N° 20.

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES — PARAISSANT DEUX FOIS PAR MOIS

RÉDACTION : Lausanne, 2, rue du Valentin : Dr H. DEMIERRE, ingénieur.

Sur un problème de raccordement.

Par A. ANSERMET, ingénieur.

Supposons qu'il s'agisse de raccorder les tangentes inégales $S\,A$ et $S\,A'$ (voir fig. page 234) ; nous n'examinerons que le raccordement par arcs de cercle (en général deux) le seul qui ait un intérêt pratique. Il existe une infinité de solutions: si O_1 désigne le centre d'un des arcs, on obtient facilement le centre O'_1 de l'autre arc et le point de contact C_1 en remarquant que le triangle $O_1\,O'_1\,B$ est isocèle (on a porté $A'\,B = A\,O_1$) ; on pourrait aussi appliquer la propriété connue: la perpendiculaire abaissée de O_1 sur la tangente $S\,A'$ coupe l'arc $A\,C_1$ en un point D situé sur $C_1\,A'$,

Traçons la tangente commune $S_1\,S'_1$ au point de contact C_1 ainsi que le cercle de centre O ex-inscrit au triangle $S\,S_1\,S'_1$ et touchant les trois côtés en $T\,T_1\,T'$; nous avons immédiatement :

$$A\,T = C\,T_1 = A'\,T' = \frac{S\,A - S\,A'}{2} = \text{constante} = r$$

$$S\,T = S\,T' = \frac{S\,A + S\,A'}{2} = \text{constante} = O\,T.\ \text{ctg}\ \frac{\beta}{2}$$

$$O\,C_1 = \sqrt{\overline{A\,T}^2 + \overline{O\,T}^2} = \text{constante.}$$

Ces trois relations expriment trois propriétés importantes :

1° Le rayon $C_1\,O'_1\,O_1$ du point de contact enveloppe un cercle de rayon r dont $A\,O_1$ et $A'\,O'_1$ sont deux tangentes fixes.

2° La tangente commune $S_1\,S'_1$ enveloppe le cercle déjà tracé de rayon $O\,T$.

3° Le point de contact C_1 engendre un cercle concentrique aux deux autres.

Il ne reste plus qu'à appliquer ces propriétés : étant donné le point de contact C_2 par exemple nous construirons sans peine les centres O_2, O'_2 et les sous-sommets S_2, S'_2 et ainsi de suite pour toute autre solution.

Il résulte donc de ces propriétés et de l'examen de la figure que les deux ponctuelles du second ordre ($C_1\,C_2\,C_3$ ...), ($T_1\,T_2\,T_3$ ...) et les quatre ponctuelles du premier ordre ($O_1\,O_2\,O_3$ ...), ($O'_1\,O'_2\,O'_3$ ...), ($S_1\,S_2\,S_3$ ...), ($S'_1\,S'_2\,S'_3$ ...) se correspondent *projectivement* ; en particulier les rayons (variables) $R = A\,O_1$ et $R' = A'\,O'_1$ seront liés par une *relation homographique* (en tenant compte des signes) de la forme :

$$K_1\,R\,R' + K_2\,R + K_3\,R' + K_4 = 0$$

et il s'agit de déterminer trois couples de valeurs correspondantes :

$$\text{Soient } S\,A = a \qquad S\,A' = a'$$

$$A\,A' = c = \sqrt{a^2 + a'^2 - 2\,a\,a'\cos\beta}.$$

a) R infini $R' = O'_6\,A' = a'\,\text{tg}\,\frac{\beta}{2}$ (la longueur du raccordement $A\,C_6\,A'$ passe par un maximum).

b) R' infini $R = O_7\,A = a\,\text{tg}\,\frac{\beta}{2}$.

c) $R' = 0$ $R = O_3\,A = O_3\,A' = \frac{A\,A'}{2\sin\alpha} = \frac{c^2}{2\,a'\sin\beta}$

(la longueur du raccordement $A\,C_3\,A'$ passe par un minimum).

Nous avons le système des quatre équations :

$$\left\{\begin{aligned} &K_1\,R\,R' + K_2\,R + K_3\,R' + K_4 = 0. \\ &K_1\,a'\,\text{tg}\,\frac{\beta}{2} + K_2 = 0. \\ &K_1\,a\,\text{tg}\,\frac{\beta}{2} + K_3 = 0. \\ &+ K_2\,\frac{c^2}{2\,a'\sin\beta} + K_4 = 0. \end{aligned}\right.$$

et le résultat de l'élimination sera :

$$\begin{vmatrix} R\,R' & R & R' & 1 \\ a'\,\text{tg}\,\frac{\beta}{2} & 1 & 0 & 0 \\ a\,\text{tg}\,\frac{\beta}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{c^2}{2\,a'\sin\beta} & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

développons le déterminant en remplaçant $\text{tg}\,\frac{\beta}{2}$ par $\frac{\sin\beta}{1+\cos\beta}$:

$$(1)\quad R\,R'\,(1 + \cos\beta) - R\,a'\sin\beta - R'\,a\sin\beta + \frac{c^2}{2} = 0$$

ou aussi

$$2\,R\,R'\,(1 + \cos\beta) - 2\,R\,a'\sin\beta - 2\,R'\,a\sin\beta + a^2 + a'^2 - 2\,a\,a'\cos\beta = 0.$$

Cas particuliers : Supposons qu'on veuille rendre *mini-*