

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 32 (1906)
Heft: 20

Artikel: Note relative aux abaques à alignement
Autor: Dumas, G.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-25590>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES. — Paraissant deux fois par mois.

Rédacteur en chef: M. P. HOFFET, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Secrétaire de la Rédaction: M. F. GILLIARD, ingénieur.

SOMMAIRE: *Note relative aux abaqes à alignement*, par le Dr G. Dumas, privat-docent à l'Ecole polytechnique fédérale. — *L'énergie nécessaire pour l'exploitation électrique des Chemins de fer suisses*. Communication de la Commission suisse d'études pour la traction électrique des chemins de fer, par M. le Secrétaire général Prof. Dr Wyssling. — **Divers:** Application des turbines à vapeur aux stations centrales d'électricité. — *Nécrologie:* Dr W. Ritter, professeur à l'Ecole polytechnique fédérale. — *Sociétés:* Société vaudoise des ingénieurs et des architectes: Bibliothèque. — Société suisse des ingénieurs et des architectes: Section genevoise. — *Concours:* Four crématoire de Zurich. Assainissement de la ville de Toulouse. — Association amicale des Anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne. Offres d'emploi.

Note relative aux abaqes à alignement.

Par le Dr G. DUMAS,

Privat-Docent à l'Ecole polytechnique fédérale.

La nomographie ou science des abaqes prend de jour en jour plus d'extension. *Time is money*, dit le proverbe anglais. Un bon ingénieur doit pouvoir résoudre et discuter rapidement tout problème numérique touchant à sa spécialité.

Si l'on se donne une équation

$$(1) \quad f(a_1, a_2, \dots, a_n) = 0,$$

reliant entre elles n variables, qu'est-ce qu'un abaque en vue de sa résolution? C'est un graphique relatif à cette équation, établi une fois pour toutes et d'où l'on déduit rapidement par construction géométrique ou quelquefois à vue, la valeur de l'une des variables lorsqu'on connaît les $n - 1$ autres¹.

Un des avantages des abaqes sur les tables numériques, provient de ce qu'en général aucune variable n'est mise à part d'une manière spéciale. D'un abaque se déduit, avec égale facilité, la valeur de l'une quelconque des inconnues. L'interpolation, s'il y a lieu, est plus immédiate. Les abaqes permettent aussi de dominer d'un seul coup d'œil toutes les solutions que comporte un problème, en facilitent la discussion, qui bien souvent resterait malaisée, quelles que soient les tables que l'on pourrait imaginer.

La note que nous insérons ici se rapporte aux abaqes publiés récemment par M. Pierre Morel².

¹ Ouvrages à consulter :

M. D'OCAGNE. *Traité de Nomographie*. Fort volume de 500 pages. Gauthier-Villars, éditeur, Paris, 1899.

R. SOREAU. *Contribution à la théorie et aux applications de la nomographie*. Librairie polytechnique, Ch. Béranger, éditeur, Paris, 1902.

Cet ouvrage, fort de 225 pages environ, fut d'abord successivement inséré dans les *Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France*. (Année 1901).

FR. SCHILLING. *Ueber die Nomographie von Maurice d'Ocagne*. Eine Einführung in dieses Gebiet, 47 pages. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig, 1900.

Pour une bibliographie complète du sujet, voir dans le tome premier de l'édition allemande de l'*Encyclopédie des Sciences mathématiques* l'article de M. Mehmké.

² *Nouveaux abaqes logarithmiques* pour le calcul des colonnes, poutres, déversoirs et canaux, à l'usage des ingénieurs, architectes et entrepreneurs. Par P. MOREL, ingénieur. Zurich, 1906. A. RAUSTEIN, éditeur.

Discuter chacun d'eux, tel est le but de ce travail. Il eût été facile à atteindre, pour chaque abaque, par des considérations géométriques simples, mais quelque peu artificielles. Nous avons préféré donner à cet exposé un caractère plus étendu et avons procédé comme suit. Rechercher une équation qui comprenne celles que M. Morel a considérées et donner une méthode de construction pour l'abaque correspondant; étudier ensuite les abaqes de ce dernier, puis terminer en montrant que l'introduction d'échelles rectilignes autres que les échelles logarithmiques conduit à des équations très générales, résolubles encore par le moyen d'abaques du même genre.

* *

La nomographie se propose essentiellement de fixer *a priori* le type d'abaque, qui correspond le plus avantageusement à une équation donnée. Si le nombre n des inconnues est inférieur ou égal à 3, on peut d'une infinité de manières obtenir un abaque pour l'équation quelle qu'elle soit. Si n surpasse trois, la chose n'est pas toujours possible, du moins en général. L'équation proposée doit alors revêtir certaines formes spéciales, paraissant d'ailleurs comprendre celles que le plus fréquemment on rencontre en pratique.

Les quatre abaqes de M. Morel sont à alignement. Ils appartiennent ainsi à un type, dont l'usage tend à se répandre de plus en plus¹. Ils se rapportent à des équations pour lesquelles $n = 4$, et susceptibles de s'écrire :

$$(2) \quad f(a, \beta) = g(\gamma, \delta).$$

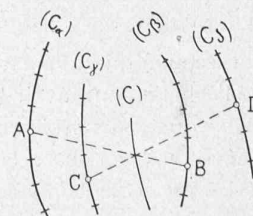


Fig. 1.

¹ L'abaque du Dr R. PROELL, pour le calcul des ressorts (*Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure*, n° du 7 juillet 1906), est à alignement. Il en est de même de celui dont s'est servi ce même auteur (même journal, année 1904) pour la représentation des propriétés de la vapeur d'eau, et qui se trouve reproduit dans la 3^{me} édition allemande du volume de M. STODOLA sur les turbines à vapeur.

Certains abaques correspondant à des équations telles que (2) peuvent se caractériser comme suit. A chacune des variables (fig. 1) correspond respectivement une courbe (échelle), dont les points respectifs, de distance en distance, sont affectés de cotes, une interpolation à vue déterminant les cotes des points intermédiaires.

Désignons les points eux-mêmes par leurs cotes. Si A, B, C, D appartiennent respectivement aux courbes $(C_a), (C_b), (C_c), (C_d)$, toutes les fois et dans le cas seulement où le système $a = A, b = B, c = C, d = D$ sera solution de (2), une construction géométrique simple, toujours la même pour un même abaque, reliera entre eux les quatre points A, B, C, D .

Les droites AB et CD se couperont, par exemple, toujours sur une cinquième courbe auxiliaire (C) . Dans d'autres cas, on exigera que les droites AB et CD soient toujours parallèles entre elles, ou perpendiculaires l'une à l'autre, etc.

* * *

Considérons une échelle logarithmique quelconque, c'est-à-dire semblable à celle des règles à calcul ordinaires. On peut l'établir de la façon suivante. Ayant fait choix d'un axe ou support et fixé sur celui-ci, fig. 2, un sens positif, celui de la flèche, par exemple, on porte à partir d'un point initial O des longueurs respectivement égales à $\log a$. Les extrémités des segments ainsi obtenus sont désignées par les valeurs a correspondantes. Dans une échelle logarithmique, le point coté 1 se confond avec le point initial, car $\log 1 = 0$; l'intervalle compris entre les points 100 et 200, dont la longueur est $\log 2$, est égal à l'intervalle séparant les points 1 et 2, etc.

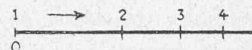


Fig. 2.

Dans les abaques que nous aurons à considérer, plusieurs échelles logarithmiques interviendront. Nous les comparerons, dans un même abaque, toutes à une échelle logarithmique type. Une échelle sera de module l , si le point coté a dans cette échelle se trouve à la distance $l \log a$ du point 1, $\log a$ étant la longueur comprise entre les points 1 et a dans l'échelle type. l peut être positif ou négatif, entier ou fractionnaire. L'échelle de module -1 , par exemple, s'obtient en portant à partir du point initial des longueurs respectivement égales à $-\log a$. Elle se confond avec celle qui résulterait d'une rotation de 180° , autour de son point initial, d'une échelle de module $+1$.

Etant donnée la direction du support, il suffit de connaître le module de l'échelle pour avoir les dimensions de celle-ci et savoir dans quel sens croissent les chiffres de ses divisions. Si l'on connaît, en outre, la position de l'une quelconque des divisions, ou le point initial, l'échelle se trouve complètement fixée le long de son support.

Plus loin les supports de toutes les échelles auront, dans un même abaque, toujours la même direction positive et seront en outre tous parallèles à une même droite que nous appellerons Δ .

Ceci dit, fig. 3, considérons dans un même plan et rapportées à un système d'axes cartésiens quelconques Ox, Oy ,

quatre droites parallèles à Oy , dont les équations respectives seront :

$$x = a, \quad x = b, \quad x = c, \quad x = d.$$

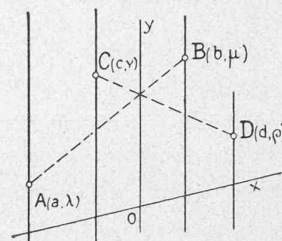


Fig. 3.

Nous admettons que l'on a :

$$a \neq b, \quad c \neq d.$$

Il n'y aurait pas d'inconvénient à ce que l'une des deux, ou les deux égalités aient lieu, $a = c, b = d$.

Considérons les quatre points A, B, C, D , placés respectivement sur ces quatre droites, et d'ordonnées respectivement égales à λ, μ, ν, ρ . Menons ensuite les droites AB et CD .

Pour que celles-ci se coupent sur Oy , il faut et il suffit qu'elles aient même ordonnée à l'origine, il faut et suffit donc que la relation

$$(3) \quad \frac{a\mu - b\lambda}{a - b} = \frac{c\rho - d\nu}{c - d}$$

soit satisfaite, quels que soient d'ailleurs sur leurs droites respectives les points A, B, C, D .

Parallèlement, fig. A, à une droite Δ que nous prendrons pour axe Oy et à des distances respectivement égales aux quantités positives ou négatives, toutes différentes de zéro, a, b, c, d , plaçons les échelles logarithmiques $(\alpha), (\beta), (\gamma), (\delta)$, dont les modules respectifs sont l_1, l_2, l_3, l_4 . Nous choi-

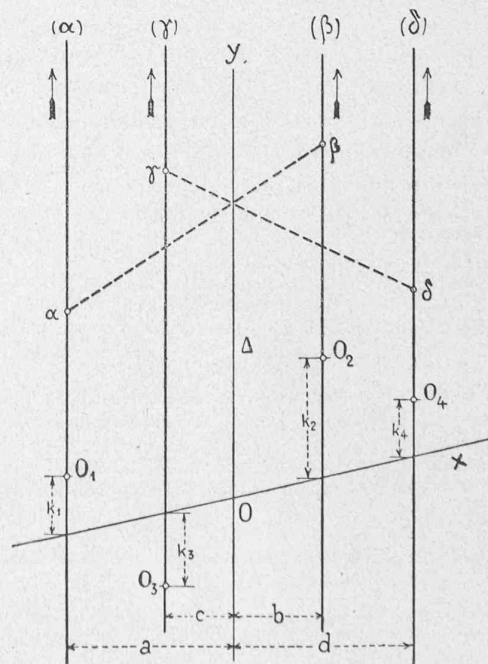


Fig. A.

sissons aussi $a \neq b$, $c \neq d$ et supposons toutes les directions positives (caractérisées par les flèches), celles des supports et celle de Oy , orientées dans le même sens.

Par le point O , pris arbitrairement sur Oy , menons une droite quelconque que nous prendrons pour axe Ox . Soient O_1, O_2, O_3, O_4 les points initiaux de chaque échelle. Leurs abscisses sont respectivement proportionnelles aux distances a, b, c, d . Nous désignerons leurs ordonnées, déterminées une fois le choix de Ox arrêté, par k_1, k_2, k_3, k_4 .

Un point α de l'échelle (α), par exemple, a son abscisse proportionnelle à a , son ordonnée égale à $k_1 + l_1 \log a$. Nous poserons

$$k_i = l_i \log h_i, \\ (i = 1, 2, 3, 4)$$

ce qui nous permettra, par exemple, d'avoir $l_1 \log h_1 \alpha$ comme ordonnée du point α .

Prenons, sur leurs échelles respectives, quatre points, $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Chaque fois que les droites $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$ se coupent sur Δ la relation

$$(4) \quad \frac{a l_2 \log h_2 \beta - b l_1 \log h_1 \alpha}{\rho (a - b)} = \frac{c l_4 \log h_4 \delta - d l_3 \log h_3 \gamma}{\rho (c - d)}$$

se trouve satisfaite et réciproquement. Ceci, comme conséquence de (3). Le facteur ρ , dans les deux membres de (4), représente une constante.

Posons

$$(5) \quad \frac{b l_1}{\rho (a - b)} = -m, \quad \frac{a l_2}{\rho (a - b)} = n, \quad \frac{d l_3}{\rho (c - d)} = -p, \\ \frac{c l_4}{\rho (c - d)} = q$$

ainsi que

$$C = \frac{h_3^p h_4^q}{h_1^m h_2^n}.$$

On a dès lors, équivalente à (4), la relation

$$(B) \quad \alpha^m \beta^n = C \gamma^p \delta^q,$$

dans laquelle aucun des exposants n'est égal à zéro.

Chaque fois que dans la figure A les droites $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$ se coupent sur Δ la relation B se vérifie et réciproquement. On peut donc regarder la figure A comme abaque de B, puisque toute solution de B s'obtient en menant deux droites se rencontrant sur Δ .

Mais B est ici conséquence de la disposition géométrique de A. Il faut établir maintenant qu'étant donnée *a priori* l'équation B, il existe toujours pour sa résolution des abaques du genre que définit la figure A.

Dans cette démonstration, les quatre quantités m, n, p, q sont supposées différentes de zéro, car si ce n'était le cas, B ne renfermerait plus quatre variables, mais un nombre inférieur. Il serait absurde également d'admettre que le coefficient C s'annule ou puisse prendre des valeurs ne donnant lieu à aucune solution réelle.

Pour avoir un abaque qui corresponde à B, il faut tout d'abord pouvoir déterminer des quantités $\rho, a, b, c, d, l_1, l_2, l_3, l_4, \alpha \neq b, c \neq d$, vérifiant les quatre équations (5). Ecrivons ces dernières :

$$(6) \quad \frac{1}{\rho} = -\frac{m}{l_1} \left(\frac{a}{b} - 1 \right) = \frac{n}{l_2} \left(\frac{a}{b} - 1 \right) \\ = -\frac{p}{l_3} \left(\frac{c}{d} - 1 \right) = \frac{q}{l_4} \left(\frac{c}{d} - 1 \right).$$

Les quantités cherchées doivent, par conséquent, satisfaire aux relations

$$(7) \quad \begin{cases} \frac{n}{l_2} + \frac{a m}{b l_1} = 0 \\ \frac{q}{l_4} + \frac{c p}{d l_3} = 0 \end{cases}$$

et

$$(8) \quad -\frac{m}{l_1} \left(\frac{a}{b} - 1 \right) + \frac{p}{l_3} \left(\frac{c}{d} - 1 \right) = 0,$$

d'où se déduisent les valeurs des rapports $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$, une fois données les valeurs des l_i . L'addition, membre à membre, des égalités (7) et (8), multipliées respectivement par $+1$, -1 et $+1$, conduit à la suivante :

$$(9) \quad \frac{m}{l_1} + \frac{n}{l_2} = \frac{p}{l_3} + \frac{q}{l_4}.$$

Dès que les l_i sont choisis de manière à vérifier (9), (8) devient conséquence des équations (7), qui seules sont ainsi suffisantes pour la détermination des valeurs de $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$.

Le système (5) sera dès lors satisfait, dès que les l_i auront été choisis conformément à (9) et les a, b, c, d , de manière à vérifier les équations (7). ρ prend alors la valeur inverse de l'un quelconque des rapports, qui figurent dans (6).

Parmi les valeurs des l_i , qui satisfont à (9), nous excluons celles qui seraient nulles ou infinies, elles n'auraient aucun sens. Nous excluons aussi celles pour lesquelles les deux membres de (9) se réduiraient séparément à zéro, d'où

$$\text{résulterait aussitôt } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 1.$$

Prenons maintenant l'un quelconque des systèmes de quantités qui satisfont à (5), puis, fig. A, plaçons parallèlement à l'axe donné Δ , aux distances a, b, c, d , les supports de quatre échelles logarithmiques (α), (β), (γ), (δ) de modules égaux respectivement à l_1, l_2, l_3, l_4 .

Ces supports ont tous la même direction positive. Nous la caractérisons, le long de chacun d'eux, par une flèche. Ceux des échelles (α) et (β) d'une part, (γ) et (δ) d'autre part, ne seront jamais confondus. Ils ne le pourraient que dans le cas où les l_i admettraient les valeurs exclues. Il est impossible aussi qu'aucun d'eux ne vienne se confondre avec Δ .

Plaçons ensuite, le long de chaque support, les échelles elles-mêmes, orientées convenablement d'après le signe de leurs modules. Mobiles sur l'axe qui leur sert d'appui, ou du moins pouvant être considérées comme telles, les échelles se placent définitivement comme suit. On prend une solution quelconque $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, de B et marquant, sur les

échelles correspondantes, les points $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, on fait en sorte que les droites $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$ se coupent sur Δ . On peut d'une infinité de manières satisfaire à cette condition.

Chaque fois qu'elle sera vérifiée et quelle que soit d'ailleurs la solution particulière que l'on aura considérée, la figure A sera toujours abaque de l'équation B.

Ce fait fondamental s'établit facilement.

Par un point quelconque O , de la droite Δ que nous prenons comme axe Oy , menons une droite quelconque. Ce sera Ox . Admettons, si l'on veut, que la direction positive de Oy soit orientée dans le même sens que la direction positive des supports. Laissons arbitraire celle de Ox . Dans ce cas, les échelles étant placées comme nous l'avons dit, leurs points initiaux auront des ordonnées h'_i auxquelles correspondront des valeurs bien déterminées h_i .

Une relation telle que (4), dans laquelle on fera $h_i = h'_i$, ($i = 1, 2, 3, 4$), sera toujours vérifiée chaque fois que sur leurs échelles respectives on fixera des points $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, tels que les droites $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$ se coupent sur Δ . Mais les équations (5) se trouvent satisfaites par les l_i et les valeurs de $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. La nouvelle relation sera, par conséquent, équivalente à la suivante :

$$(10) \quad \alpha^m \beta^n = \frac{h'_3{}^p h'_4{}^q}{h'_1{}^m h'_2{}^n} \gamma^p \delta^q.$$

Comme la relation B se trouve vérifiée par le système particulier de valeurs $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, que nous avons considéré, et qu'il en est de même de l'équation (10), on aura forcément :

$$\frac{h'_3{}^p h'_4{}^q}{h'_1{}^m h'_2{}^n} = C.$$

La relation (10), correspondant à l'abaque A, est donc identique à la relation B. A est donc abaque de B, ce que nous voulions démontrer.

D'une manière générale, nous venons d'établir qu'à toute équation telle que B, correspond une infinité d'abaques tels que A, dans lesquels, modules et rapports des distances des supports à Δ , doivent être choisis conformément aux équations (7) et (9).

Un abaque particulier s'obtient en considérant une solution particulière de B et en plaçant les points $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ correspondants, sur deux droites $\alpha\beta, \gamma\delta$, astreintes à la seule condition de se couper sur Δ .

Pour construire un abaque de l'équation B, il n'est donc pas nécessaire de faire intervenir un système de coordonnées. Inutile, par conséquent, de déterminer la position de chaque échelle sur son support, en fixant les points initiaux. Une solution particulière de B suffit¹. Ce fait est important, car il peut très bien se faire qu'aucune des valeurs $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 1$, correspondant aux points initiaux, n'intervienne pratiquement dans la résolution de B. Il peut arriver aussi, que seules quelques-unes d'entre elles doivent être prises en considération. Seuls, par conséquent,

¹ Il sera bon, pratiquement, de placer les échelles en tenant compte de deux solutions au moins de l'équation B. Ceci, dans le but d'éviter des erreurs semblables à celles qui résulteraient, par exemple, d'une mauvaise intersection de $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$ sur Δ .

les fragments d'échelles qui correspondent aux intervalles naturels de variation des inconnues, entrent en ligne de compte, dans la construction d'un abaque relatif à B.

Quelques remarques sont nécessaires encore. D'après (9), trois des modules restent arbitraires. Trois des échelles aussi peuvent être placées à volonté le long de leurs supports. Les relations (7) ne donnent que la valeur des rapports $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$, de sorte que les distances a, b, c, d , ne sont pas non plus entièrement déterminées. On utilisera toutes ces circonstances en vue d'une bonne disposition d'abaque.

Généralement l'un des modules aura la valeur 1. L'échelle correspondante est alors dans l'abaque l'échelle type à laquelle se comparent les autres.

Constatons enfin que la relation (9) admet comme solution le système

$$l_1 = m, \quad l_2 = n, \quad l_3 = p, \quad l_4 = q,$$

auquel correspond, comme conséquence de (7),

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = -1.$$

A l'équation B on peut donc toujours faire correspondre un abaque, dans lequel les modules des échelles sont respectivement égaux aux exposants des variables correspondantes. Deux paires de droites parallèles et symétriques par rapport à Δ deviennent dans ce cas respectivement supports des échelles (α) et (β) d'une part, (γ) et (δ) d'autre part.

(A suivre).

L'énergie nécessaire pour l'exploitation électrique des Chemins de fer suisses.

Communication de la Commission suisse d'études pour la traction électrique des chemins de fer¹.

Par M. le Secrétaire général Prof.-Dr WYSSLING.

Le programme adopté en mai 1904 pour les études de la Commission a, comme premier objet principal, la *détermination de l'énergie nécessaire* pour l'exploitation électrique des chemins de fer suisses. L'importance de l'électrification des chemins de fer de notre pays ne réside pas en réalité et avant tout dans l'utilisation de certains avantages, de nature purement technique, que l'on prête à la traction électrique, et qui, dans beaucoup d'endroits, ont déterminé l'introduction de ce mode de traction (comme par exemple la possibilité d'atteindre de plus grandes vitesses, la faculté d'augmenter le trafic, l'absence de fumée, etc.); la raison principale pour la Suisse est plutôt d'ordre économique, puisqu'elle est celle de l'utilisation des forces hydrauliques du pays au lieu de l'importation de charbons étrangers.

Les premières questions à résoudre sont par conséquent : Quelle est l'énergie nécessaire ? Celle-ci peut-elle se trouver dans le pays ? En présence des affirmations pessimistes

¹ Traduit du texte allemand par les soins de la Rédaction du *Bulletin technique*.