

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 35 (1909)  
**Heft:** 15

**Artikel:** Quelques nouvelles relations entre les facteurs qui servent à exprimer la loi de l'induction électro-magnétique  
**Autor:** Mégroz, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-27583>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

### Coût des travaux.

La dépense totale des travaux de l'entreprise complète ascende à Fr. 440,000, dont Fr. 250,000 pour Remaufens (non compris le captage des sources, qui forme un lot à part), Fr. 90,000 pour Attalens et Fr. 100,000 pour la Société Immobilière.

Dans les chiffres ci-dessus ne sont pas comprises les sommes pour les achats d'eau, qui se montent à Fr. 156,000, de sorte que l'entreprise totale aura coûté environ Fr. 600,000.

### Divers.

Les constructions décrites ci-dessus ont été projetées pendant l'hiver 1906-1907 par l'auteur de ces lignes, qui en dirigea l'exécution pour les trois intéressés, les communes de Remaufens, d'Attalens et la Société Immobilière du Mont Pélerin.

Pendant l'exécution il a eu un collaborateur précieux en M. Ed. Hausammann, ingénieur, de Lausanne.

Les travaux de l'entreprise de Remaufens avec le premier tronçon de la conduite d'amenée furent adjugés à la Fabrique de Machines de Fribourg (M. P. Pfulg, directeur) en août 1907 et commencés le 1<sup>er</sup> septembre.

Les travaux du Mont à Baumaroche ont été adjugés au même entrepreneur; dans le courant de décembre 1907 le réseau de distribution de la commune d'Attalens fut partagé avec M. Ch. Musselier, appareilleur, à Romont.

L'eau a pu être envoyée la première fois à Baumaroche le 13 juin 1908, soit environ 10 mois après le commencement des travaux, dont la réception, par les autorités cantonales a eu lieu le 26 novembre en présence de M. Louis Cardinaux, conseiller d'Etat, et de M. Gremaud, ingénieur cantonal, président de la Société des ingénieurs et architectes de Fribourg.

Nous ne voudrions pas terminer cette notice sans porter un hommage au dévouement du syndic de Remaufens, M. Louis Tâche, qui fut l'âme de toute l'entreprise et à qui les générations futures pourront être redevables de la réussite complète de cette entreprise.

M. Fernand Chollet, de Vevey, a pris une part très active au cours des tractations laborieuses entre les divers intéressés.

Enfin une place à part doit être faite à M. Henri Nicod, rentier, à la Tour-de-Peilz, président de la Société Immobilière, à la munificence duquel cette société et indirectement aussi les autres communes intéressées devront la justification de l'entreprise.

Nous voudrions pouvoir stimuler par cette publication l'initiative de pareilles installations dans les milieux compétents, car il serait à souhaiter que les communes qui ont à exécuter des entreprises d'adduction d'eau s'unissent pour les entreprendre en commun. Dans beaucoup de cas les distributions d'eau centralisées pourraient mieux servir les intérêts de tout le monde.

## Quelques nouvelles relations entre les facteurs qui servent à exprimer la loi de l'induction électro-magnétique.

Par M. A. MÉGROZ, ingénieur.

L'Induction Electromagnétique et tout spécialement celle qui est produite par les courants alternatifs sinusoïdaux, joue dans l'Electrotechnique moderne un si grand rôle, qu'il nous a paru opportun de publier une étude comportant de nouvelles méthodes qui permettent de déterminer graphiquement ou par le calcul les différents facteurs tels que forces électromotrices, forces contre-électromotrices, résistances, courants, leurs composantes et résultantes, qui entrent en jeu lorsqu'il y a induction dans un circuit.

On pourra constater en suivant le développement de cette étude pour le cas spécial qui nous occupe, qu'il nous a été possible de combler une lacune, car dans l'état actuel de l'Electrotechnique, certains facteurs n'avaient pas encore été déterminés en fonction des autres.

Grâce à de nouveaux diagrammes, se combinant harmoniquement avec ceux déjà connus, il sera possible désormais de déterminer tous ces facteurs, au nombre de 18, les uns en fonction des autres, et nous avons établi entre eux, les relations que nous développons ci-dessous.

Dans un circuit fermé quelconque, traversé par un courant alternatif de forme sinusoïdale, le champ magnétique résultant de ce courant et variant aussi suivant une forme sinusoïdale comme lui, déterminera dans le circuit une force électromotrice et un courant dont les composantes viendront s'ajouter algébriquement et géométriquement à la force électromotrice et au courant qui avaient donné naissance à ce champ magnétique.

Si l'on considère donc un courant alternatif  $I$  résultant d'une force électromotrice  $e$ , et traversant un circuit de résistance ohmique  $w$ , on pourra représenter cette force électromotrice dans un système de coordonnées par l'ordonnée  $e$  (fig. 1). Ce courant alternatif  $I$  développe un champ magnétique qui lui aussi sera alternatif, et de même phase que le courant  $I$ . Ce champ magnétique alternatif induira dans le circuit une force électromotrice  $\varepsilon_s$  décalée de  $90^\circ$

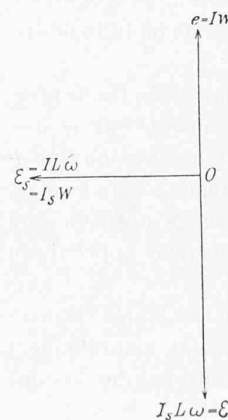


Fig. 1.

ou  $\frac{\pi}{2}$  par rapport au courant  $I$ .

Cette force électromotrice  $\varepsilon_s$  sera portée comme abscisse négative dans le système de coordonnées, car la phase de  $\varepsilon_s$  est en retard sur celle du courant  $I$ .

La valeur de  $\varepsilon_s$  est déterminée par l'équation connue

$$\varepsilon_s = L\omega I$$

où  $\varepsilon_s$  = force électromotrice de self-induction

$L$  = coefficient de self-induction  
 $\omega = 2\pi \infty$   
 $\infty$  = nombre d'alternances par secondes.

Cette force électromotrice  $\varepsilon_s$  à son tour produira avec la résistance ohmique  $w$  du circuit, un courant  $I_s$  déterminé par la relation

$$\varepsilon_s = I_s w \text{ d'où } I_s = \frac{\varepsilon_s}{w}$$

Ce courant  $I_s$  développera aussi un champ magnétique de même phase que lui, qui produira une force électromotrice  $\varepsilon$  dont la phase sera décalée de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport à celle du champ magnétique ou du courant  $I_s$ . La phase de  $\varepsilon$  sera par conséquent décalée de  $\pi$  par rapport à celle de  $e$ , les deux forces électromotrices  $\varepsilon$  et  $e$  seront de signe contraire, et s'ajoutent algébriquement pour donner comme résultante la force électromotrice  $E$ .

$$E = \varepsilon + e.$$

$\varepsilon$  sera force contre électromotrice par rapport à  $E$ , et c'est elle qui produira la résistance inductive, venant s'ajouter à la résistance ohmique du circuit.

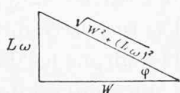
La figure 1 nous représente donc 3 forces électromotrices dans un système de coordonnées, entre lesquelles existent les relations suivantes :

$$\begin{aligned} e &= I w \\ I L \omega &= \varepsilon_s \\ \varepsilon_s &= I_s w \\ I_s L \omega &= \varepsilon. \end{aligned}$$

Nous rappellerons ici que la résistance ohmique  $w$  et l'inductance  $L\omega$  se combinent ensemble suivant le diagramme de Fleming donné par la figure ci-jointe, et que ces facteurs  $w$  et  $L\omega$  varient en fonction de l'angle  $\varphi$ .

$$\frac{L\omega}{w} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Cet angle  $\varphi$ , dont le cosinus est appelé facteur de puissance, joue un rôle très important dans toute la théorie des courants alternatifs, comme on pourra du reste s'en rendre compte en suivant le développement de la loi.



En reprenant les équations précédentes, nous les grouperons pour former les rapports suivants :

1°  $\varepsilon_s = I L \omega$   
 $e = I w$  en divisant

on aura  $\frac{\varepsilon_s}{e} = \frac{L\omega}{w} = \operatorname{tg} \varphi$

2°  $\varepsilon = I_s L \omega$   
 $\varepsilon_s = I_s w$   
 $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_s} = \frac{L\omega}{w} = \operatorname{tg} \varphi$

3°  $\varepsilon = I_s L \omega$   
 $e = I w$

$$\frac{\varepsilon}{e} = \frac{I_s L \omega}{I w} = \frac{\varepsilon_s L \omega}{w I w} = \frac{I L \omega}{w} \frac{L \omega}{I w} = \frac{(L \omega)^2}{w^2} = \operatorname{tg}^2 \varphi$$

$$\frac{\varepsilon}{e} = \operatorname{tg}^2 \varphi \quad \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{e}} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Nous reprendrons maintenant le diagramme des 3 forces électromotrices  $e, \varepsilon_s, \varepsilon$ , et nous construirons les résultantes de celles-ci, soit :

- $e_r$  résultante de  $e, \varepsilon_s$ ,
- $\varepsilon_r$  résultante de  $\varepsilon, \varepsilon_s$ ,
- $E$  résultante de  $\varepsilon + e$ .

Or nous avons vu que

$$\frac{\varepsilon_s}{e} = \operatorname{tg} \varphi,$$

donc l'angle

$$\sphericalangle \frac{e}{e_r} = \varphi$$

ensuite que

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_s} = \operatorname{tg} \varphi,$$

par conséquent l'angle

$$\sphericalangle \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_r} = \varphi,$$

nous voyons en outre que les angles

$$\varphi + \alpha = 90^\circ,$$

ce qui nous donnera pour le triangle-rectangle  $E, e_r, \varepsilon_r$ .

$$\frac{\varepsilon_r}{e_r} = \operatorname{tg} \varphi.$$

En formant un diagramme avec un seul angle  $\varphi$ , les

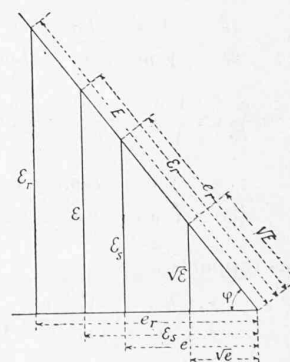


Fig. 3.

relations trouvées pourront être représentées graphiquement suivant figure 3.

$$\frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{e}} = \operatorname{tg} \varphi, \quad \frac{\varepsilon_s}{e} = \operatorname{tg} \varphi, \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon_s} = \operatorname{tg} \varphi, \quad \frac{\varepsilon_r}{e_r} = \operatorname{tg} \varphi.$$

Le diagramme de Fleming nous avait fait connaître le rapport

$$\frac{\varepsilon_s}{e} = \operatorname{tg} \varphi,$$

il existe donc en plus les rapports

$$\frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{e}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_s} = \frac{\varepsilon_r}{e_r} = \operatorname{tg} \varphi.$$

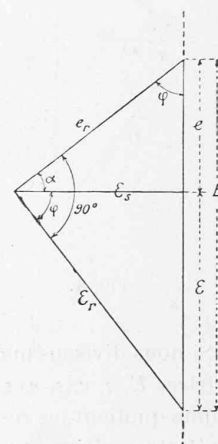


Fig. 2.

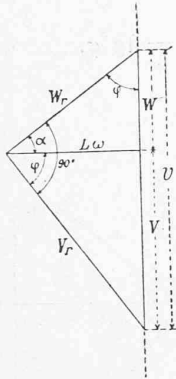


Fig. 4.

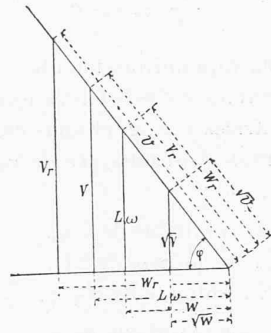


Fig. 5.

Si nous divisons maintenant chacune des forces électromotrices  $E, \epsilon, e, \epsilon_r, e_r, \epsilon_s$  par le courant  $I$  nous obtiendrons comme quotient les résistances correspondantes à ces forces électromotrices, soit<sup>1</sup> :

$$\frac{E}{I} = v, \frac{\epsilon}{I} = V, \frac{e}{I} = w, \frac{\epsilon_r}{I} = v_r, \frac{e_r}{I} = w_r, \frac{\epsilon_s}{I} = L\omega$$

et nous pourrons former avec ces résistances les figures 4 et 5, qui sont des diagrammes semblables à ceux des forces électromotrices des figures 2 et 3.

Le diagramme de Fleming nous donnait  $\frac{L\omega}{w} = \text{tg } \varphi$ ; on pourra y ajouter les rapports

$$\frac{\sqrt{V}}{\sqrt{w}} = \frac{V}{L\omega} = \frac{v_r}{w_r} = \text{tg } \varphi.$$

En résumant les rapports de tous ces facteurs en fonction de l'angle  $\varphi$  on aura

$$\frac{\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{e}} = \frac{\epsilon_s}{e} = \frac{\epsilon}{\epsilon_s} = \frac{\epsilon_r}{e_r} = \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{w}} = \frac{L\omega}{w} = \frac{V}{L\omega} = \frac{v_r}{w_r} = \text{tg } \varphi.$$

$$\frac{\sqrt{e}}{\sqrt{E}} = \frac{e}{e_r} = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_r} = \frac{e_r}{E} = \frac{\sqrt{w}}{\sqrt{v}} = \frac{w}{w_r} = \frac{L\omega}{v_r} = \frac{w_r}{v} = \cos \varphi.$$

$$\frac{\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{E}} = \frac{\epsilon_s}{e_r} = \frac{\epsilon}{\epsilon_r} = \frac{\epsilon_r}{E} = \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{v}} = \frac{L\omega}{w_r} = \frac{V}{v_r} = \frac{v_r}{v} = \sin \varphi.$$

On déduira des rapports

$$\frac{\epsilon_s}{e} = \frac{\epsilon}{\epsilon_s}, \frac{e}{e_r} = \frac{e_r}{E}, \frac{\epsilon}{\epsilon_r} = \frac{\epsilon_r}{E}, \frac{L\omega}{w} = \frac{V}{L\omega}, \frac{w}{w_r} = \frac{w_r}{v}, \frac{V}{v_r} = \frac{v_r}{v}$$

les relations suivantes

$$\begin{aligned} \epsilon_s^2 &= e \epsilon & (L\omega)^2 &= w V \\ e_r^2 &= e E & w_r^2 &= w v \\ \epsilon_r^2 &= \epsilon E & v_r^2 &= v V. \end{aligned}$$

Si l'on élève en outre au carré les côtés des 4 triangles rectangles représentés par les figures 3 et 5, on obtiendra

1	$E^2 = \epsilon_r^2 + e_r^2$	4	$v^2 = v_r^2 + w_r^2$
2	$\epsilon_r^2 = \epsilon^2 + \epsilon_s^2$	5	$v_r^2 = V^2 + (L\omega)^2$
	+ + +		+ + +
3	$e_r^2 = \epsilon_s^2 + e^2$	6	$w_r^2 = (L\omega)^2 + w^2$
	$E = \epsilon + e.$		$v = V + w.$

<sup>1</sup> Sur les figures les lettres  $w, v_r, w_r$  sont en majuscules.

En élevant au carré ces deux dernières équations on obtiendra

$$E^2 = \epsilon^2 + e^2 + 2 \epsilon e \quad v^2 = V^2 + w^2 + 2 V w$$

or nous venons de voir que

$$\epsilon_s^2 = \epsilon e \quad (L\omega)^2 = w V$$

donc (7)

$$E^2 = \epsilon^2 + e^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_s^2$$

(8)

$$v^2 = V^2 + w^2 + (L\omega)^2 + (L\omega)^2.$$

Les figures 6, 7, 8, 9 représentent graphiquement les équations 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8.

Ces graphiques nous montrent de quelle manière les différents facteurs  $E, \epsilon, e, \epsilon_r, e_r, \epsilon_s, v, V, w, v_r, w_r, L\omega$ , varient les uns en fonction des autres.

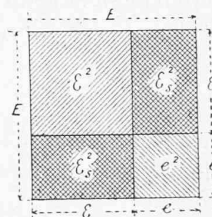


Fig. 6.

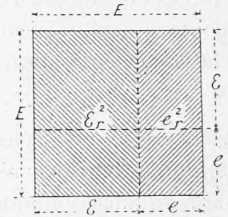


Fig. 7.

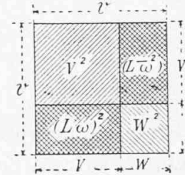


Fig. 8.

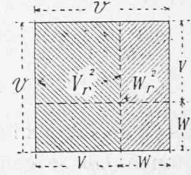


Fig. 9.

Nous compléterons maintenant les diagrammes indiqués par les figures 2 et 4 en y ajoutant la résultante de  $E$  et  $\epsilon_s$  respectivement celles de  $v$  et  $L\omega$ , soit  $E_r$  et  $v_r$ , et nous obtiendrons les diagrammes complets des figures 10 et 12.

En ajoutant donc algébriquement  $\epsilon$  à  $e$  dans la partie positive de l'ordonnée ou  $e$  à  $\epsilon$ , dans la partie négative de l'ordonnée, on obtiendra la résultante de  $\epsilon + e = E$  avec  $\epsilon_s$  en construisant la diagonale  $E_r$ , on fera de même pour  $v$  avec  $L\omega$ , ce qui nous donnera  $v_r$  comme résultante.

Ces deux diagrammes ont, comme trait d'union, le diagramme des courants (fig. 11), qui est résultant des diagrammes de Fleming  $w_r, w, L\omega - e_r, e, \epsilon_s$ , nous avons vu en effet que le diagramme des forces électromotrices (fig. 2) est lié à celui des résistances (fig. 4) par le fait que nous avons divisé chacune des forces électromotrices par le courant  $I, \frac{e}{I} = w, \text{ etc., etc.}$

Ces trois diagrammes sont donc solidaires les uns des autres et les 17 facteurs qui en font partie varient tous en fonction du 18<sup>me</sup> l'angle  $\varphi$ . Nous pensons donc que cette loi de l'Induction pourra être représentée par les trois diagrammes des figures 10, 11 et 12.

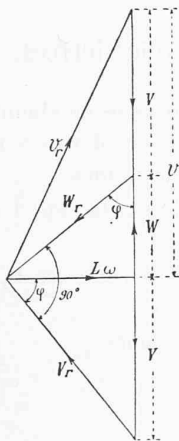


Fig. 10.

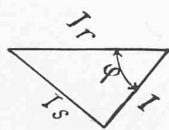


Fig. 11.

Pour terminer nous établirons encore les relations qui existent entre  $E_r$ ,  $E$  et  $\varphi$  ainsi que celles entre  $v_r$ ,  $v$  et  $\varphi$ .

Nous avons en élevant au carré les côtés du triangle-rectangle  $E_r$ ,  $E$ ,  $\epsilon_s$

$$E_r^2 = E^2 + \epsilon_s^2$$

or  $\epsilon_s^2 = \epsilon e$  nous aurons donc

$$E_r^2 = E^2 + \epsilon e$$

d'après les rapports suivants :

$$\frac{\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{E}} = \sin \varphi \quad \frac{\epsilon}{E} = \sin^2 \varphi \quad \epsilon = E \sin^2 \varphi$$

$$\frac{\sqrt{e}}{\sqrt{E}} = \cos \varphi \quad \frac{e}{E} = \cos^2 \varphi \quad e = E \cos^2 \varphi$$

on obtiendra

$$\epsilon e = E^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi$$

et nous aurons en remplaçant  $\epsilon e$  par sa valeur

$$E_r^2 = E^2 (1 + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi)$$

$$\frac{E_r}{E} = \sqrt{1 + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}$$

on arrivera au même résultat avec l'équation

$$v_r^2 = v^2 + (L\omega)^2$$

soit

$$\frac{v_r}{v} = \sqrt{1 + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}$$

Si nous remplaçons dans les équations

$$E_r^2 = E^2 + \epsilon_s^2 \quad \text{et} \quad v_r^2 = v^2 + (L\omega)^2$$

$E^2$  et  $v^2$  par leur valeur, soit

$$E^2 = \epsilon_r^2 + e_r^2 \quad \text{et} \quad v^2 = v_r^2 + w_r^2$$

nous aurons

$$E_r^2 = \epsilon_r^2 + e_r^2 + \epsilon_s^2 \quad v_r^2 = v_r^2 + w_r^2 + (L\omega)^2$$

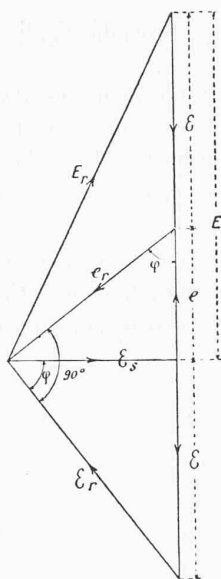


Fig. 12.

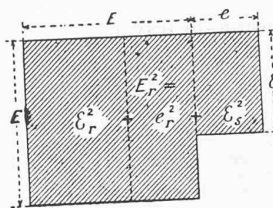


Fig. 13.

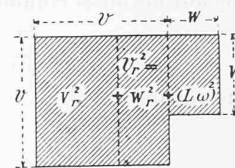


Fig. 14.

ce qui nous démontre bien que  $E_r$  est la résultante des 3 forces électromotrices résultantes  $\epsilon_r$ ,  $e_r$ ,  $\epsilon_s$ , et que  $v_r$  est celles des trois résistances  $v_r$ ,  $w_r$ ,  $L\omega$ .

Graphiquement ces équations pourront être représentées par les figures 13 et 14.

On pourra se rendre compte facilement d'après ces graphiques et ces équations, que  $E_r$  et  $v_r$  seront maximum lorsque  $\epsilon = e$  respectivement  $v = w$ , et cette limite est atteinte pour  $\varphi = 45^\circ$ .

Nous verrons ensuite que  $E_r$  et  $v_r$  deviendront égal à  $E$  respectivement à  $v$  dans les deux cas suivants :

$$1^\circ \quad \left. \begin{array}{l} \epsilon = E \quad e = 0 \quad E_r = \epsilon = E \\ V = v \quad w = 0 \quad v_r = V = v \end{array} \right\} \varphi = 90^\circ$$

En pratique ce cas est irréalisable car la résistance ohmique  $w$  ne peut jamais devenir égale à 0, donc l'angle  $\varphi$  n'atteindra jamais la limite de  $90^\circ$ .

$$2^\circ \quad \left. \begin{array}{l} \epsilon = 0 \quad e = E \quad E_r = e = E \\ V = 0 \quad w = E \quad v_r = w = v \end{array} \right\} \varphi = 0$$

Lorsque l'angle  $\varphi$  sera égal à 0, il n'y aura plus d'Induction dans le circuit.

Il nous restera pour finir à déterminer les formules du travail électrique ; celui-ci se décompose en deux parties : 1° le travail électrique absorbé par la résistance inductive, 2° le travail absorbé par la résistance ohmique. Nous avons eu comme relations des forces électromotrices wattées

$$E = \epsilon + e$$

ou bien

$$Iv = IV + Iw$$

en multipliant les membres de ces deux équations par la composante wattée  $I$  on obtiendra

$$EI = \epsilon I + e I$$

$$I^2 v = I^2 V + I^2 w$$

ce sont là les équations du travail électrique

$\epsilon I = I^2 V$  = travail absorbé par la résistance inductive  $V$

$e I = I^2 w$  = travail absorbé par la résistance ohmique  $w$

$E I = I^2 v$  = travail total absorbé par la résistance totale  $v$

nous avons vu d'après les rapports établis que

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_s}{I} = \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{w}} \quad \text{donc} \quad \frac{I_s^2}{I^2} = \frac{V}{w} \quad \text{et} \quad I^2 V = I_s^2 w$$

nous pourrions donc mettre l'équation du travail sous la forme suivante :

$$I^2 v = I_s^2 w + I^2 w = w [I_s^2 + I^2] = I_r^2 w$$

or comme

$$I^2 = \frac{E^2}{v^2} = \frac{\epsilon^2}{V^2} = \frac{e^2}{w^2}$$

