Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 34 (1908)

Heft: 12

Inhaltsverzeichnis

34me Année. 25 juin 1908. N° 12.

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES. — Paraissant deux fois par mois.

Rédacteur en chef : P. MANUEL, ingénieur, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Secrétaire de la Rédaction : Dr H. DEMIERRE, ingénieur.

Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace.

Par M. B. Mayor, professeur.

(Suite[1]).

106. Considérons toujours le système articulé précédemment défini et admettons qu'il soit sollicité par des forces concentrées en ses nœuds et se faisant équilibre. Convenons encore de désigner par (F) le système constitué par les forces extérieures qui agissent sur la partie A et par T_i la tension produite dans la barre (l_i) rencontrée par la section S. Admettons enfin que seule cette dernière barre soit élastique et déformable, toutes les autres étant, provisoirement du moins, considérées comme formées d'une substance qui ne s'allonge ni ne se raccourcit sous l'influence des forces extérieures. Si l'on désigne alors par E_i son module d'élasticité et σ_i l'aire de sa section transversale, l'allongement qu'elle subit est donné par la formule bien connue

$$\delta l_i = \frac{T_i \, l_i}{E_i \, \sigma_i}.$$

Si donc on suppose la partie B maintenue fixe, la résultante du système de rotations qui caractérise le déplacement de la partie mobile A a pour valeur

$$\theta_i = -\frac{T_i \, l_i}{E_i \, \sigma_i \, (l_i \, \omega_i)},$$

ou, en tenant compte de la formule

$$T_i = -\frac{(F, \, \omega_i)}{(l_i \, \omega_i)},$$

qui vient d'être établie,

$$\theta = \frac{(F, \, \omega_i) \, l_i}{E_i \, \sigma_i (l_i, \, \omega_i)^2}.$$

Or, dans cette dernière expression, les quantités l_i, $(l_i \, \omega_i)$, E_i et σ_i ne dépendent en aucune façon des forces qui agissent sur le système, et la valeur de l'expression

$$\frac{l_i}{E_i \, \sigma_i (l_i, \, \omega_i)^2}$$

doit être considérée comme une constante caractéristique de la barre (l_i). Elle va jouer le rôle de la quantité qu'on appelle quelquefois, dans le cas des systèmes plans, le poids élastique de la barre (l_i), et nous la désignerons simplement par μ_i. On aura donc

$$\theta_i = (F, \, \omega_i) \, \mu_i.$$

Imaginons alors qu'on multiplie par μ_i les intensités de tous les vecteurs dont l'ensemble constitue la vis désignée par (ω_i) ; on obtient un nouveau système ayant encore le complexe opposé à (l_i) pour complexe d'action et qui, comme μ_i, est caractéristique de la barre considérée en ce sens qu'il ne dépend pas des forces extérieures. Pour désigner ce nouveau système, dont le rôle est essentiel, nous utiliserons encore un terme introduit en mécanique par les géomètres anglais et nous l'appellerons le *torseur adjoint* à la barre (l_i) ; de plus, nous le désignerons par la notation symbolique (Ω_i). Dans ces conditions, la formule précédente peut être mise sous la forme

$$\theta_i = (F, \, \Omega_i),$$

et l'on peut énoncer le théorème suivant :

Lorsque la barre (l_i) s'allonge seule sous l'action d'un système de forces (F) agissant sur la partie modèle A, la résultante du système de rotations qui représente le déplacement de A est égal au moment de (F) par rapport au torseur adjoint à (l_i).

107. Il est actuellement possible de caractériser d'une manière simple et précise le système de rotations qui représente le déplacement de la partie mobile, lorsque la barre (l_i) s'allonge seule sous l'action de (F).

Nous venons de voir, en effet, qu'il admet même complexe d'action que (Ω_i) ou (ω_i), et que l'intensité de sa résultante générale a $(F, \, \Omega_i)$ pour valeur. Il ne dépend donc que de (F) et de (Ω_i) et constitue en définitive un nouveau torseur que nous appellerons le *dérivé* de (F) par rapport à (Ω_i). On peut l'obtenir en multipliant par $(F, \, \Omega_i)$ les vecteurs dont l'ensemble constitue la vis (ω_i) ; mais il est clair qu'on parvient au même résultat en multipliant les vecteurs dont l'ensemble forme le torseur adjoint (Ω_i) par ce même moment, préalablement divisé par l'intensité de la résultante générale de (Ω_i).

Comme nous le verrons dans un instant, la notion de torseur dérivé facilite notablement l'étude des déformations des systèmes articulés. Elle intervient également dans la

[1] Voir N° du 25 mai 1908, p. 113.