

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 34 (1908)  
**Heft:** 10

**Artikel:** Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace  
**Autor:** Mayor, B.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-26853>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 04.05.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Sonnette avec moteur (location et pétrole) . . .	Fr. 500
Main-d'œuvre et assurance des ouvriers . . .	» 4240
Somme égale . . .	Fr. 8100

Nous dirons pour terminer qu'il est toutefois regrettable qu'on n'ait pas donné plus de largeur au pont, mais il fallait tenir compte d'une part de la question financière et du fait que la route n'est pas une voie de communication de grand transit.

D'autre part, la route sur le territoire bernois est très étroite et à fortes rampes. Le raccordement sur le territoire fribourgeois, par contre, a 6 m. de largeur et les rampes maximales ne dépassent pas le 6,8 %.

## Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace.

Par M. B. Mayor, professeur.

(Suite)<sup>1</sup>.

### Calcul d'un pylône articulé. (Planche D.)

100. Le pylône articulé, dont la figure 1 de la planche D donne les projections horizontale et verticale, possède un mode de constitution rigoureusement identique à celui de la coupole qui fait l'objet de l'application qui termine le chapitre consacré à la méthode de Crémone. La recherche des tensions produites par des charges quelconques peut donc s'effectuer à l'aide de cette dernière méthode, et l'application de celle de Culmann n'est nullement obligatoire et semble même peu légitime en raison des constructions irrégulières qu'elle nécessite et de son manque d'élégance.

Cette application, cependant, présente un intérêt très réel et qui justifie pleinement les développements qui vont suivre. Alors, en effet, que la méthode de Crémone fait dépendre la recherche de la tension produite dans une barre donnée *a priori* de la détermination préalable des tensions engendrées dans toute une série d'autres barres, la méthode de Culmann permet d'obtenir directement la tension de toute barre qui possède un complexe opposé. Elle est donc, non seulement, à l'abri de ces accumulations d'erreurs qui, en l'absence d'une vérification, peuvent rendre parfaitement illusoire les résultats indiqués par un diagramme de Crémone, mais elle possède encore le grand avantage de permettre l'étude des effets produits par des charges variables en intensité et direction.

Ces remarques faites, considérons le plan horizontal dont la trace verticale est désignée par  $S''$  sur la figure 1. Il divise le système donné en deux parties distinctes, l'une supérieure et l'autre inférieure, et coupe, de plus, les six barres qui, en vertu des notations adoptées précédemment, doivent être désignées par  $(l_{12})$ ,  $(l_{23})$ ,  $(l_{34})$ ,  $(l_{45})$ ,  $(l_{56})$  et  $(l_{61})$ . On peut donc, la partie supérieure du système étant sollicitée par des charges quelconques, se proposer de recher-

cher, par exemple, la tension produite dans la barre  $(l_{61})$ , le plan horizontal envisagé jouant alors le rôle de la section  $S$ .

Pour résoudre ce problème, il est nécessaire de chercher la représentation dualistique de l'ensemble formé par les six barres rencontrées par la section  $S$ . Cette recherche n'offre aucune difficulté et résulte de considérations identiques à celles que nous avons déjà appliquées à maintes reprises, si, comme nous l'avons fait, on a soin de prendre encore, pour plan  $II$ , le plan horizontal de projection et de faire coïncider le point  $O$  avec le centre de symétrie de la projection horizontale de tout le système. Les éléments représentatifs des barres considérées s'obtiennent alors immédiatement et donnent naissance à la figure 2, lorsqu'on les déplace parallèlement à eux-mêmes et sans modifier leurs dispositions relatives.

Au sujet des notations adoptées dans cette dernière figure, quelques simplifications, analogues d'ailleurs à celles dont il a été déjà fait usage, ont été introduites. C'est ainsi que la ligne représentative d'une barre telle que  $(l_{ik})$  est simplement désignée par  $ik$ , et la ligne représentative de sa conjuguée par  $i'k'$ . En revanche, les notations  $\lambda'_{ik}$  et  $\lambda_{ik}$  ont été conservées pour les points représentatifs de ces éléments. De plus, et comme de coutume,  $A_i$  et  $A'_i$  représentent un nœud ( $A_i$ ), alors que, dans la figure 1, les projections de ce même nœud n'ont été caractérisées que par l'indice correspondant, celui-ci étant affecté d'un double accent dans le cas de la projection verticale.

Une remarque doit encore être faite à propos de la figure 2. Elle renferme, et doit renfermer d'ailleurs, tous les éléments représentatifs des barres considérées. Elle est donc, à première vue du moins, sensiblement plus compliquée que la figure fondamentale qui intervient dans la méthode de Crémone. Cependant, il est digne de remarque que cette complication n'est qu'apparente, puisque les éléments représentatifs des barres, autres que celles qui sont rencontrées par la section  $S$ , ne jouent aucun rôle dans les raisonnements qui suivent et, en conséquence, ont pu être supprimés.

Ajoutons encore que les barres rencontrées par  $S$  se coupent deux à deux; elles forment donc, ainsi que leurs conjuguées, un hexagone fermé et ce fait, comme nous allons le montrer, facilite encore la recherche du complexe opposé à l'une quelconque d'entre elles.

Proposons-nous, en effet, de déterminer le complexe opposé à  $(l_{61})$ , c'est-à-dire le complexe qui passe par  $(l_{12})$ ,  $(l_{23})$ ,  $(l_{34})$ ,  $(l_{45})$  et  $(l_{56})$ ; soit alors  $(\Gamma_{61})$  ce complexe.

Il est facile, tout d'abord, de déterminer le foyer du plan  $II$  par rapport à ce complexe, c'est-à-dire celui des points représentatifs qui doit être désigné par  $\varphi_{61}$ .

Le nœud  $(A_2)$  est, en effet, situé dans le plan  $II$ , et la trace de son plan focal par rapport à  $(\Gamma_{61})$  passe par  $\varphi_{61}$ , en vertu d'une propriété bien connue des complexes. D'ailleurs, ce plan focal coïncide avec le plan des deux droites  $(l_{12})$  et  $(l_{23})$  qui appartiennent au complexe considéré et passent précisément par  $(A_2)$ . Sa trace est donc parallèle à  $A_1 A_3$ , puisque les deux nœuds  $(A_1)$  et  $(A_3)$  ont même cote;

<sup>1</sup> Voir N° du 25 mars 1908, page 61.

comme elle passe, en outre, par  $A_2$ , on peut immédiatement la tracer.

De même, ( $A_4$ ) étant le foyer du plan déterminé par ( $l_{34}$ ) et ( $l_{45}$ ), le point cherché  $\varphi_{61}$  est encore situé sur une parallèle à  $A_3 A_5$  menée par  $A_4$ .

D'autre part, la droite ( $g_{24}$ ) qui réunit les deux nœuds ( $A_2$ ) et ( $A_4$ ) peut être considérée comme la directrice d'un complexe spécial en involution avec ( $l_{12}$ ), ( $l_{23}$ ), ( $l_{34}$ ) et ( $l_{45}$ ), puisqu'elle rencontre ces quatre dernières droites. D'ailleurs, sa ligne représentative  $g_{24}$  passe par  $A_2$  et  $A_4$ , tandis que celle de sa conjuguée, c'est-à-dire  $g'_{24}$  passe par  $O$ , car ( $g_{24}$ ) est dans le plan  $\pi$ . De plus, le point représentatif  $\gamma'_{24}$  coïncide avec  $O$ , alors que  $\gamma_{24}$  est indéterminé sur  $g_{24}$ .

Considérons ensuite la droite d'intersection ( $d_{24}$ ) du plan déterminé par ( $A_1$ ), ( $A_2$ ) et ( $A_3$ ) avec le plan déterminé par ( $A_3$ ), ( $A_4$ ) et ( $A_5$ ). Elle peut être considérée aussi comme la directrice d'un complexe spécial en involution avec ( $l_{12}$ ), ( $l_{23}$ ), ( $l_{34}$ ) et ( $l_{45}$ ), pour les mêmes raisons que plus haut. D'ailleurs, sa ligne représentative  $d_{24}$  passe par  $A_3$ ,  $\varphi_{61}$  et par  $O$ , comme on s'en assure bien facilement, et le point représentatif  $\delta_{24}$  de sa conjuguée coïncide avec  $\varphi_{61}$ . De plus, la ligne représentative  $d'_{24}$  de sa conjuguée s'obtient bien facilement, car elle réunit les points représentatifs des plans considérés. Or le premier de ces points est à l'intersection de  $l'_{12}$  et de  $l'_{23}$ , alors que le deuxième coïncide avec le point de rencontre de  $l'_{34}$  et de  $l'_{45}$ . Il est visible enfin que le point représentatif  $\delta'_{24}$  est à l'infini sur  $d'_{24}$ .

On peut remarquer, avant de poursuivre, que les droites ( $g_{24}$ ) et ( $d_{24}$ ) sont conjuguées par rapport au complexe cherché. La première, en effet, passe par les foyers de deux plans qui se coupent suivant la seconde.

Actuellement, on connaît donc deux complexes en involution avec quatre des cinq droites qui définissent ( $\Gamma_{61}$ ). Ces deux complexes déterminent un système à deux termes dont les points représentatifs s'obtiennent tout de suite. Le premier, désigné par  $C_{24}$ , coïncide en effet avec le point commun à  $g_{24}$  et  $d_{24}$ , tandis que le deuxième,  $C'_{24}$ , est à l'intersection de  $g'_{24}$  et de  $d'_{24}$ .

En appliquant ensuite aux droites ( $l_{23}$ ), ( $l_{34}$ ), ( $l_{45}$ ) et ( $l_{56}$ ) des considérations analogues à celles qui précèdent, on est immédiatement conduit à déterminer un point  $C_{35}$ , qui se trouve à l'intersection de  $A_3$ ,  $A_5$  et de  $OA_4$ , et qui est encore un point représentatif d'un nouveau système à deux termes dont fait partie ( $\Gamma_{61}$ ).

Dès lors, il est bien simple d'obtenir tous les éléments représentatifs du complexe opposé à ( $l_{61}$ ), éléments qui ont été désignés par  $f_{61}$ ,  $f'_{61}$ ,  $\varphi_{61}$  et  $\varphi'_{61}$ .

La droite  $f_{61}$ , en effet, passe par  $C_{24}$  et  $C_{35}$ ; la droite  $f'_{61}$  est parallèle à  $f_{61}$  et passe par  $C'_{24}$ ; le point  $\varphi_{61}$  est déjà connu et  $\varphi'_{61}$  s'obtient, comme de coutume, à l'aide de la relation qui lie les éléments représentatifs d'un même complexe. On peut donc procéder maintenant à la recherche de la tension produite dans la barre ( $l_{61}$ ), en admettant que le système considéré soit sollicité par des charges quelconques.

Convenons, dans ce but, de désigner par ( $F$ ) le système constitué par toutes les forces extérieures qui sont appli-

quées aux nœuds situés au-dessus de la section désignée par  $S$ ; soient, de plus,  $f$ ,  $f'$ ,  $\varphi$  et  $\varphi'$  les éléments représentatifs du complexe d'action de ce système, complexe que nous désignerons simplement par ( $\Gamma$ ). Pour plus de clarté, ces derniers éléments n'ont pas été indiqués dans la figure 2; en revanche, ils sont représentés dans une nouvelle figure (fig. 3) qui donne, en outre, les éléments représentatifs du complexe ( $\Gamma_{61}$ ) ainsi que ceux de la barre ( $l_{61}$ ). C'est d'ailleurs sur cette nouvelle figure que nous allons achever les constructions.

Désignons par ( $G_{61}$ ) le complexe d'action du système ( $\Phi_{61}$ ) constitué par les tensions produites dans les barres ( $l_{12}$ ), ( $l_{23}$ ), ( $l_{34}$ ), ( $l_{45}$ ) et ( $l_{56}$ ). Il résulte des considérations développées au paragraphe 94 que ce complexe, d'une part, appartient au système à deux termes ( $C$ ) défini par ( $\Gamma$ ) et par la droite ( $l_{61}$ ), et, d'autre part, qu'il est en involution avec ( $\Gamma_{61}$ ). D'ailleurs, les éléments représentatifs de  $C$  peuvent être immédiatement déterminés:  $C$  coïncide, en effet, avec le point de rencontre de  $f$  et de  $l_{61}$ , et  $C'$  avec l'intersection de  $f'$  et de  $l'_{61}$ ; enfin  $c$  relie les deux points  $\varphi$  et  $\lambda_{61}$ , tandis que  $c'$  passe par  $\varphi'$  et  $\lambda_{61}$ . Pour obtenir les éléments représentatifs de ( $G_{61}$ ), il suffit, dès lors, de déterminer, à l'aide de la construction développée au paragraphe 96, le complexe du système ( $C$ ) qui est en involution avec  $T_{61}$ . On obtient ainsi, sans aucune difficulté, les deux points représentatifs  $\gamma_{61}$ ,  $\gamma'_{61}$  et les deux droites représentatives  $g_{61}$  et  $g'_{61}$ ; cependant, pour ne pas surcharger la figure 3, les constructions qui conduisent à ces derniers éléments n'ont pas été conservées.

Ces résultats obtenus, la force représentative de la tension ( $T_{61}$ ) s'obtient immédiatement.

Les trois systèmes ( $F$ ), ( $\Phi_{61}$ ) et ( $T_{61}$ ) se faisant équilibre, le triangle formé par leurs forces représentatives est nécessairement fermé. Mais le côté de ce triangle qui correspond à ( $F$ ) est connu, ce système étant supposé donné; quant aux deux autres côtés, ils sont respectivement parallèles à  $g_{61}$  et  $l_{61}$ , de sorte qu'on peut les construire. On est alors conduit à la figure 4 dans laquelle on trouve, en particulier,  $T_{61}$ . Ayant ainsi déterminé la force représentative de la tension ( $T_{61}$ ), il est bien simple d'en déduire la tension elle-même, comme nous l'avons précédemment expliqué.

Ajoutons encore que le troisième côté du triangle de la figure 4 donne, en grandeur et sens, la force représentative du système ( $\Phi_{61}$ ) qui se trouve ainsi complètement défini puisqu'on connaît déjà tous les éléments représentatifs de son complexe d'action ( $G_{61}$ ). On pourrait donc déterminer encore les tensions engendrées dans les barres ( $l_{12}$ ), ( $l_{23}$ ), ( $l_{34}$ ), ( $l_{45}$ ) et ( $l_{56}$ ) à l'aide d'opérations analogues aux précédentes, puisqu'il suffirait de déterminer cinq forces admettant les cinq barres considérées pour lignes d'action et faisant équilibre au système ( $\Phi_{61}$ ).

#### Propriétés du complexe opposé à une barre.

101. Il résulte de tout ce qui précède que, dans le cas où elle existe, la notion de complexe opposé à une barre constitue l'extension naturelle à l'espace de celle de nœud opposé qui joue un si grand rôle dans l'étude des systèmes

Fig. 1.

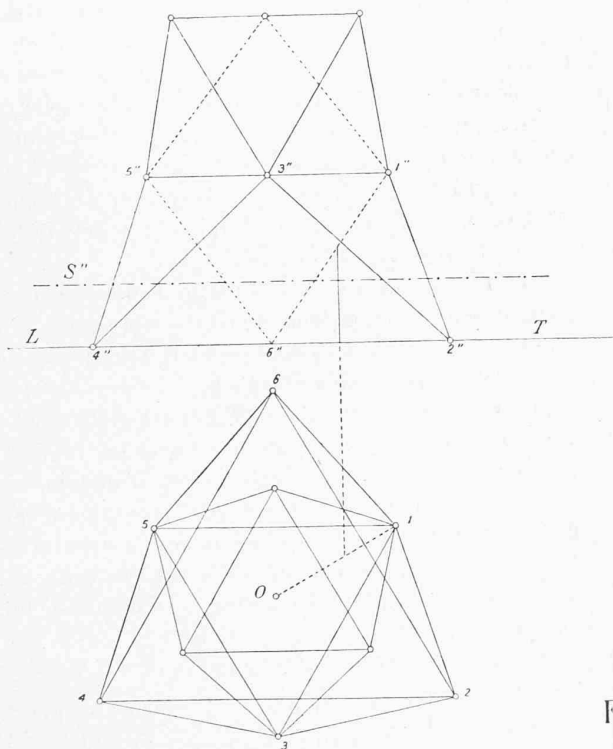


Fig. 3.

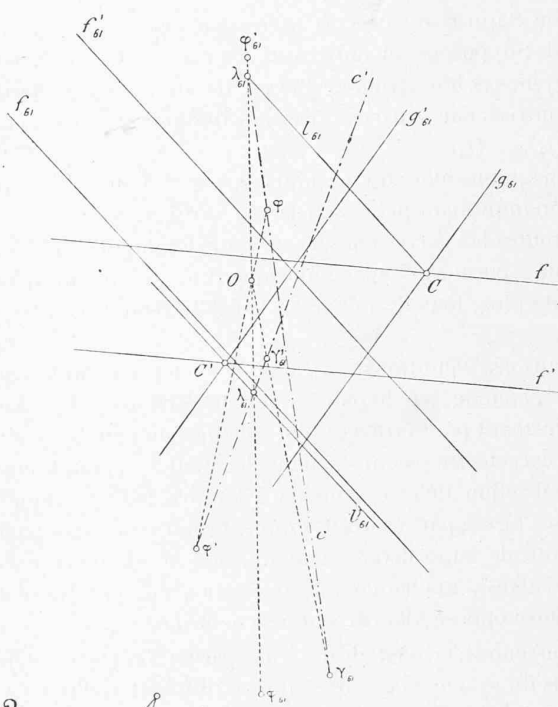


Fig. 2.

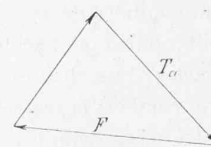
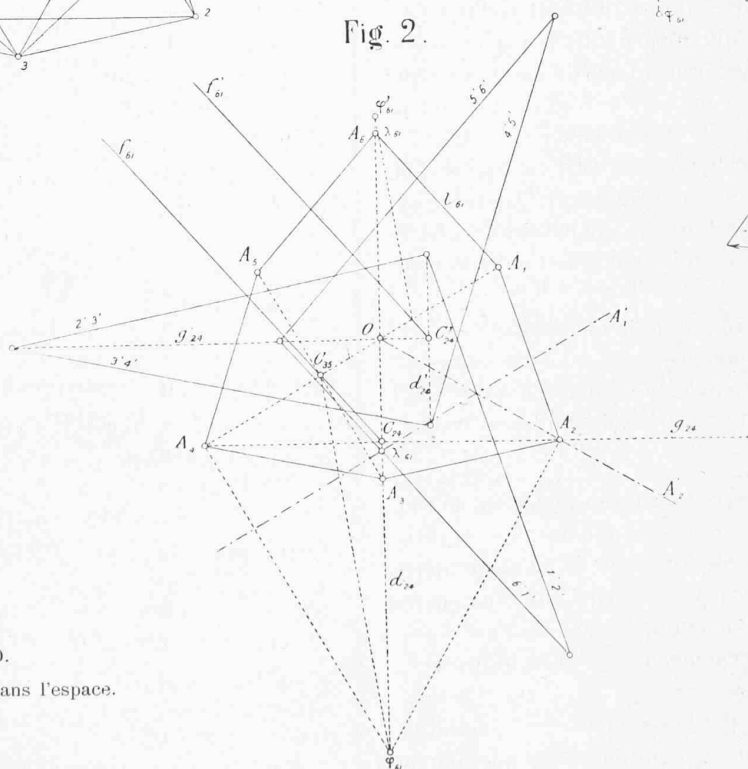


Fig. 4.

Planche D.  
Statique graphique dans l'espace.

plans. Les propriétés dont nous allons nous occuper maintenant vont faire ressortir plus nettement encore ce caractère.

Considérons, dans ce but, un système articulé libre dans l'espace et tel qu'on puisse, comme précédemment, le séparer en deux parties distinctes  $A$  et  $B$  à l'aide d'une section  $S$  qui rencontre six barres sans passer par aucun nœud. Supposons, en outre, que les parties  $A$  et  $B$  forment des systèmes indéformables lorsqu'on supprime les barres rencontrées par  $S$ , barres que nous désignerons encore par  $(l_1), (l_2), \dots (l_6)$ .

Imaginons alors qu'on imprime à ce système une déformation infiniment petite satisfaisant aux conditions suivantes : toutes les barres conservent leurs longueurs à l'exception de  $(l_6)$  qui s'allonge d'une quantité infiniment petite  $\delta l_6$  ; de plus, tous les nœuds de la partie  $B$  sont maintenus fixes.

Dans ces conditions, la partie  $A$  se déplace infiniment peu et, comme, par hypothèse, elle est indéformable, son déplacement peut être assimilé à celui d'un solide ; il sera donc caractérisé par un système de rotations et par le complexe d'action de ce système, c'est-à-dire par le complexe linéaire formé par les droites qui sont normales aux déplacements de leurs divers points. Nous allons démontrer, tout d'abord, que ce complexe d'action coïncide avec le complexe opposé à la barre qui se déforme.

Convenons, en effet, de désigner par  $(A_1)$  et  $(B_1)$  les deux nœuds du système considéré qui se trouvent sur  $(l_1)$ ,  $(A_1)$  étant celui de ces nœuds qui appartient à la partie mobile  $A$ ,  $(B_1)$  faisant alors nécessairement partie de  $B$ . Lorsque la barre  $(l_6)$  s'allonge, le point  $(A_1)$  se déplace infiniment peu sur une sphère décrite de  $(B_1)$  comme centre avec  $(l_1)$  pour rayon, puisque, par hypothèse,  $(B_1)$  est fixe et que, d'autre part,  $(l_1)$  ne change pas de longueur. La droite  $(l_1)$  est donc normale à la trajectoire de son extrémité  $(A_1)$  et appartient ainsi au complexe qui caractérise le déplacement de la partie mobile.

On démontrerait ensuite, et de la même manière, que  $(l_2), (l_3), (l_4)$  et  $(l_5)$  appartiennent aussi à ce même complexe qui, dès lors, coïncide bien avec le complexe opposé à  $(l_6)$ , puisqu'il passe par les cinq droites qui définissent ce dernier.

102. Le théorème qui précède fait déjà pressentir le rôle que peut jouer la notion de complexe opposé dans la théorie des déformations. Pour mettre ce rôle en pleine lumière, il est nécessaire d'indiquer préalablement l'une des formes analytiques que peut prendre la méthode de Culmann, ce qui, ainsi que nous allons le voir, revient à étendre à l'espace la méthode de Ritter.

Supposons, à cet effet, que le système articulé défini au paragraphe précédent soit en équilibre sous l'action de forces extérieures concentrées en ses nœuds. Désignons, comme nous l'avons déjà fait, par  $(T_1), (T_2), \dots (T_6)$  les forces qu'il est nécessaire d'introduire lorsqu'on supprime la partie  $B$ , et soit toujours  $(F)$  le système constitué par les forces extérieures appliquées aux nœuds de la partie  $A$ .

Cela posé, considérons un système de vecteurs dont la résultante générale soit égale à l'unité et dont le complexe d'action coïncide avec le complexe opposé à  $(l_6)$ . Ce système de vecteurs est parfaitement défini dès qu'on a choisi, arbitrairement d'ailleurs, le sens de sa résultante unité. Il constitue alors ce que les géomètres anglais désignent d'une façon générale sous le nom de *vis* ; et comme cette dénomination facilite le langage, nous conviendrons de désigner celle qui vient d'être définie sous le nom de *vis opposée* à la barre  $(l_6)$  ; de plus, nous la représenterons par la notation  $(\omega_6)$ . Il est à peine nécessaire d'ajouter que chacune des barres rencontrées par la section  $S$  possède une vis opposée et que  $(\omega_i)$ , d'une manière générale, désignera celle qui correspond à la barre  $(l_i)$ .

Considérons maintenant la partie  $A$  du système en admettant que la section  $S$  ait été réellement opérée. En raisonnant comme nous l'avons déjà fait à propos de la méthode de Culmann, on voit qu'elle demeure en équilibre sous l'action des six tensions  $(T_i)$  et du système  $(F)$ . La somme des moments de toutes ces forces par rapport à la vis  $(\omega_6)$ , par exemple, est égale à zéro ; d'ailleurs, les moments des tensions  $(T_1), (T_2), (T_3), (T_4)$  et  $(T_5)$  par rapport à  $(\omega_6)$  sont tous nuls, puisque les lignes d'action de ces forces appartiennent au complexe d'action de cette vis. On aura donc, en utilisant la notation symbolique définie au paragraphe 3,

$$(F, \omega_6) + (T_6, \omega_6) = 0.$$

Pour rendre cette équation résoluble par rapport à la tension  $T_6$ , imaginons qu'on applique suivant cette barre un vecteur dont l'intensité soit égale à l'unité et le sens tel qu'il corresponde à un allongement du tronçon de cette barre qui appartient à la partie  $A$ . Si l'on convient de désigner par  $T_6$  l'intensité de la tension  $(T_6)$ , cette intensité étant considérée comme un nombre positif ou négatif suivant que cette barre est tendue ou comprimée, et par  $(l_6, \omega_6)$  le moment du vecteur unité par rapport à  $(\omega_6)$ , on voit immédiatement que

$$(T_6, \omega_6) = T_6 (l_6, \omega_6),$$

et l'équation précédente prend la forme

$$(F, \omega_6) + T_6 (l_6, \omega_6) = 0;$$

on aura donc, finalement,

$$T_6 = - \frac{(F, \omega_6)}{(l_6, \omega_6)}.$$

Il est bien entendu qu'on démontrerait de la même manière la formule générale

$$(1) \quad T_i = - \frac{(F, \omega_i)}{(l_i, \omega_i)}$$

qui donne, en grandeur et signe, la tension produite dans l'une quelconque des barres rencontrées par  $S$ .

103. Quelques conséquences intéressantes découlent immédiatement de la formule (1).

Imaginons, en effet, que le complexe d'action de  $(F)$  soit en involution avec le complexe opposé à  $(l_i)$ . Alors le moment  $(F, \omega_i)$  s'annule et il en est de même de la tension produite dans la barre  $(l_i)$ . Donc :

Lorsque le complexe d'action du système formé par les forces extérieures qui agissent sur la partie  $A$  est en involution avec le complexe opposé à l'une des barres rencontrées par  $S$ , la tension s'annule dans cette barre.

Un cas particulier de ce théorème est à signaler.

Pour l'obtenir, désignons par  $(A)$  l'un quelconque des nœuds de la partie  $A$  et par  $(a)$  le plan focal de ce nœud par rapport au complexe opposé à  $(l_i)$  par exemple. Supposons, de plus, qu'une seule force agisse sur la partie  $A$ , que  $(A)$  soit son point d'application et que sa ligne d'action soit contenue dans  $(a)$ . Cette ligne d'action appartient alors au complexe opposé à  $(l_i)$ , et comme cela revient à dire qu'elle est en involution avec ce complexe, la tension s'annule dans  $(l_i)$ . On peut donc énoncer la proposition suivante :

*Lorsqu'une force appliquée en un nœud d'un système agit dans le plan focal de ce nœud relativement au complexe opposé à une barre donnée, elle ne produit aucune tension dans cette barre.*

104. Revenons à l'étude des déformations et admettons, comme tout à l'heure, que les barres du système conservent leurs longueurs à l'exception de  $(l_i)$  qui s'allonge de  $\delta l_i$ , la partie  $B$  étant encore maintenue fixe.

En vertu de ce qui précède, le déplacement subi par la partie  $A$  correspond à un système de rotations qu'on peut déduire de la vis  $(\omega_i)$  en multipliant tous les vecteurs qui le définissent par un certain nombre  $\theta_i$ . Ce nombre est égal à l'intensité de la résultante générale du système de rotations et, comme nous allons le montrer, le principe des travaux virtuels permet de le déterminer.

Admettons, dans ce but, qu'on applique au système considéré des forces se faisant équilibre; désignons toujours par  $(F)$  l'ensemble des forces agissant sur la partie  $A$  et par  $T_i$  la tension produite dans la barre  $(l_i)$ .

Si l'on imprime au système une déformation virtuelle identique à la déformation qui résulte de l'allongement de la seule barre  $(l_i)$ , la somme des travaux des forces intérieures se réduit à

$$T_i \delta l_i.$$

Quant à la somme des travaux des forces extérieures, on voit immédiatement, en utilisant un résultat obtenu au paragraphe 78, qu'elle a pour expression

$$\theta_i (F, \omega_i).$$

On aura donc

$$\theta_i (F, \omega_i) = T_i \delta l_i$$

et finalement, en tenant compte de (1)

$$\theta_i = - \frac{\delta l_i}{(l_i, \omega_i)}.$$

Cette formule, qui est précisément celle que nous nous proposons d'obtenir, comprend, comme cas particulier, celle qui permet, dans le cas des systèmes triangulés et plans, de déterminer la rotation qui résulte de l'allongement d'une barre. Elle va nous permettre, de plus, de trouver l'élément géométrique qui, dans l'espace, correspond à l'ellipse d'élasticité des systèmes plans. Mais, auparavant, il est nécessaire de définir deux notions nouvelles.

(A suivre).

## Divers.

### CONCOURS

#### Concours pour des bâtiments universitaires à Zurich.

Suite du rapport du jury<sup>1</sup>.

N° 13. *Hohe Schule.*

Ce projet situe le bâtiment universitaire, avec son corps central de 31 m. de haut, en bordure immédiate de la Künstlergasse et devrait être complété au point de vue de la symétrie par une aile à l'Est qui ferait pendant à l'institut zoologique; l'ensemble constituerait alors, vis-à-vis du Polytechnicum et sur un plan incliné, une construction très massive et trop allongée. Cette disposition est d'autant moins motivée que la conservation de la Schönberggasse, rue peu importante, ne s'imposait pas.

Dans le bâtiment universitaire, les cours affectent trop la forme d'un puits. L'accès de la Künstlergasse à l'aula est compliqué.

L'avantage de ce projet réside surtout dans la distribution très judicieuse des locaux. Toutefois l'aula n'est pas suffisamment éclairé et l'appartement du concierge de l'institut zoologique est placé trop bas dans le bâtiment. Les aquariums sont fâcheusement relégués au sous-sol.

Nous reproduisons aux pages 118 à 122 les principales planches de ce projet.

### BIBLIOGRAPHIE

**Das Eisenbahnprojekt Donaueschingen - Schaffhausen** (Raudenbahn), par M. Rob. BERNHARDT. Berne 1908. Librairie éditrice A. Francke. Prix Fr. 40.

Le chemin de fer projeté à voie normale de Schaffhouse à Donaueschingen en Wurtemberg créera un raccourci important sur les lignes actuelles et en même temps permettra à la région suisse de l'extrême frontière d'être réunie à Schaffhouse par un chemin de fer. La concession du tronçon suisse, d'une longueur de 15,640 km., a été accordée en 1907.

M. Rob. Bernhardt, à Berne, anciennement chef de service des tarifs de la Compagnie de l'Union Suisse, à St-Gall, publie une étude très documentée sur ce projet de chemin de fer au point de vue économique général. Il établit les zones de trafic voyageurs et marchandises qui appartiendront à cette nouvelle ligne dont la description technique avec devis est résumée au commencement de cette publication. A la fin de l'ouvrage se trouve une notice très détaillée des horaires des trains et une comparaison des gains de temps qui en résultent pour les voyageurs.

Cette étude très complète et très intéressante sera consultée avec intérêt par toutes les personnes qui s'occupent des questions de trafic et de tarifs de chemins de fer.

<sup>1</sup> Voir N° du 10 mai 1908, p. 108.