**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande

**Band:** 37 (1911)

**Heft:** 23

## Inhaltsverzeichnis

37me Année. 10 décembre 1911. N° 23.

# Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES — PARAISSANT DEUX FOIS PAR MOIS

RÉDACTION : Lausanne, 2, rue du Valentin : Dr H. DEMIERRE, ingénieur.



## Définition générale de l'ellipse d'élasticité des systèmes articulés.

Par B. MAYOR, professeur.

La notion d'ellipse d'élasticité possède un sens précis dans le cas où l'on envisage un groupe de barres appartenant à un système triangulé et libre dans son plan. Elle perd toute signification en revanche, aussi bien dans le cas d'un système constitué d'une manière arbitraire, que dans celui d'un système triangulé assujetti à des liaisons qui ne peuvent être réduites à un encastrement unique.

Il est cependant possible, comme je me propose de le montrer ici, de définir un élément géométrique qui n'est soumis à aucune de ces restrictions et qui, de plus, se confond avec l'ellipse d'élasticité dans tous les cas où la définition usuelle donne un sens à cette notion.

On parvient de la manière la plus simple à cet élément par l'emploi de coordonnées trilinéaires d'un type particulier. Et comme on peut attribuer à ces coordonnées une origine qui met immédiatement en évidence leurs propriétés mécaniques ; que, d'autre part, elles se prêtent avec une grande facilité à l'étude des problèmes de la mécanique appliquée où la considération des propriétés descriptives est prépondérante, nous commencerons par en faire une étude sommaire.

### I.

1. Considérons, dans un plan, trois axes $u$, $v$, $w$, c'est-à-dire trois droites sur chacune desquelles un sens de parcours positif ait été arbitrairement choisi. Supposons de plus, que ces droites forment un triangle qui sera dit le triangle de référence.

Une force quelconque $F$ étant donnée dans le plan de ce triangle, imaginons qu'on la décompose en trois composantes admettant respectivement les axes $u$, $v$, $w$, pour lignes d'action; convenons ensuite de désigner par $X$, $Y$ et $Z$ les intensités des composantes obtenues, chacune d'elles étant affectée du signe plus ou du signe moins, suivant que son sens concorde ou ne concorde pas avec le sens de parcours positif choisi sur l'axe correspondant. Comme la décomposition d'une force suivant trois directions non concourantes est toujours possible d'une manière et d'une seule, à toute force $F$ correspond ainsi un système de valeurs et un seul des trois quantités $X$, $Y$ et $Z$. Réciproquement d'ailleurs, à tout système de valeurs de ces mêmes quantités correspond manifestement une force et une seule. En conséquence, les quantités $X$, $Y$, $Z$ seront dites les coordonnées de la force $F$ relativement au triangle de référence choisi.

2. Le résultat qui précède peut être interprêté d'une manière un peu différente.

Tout d'abord, si l'on déplace la force $F$ sur sa ligne d'action sans changer son intensité ni son sens, ses coordonnées ne subissent aucune modification. D'autre part, si l'on multiplie par un nombre quelconque $\rho$ l'intensité de $F$, ses coordonnées se trouvent également multipliées par le même facteur $\rho$. D'après cela, les quantités $X$, $Y$ et $Z$ peuvent donc être considérées comme les coordonnées *homogènes* d'une droite qui se confond avec la ligne d'action de la force $F$.

Considérées à ce dernier point de vue, les quantités $X$, $Y$ et $Z$ forment bien un système particulier de cordonnées trilinéaires : elles sont en effet proportionnelles aux distances qui séparent les sommets du triangle de référence de la droite considérée, les facteurs de proportionnalité étant respectivement égaux aux inverses des hauteurs de ce triangle.

Ajoutons encore qu'il ne résulte aucune ambiguïté du double sens que l'on peut attribuer aux quantités $X$, $Y$ et $Z$ si, du moins, on a soin de spécifier dans chaque cas la nature de l'élément auquel elles se rapportent.

3. Les coordonnées qu'on vient de définir jouissent de propriétés évidentes, mais essentielles.

Considérons, en premier lieu, des forces $F_1, F_2,\dots F_i, F_n$ en nombre quelconque, et désignons, d'une manière générale, par $X_i$, $Y_i$, $Z_i$ les coordonnées de $F_i$. Le théorème des moments montre alors immédiatement que les coordonnées $X$, $Y$, $Z$ de la résultante de ces forces sont données par les formules

$$X = \sum_1^n X_i,$$

$$Y = \sum_1^n Y_i,$$

$$Z = \sum_1^n Z_i.$$