

Zeitschrift:	Bulletin technique de la Suisse romande
Band:	32 (1906)
Heft:	17
Artikel:	Quelques problèmes spéciaux tirés du domaine des turbo-machines hydrauliques
Autor:	Neeser, R. / Siegmund, R.
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-25585

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 26.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$$\varphi = 0 \quad 30)$$

$$0 \leq r \leq 2\pi \quad 31)$$

$$0 < \beta_{2i} \leq \frac{\pi}{2} \quad 32)$$

Nous diviserons l'étude de ce cas particulier en deux :

a) $r \neq 0$
 $0 < \beta_{2i} \leq \frac{\pi}{2}$

et

b) $r = 0$
avec

1° $0 < \beta_{2i} < \frac{\pi}{2}$

2° $\beta_{2i} = \frac{\pi}{2}$

Soit d'abord :

a) $r \neq 0$
 $0 < \beta_{2i} \leq \frac{\pi}{2}$.

L'équation 18 nous donne, puisque $\varphi = 0$, et quelle que soit la valeur de β_{2i} :

$$\overline{Id} = \infty.$$

Or, si $\varphi = 0$, les droites R et T déterminant le plan tangent à l'aube en I , sont nécessairement situées toutes les deux dans le plan $R_i r_i$ perpendiculaire à $E_i E_i$; mais, puisque r_k et r_i sont, selon nos hypothèses, sensiblement parallèles, le plan $R_k r_k$ ou $K k b c d$ (fig. 11) perpendiculaire lui aussi à $E_i E_i$ sera parallèle au plan $R T$; l'intersection Id , du plan $R T$ et du plan $I c d$ perpendiculaire à w_{2i} , sera donc une droite parallèle au plan $R_k r_k$, et le segment Id par suite infiniment grand.

Seulement, il est facile de se rendre compte que la plupart des hypothèses et simplifications faites dans le courant de ce chapitre, et qui nous ont servi à établir les formules 18 et 19, ne sont jamais rigoureusement satisfaites ni motivées ; elles entachent par conséquent les résultats d'une certaine inexactitude ; il est intéressant de savoir d'où proviennent les plus grosses erreurs, et jusqu'à quel point les équations 18 et 19 peuvent être utilisées.

Nous avons, par exemple, substitué à la surface de l'aube, dans le voisinage du point I , son plan tangent en ce point $I k b$ (fig. 11), et déterminé le segment Id , compris entre les plans $R_i r_i$ et $R_k r_k$, de l'intersection de ce plan et du plan $I c d$ perpendiculaire à w_{2i} ; nous avons admis que Id serait, à peu de chose près, égal au segment Id_1 de l'intersection de l'aube elle-même et du plan $I c d$, compris entre les surfaces liquides r_i et r_k .

Or, dans le cas où $\varphi = 0$, cette hypothèse n'est plus admissible, car, comme l'arête $A B C$ est nécessairement de longueur finie, la partie de l'aube comprise entre les surfaces liquides r_i et r_k est certainement finie elle aussi, même si en I , ou sur une certaine longueur de l'arête de sortie, l'angle φ avait la valeur limite 0 ; le segment Id_1 sera, par conséquent, de longueur finie et ne saurait être, dans ce cas, remplacé par Id .

Il n'est donc plus possible, dès qu'il s'agit de la détermination de f_{2i} , d'identifier la surface de l'aube à son plan tangent, et la formule 19, entre autres, ne présente plus le degré d'exactitude requis.

On se gardera donc bien d'utiliser les équations 18 et 19 ainsi que les procédés graphiques (fig. 12 et 13) qui en découlent, non seulement là où l'angle φ serait nul, mais même pour les points de l'arête où φ serait inférieur à une certaine limite ; les résultats auxquels on parviendrait ne seraient plus suffisamment exacts.

Nous ne saurions donner la limite de φ à partir de laquelle un procédé plus rigoureux s'impose ; elle dépend de la forme de l'arête, de celle de l'aube, etc. Ajoutons cependant qu'on peut déterminer la valeur exacte de Id_1 , en coupant l'aube elle-même et non pas son plan tangent, par le plan $I c d$ perpendiculaire à la vitesse relative du point de sortie moyen de la turbine partielle considérée ; il est évident qu'il faudra choisir Δb_{2i} suffisamment petit, afin que la direction de la vitesse w_{2i} varie peu entre les points I et K .

Il est donc bien acquis que le facteur Id , intervenant dans l'expression :

$$f_{2i} = \overline{Id} \times a_{2i},$$

satisfait en réalité toujours à la condition :

$$Id < \infty.$$

Que devient, maintenant, le second terme a_{2i} de l'équation précédente.

Nous avons trouvé (éq. 10) que, dans tous les cas, l'ouverture des aubes est donnée par :

$$a_{2i} = t_{2i} \sin \beta'_{2i} - \delta_i.$$

Revenons à la figure 4, et cherchons ce que devient β'_{2i} si :

$$\varphi (= \not t, r) = 0.$$

On constate facilement que t et r se confondant, les points H_1 et K_1 coïncident ; H_2 tombe, quel que soit l'angle β_{2i} sur la droite t , et $H'_2 K'_2$ se confondant elle aussi avec t , il en sera de même de la droite $J L$; par conséquent, puisque H_1 est situé sur t , sa distance, $H_1 M$, à la droite $J L$ se réduit à zéro :

$$H_1 M = 0;$$

mais,

$$\operatorname{tg} \beta'_{2i} = \frac{H_1 M}{H_1 H_2} = 0,$$

car, comme

$$\beta_{2i} > 0,$$

on aura :

$$H_1 H_2 < \infty.$$

Donc, dès que

$$\varphi = 0,$$

$$a_{2i} = - \delta_i.$$

L'ouverture des aubes serait négative, c'est-à-dire que deux aubes consécutives devraient entrer l'une dans l'autre de la quantité δ_i . Il est donc bien évident que ces aubes se recouvriront au point I , à la façon des tuiles d'un toit, et, grâce à leur épaisseur δ_i , déjà bien avant que φ ait at-

teint la valeur limite zéro, c'est-à-dire que le plan $R T$ soit perpendiculaire à $Ei Ei$.

Il est du reste très facile de se rendre compte de la valeur approximative de φ pour laquelle l'ouverture normale disparaît ; il suffit en effet que ψ_{2i} soit nul, c'est-à-dire que

$$\psi_{2i} = 1 - \frac{\delta_i}{t_{2i} \sin \beta'_{2i}} = 0,$$

ou bien

$$\sin \beta'_{2i} = \frac{\delta_i}{t_{2i}};$$

mais, comme

$$\sin \varphi = \frac{\operatorname{tg} \beta'_{2i}}{\operatorname{tg} \beta_{2i}},$$

on aura :

$$\lim |\sin \varphi|_{\psi_{2i}=0} = \frac{\delta_i}{t_{2i} \operatorname{tg} \beta_{2i}} \sqrt{\frac{1}{1 - \left(\frac{\delta_i}{t_{2i}}\right)^2}},$$

ou enfin, si l'on néglige le terme $\left(\frac{\delta_i}{t_{2i}}\right)^2$, qui est toujours petit par rapport à l'unité,

$$\lim |\sin \varphi|_{\psi_{2i}=0} \approx \frac{\delta_i}{t_{2i} \operatorname{tg} \beta_{2i}}.$$

Supposons, par exemple, pour illustrer ce résultat, que

$$\delta_i = 10 \text{ mm.},$$

$$t_{2i} = 100 \text{ mm.},$$

$$\beta_{2i} = 20^\circ;$$

on trouverait :

$$\lim |\sin \varphi|_{\psi_{2i}=0} \approx 0,364$$

et

$$\lim |\varphi|_{\psi_{2i}=0} \approx 15^\circ 55',$$

valeur pour laquelle l'ouverture normale a_{2i} serait nulle ; les aubes se recouvriraient ; on voit que cette valeur de φ , calculée avec des données absolument normales, n'est pas négligeable du tout.

Ainsi donc, l'indétermination des formules 20 bis et 21 bis disparaît complètement ; on arrive aux résultats suivants :

$$\begin{array}{lll} \text{si} & \underline{\varphi = 0} & \text{et} \quad \underline{\gamma = 0}, \\ & \underline{f_{2i} = 0}, \end{array}$$

quelle que soit la valeur de β_{2i} .

$$b) \quad \underline{\gamma = 0}.$$

Examinons tout d'abord le cas où :

$$1^\circ \quad \underline{0 < \beta_{2i} < \frac{\pi}{2}}.$$

L'équation 18 nous conduit de nouveau à la valeur limite :

$$\overline{Id} = \infty.$$

En appliquant à ce cas particulier le raisonnement de tout à l'heure, on arriverait aux mêmes conclusions :

$$\overline{Id_1} < \infty,$$

$$\text{et} \quad a_{2i} = 0;$$

les aubes se recouvriraient en I , même à partir d'une certaine valeur de φ supérieure à zéro. On aura par conséquent aussi

$$\underline{f_{2i} = 0}$$

$$2^\circ \quad \underline{\beta_{2i} = \frac{\pi}{2}}.$$

Dans ce cas, les deux derniers termes de la quantité sous le radical (éq. 18 et 19) prennent la forme $\frac{0}{0}$, et Id est lui-même indéterminé,

$$Id = \frac{0}{0};$$

il en sera de même de f_{2i} :

$$f_{2i} = a_{2i} \cdot \frac{0}{0} = \frac{0}{0}.$$

Ces valeurs particulières s'expliquent sans aucune difficulté.

En effet,

$$\text{si} \quad \underline{\gamma = 0},$$

la tangente T se confond avec sa projection t ; et,

$$\text{si} \quad \underline{\beta_{2i} = \frac{\pi}{2}},$$

R , devant se trouver dans le plan axial $Ei Ei$, coïncidera avec r ; mais, puisque l'on a simultanément,

$$\underline{\varphi = 0},$$

r et t et par suite R et T ne forment qu'une seule et même droite, par laquelle il est possible de mener une infinité de plans $R T$ tangents à l'aube en I ; la surface de l'aube est donc bien indéterminée dans le voisinage de ce point ; il en sera de même de Id et de a_{2i} , et par conséquent, de f_{2i} .

Les équations 13 et 14 (page 166), déduites dans les mêmes conditions, nous conduiraient du reste au même résultat, car, si

$$\underline{\varphi = 0}$$

$$\text{et} \quad \underline{\beta_{2i} = \frac{\pi}{2}},$$

$$\text{on a} \quad \underline{\operatorname{tg} \beta'_{2i} = \infty \cdot 0 = \text{indéterminée}}$$

$$\text{et} \quad \underline{a_{2i} = \text{indéterminée.}}$$

On pourra donc entre tous les plans $R T$ en choisir un quelconque, ou, ce qui revient au même, fixer une valeur convenable de β'_{2i} , et déterminer, comme nous l'avons indiqué, Id (ou Id_1) et a_{2i} . La section normale f_{2i} acquerra ainsi une valeur finie bien déterminée :

$$f_{2i} = \overline{Id} \times a_{2i}.$$

Faisons encore remarquer que, quel que soit le plan $R T$ choisi, c'est-à-dire la forme de l'aube dans le voisinage de I , et l'ouverture a_{2i} , l'angle β_{2i} sera droit ; le dia-

gramme de sortie accusera par conséquent une grande vitesse absolue c_2 , où :

$$c_2 > c'_2$$

si c'_2 désigne la vitesse absolue de sortie au cas où β_{2i} aurait une valeur normale inférieure à $\frac{\pi}{2}$ (fig. 14).

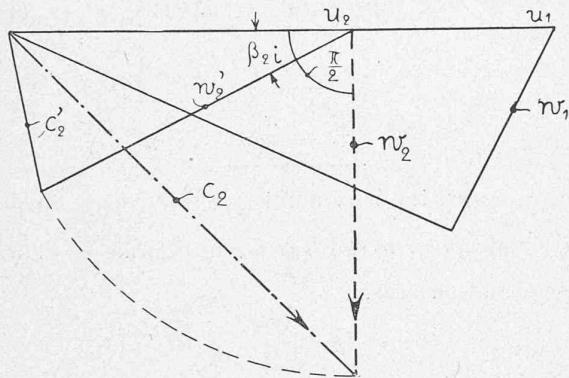


Fig. 14. — Diagrammes de sortie pour $\beta_{2i} = \frac{\pi}{2}$.

Ainsi donc, lorsque r et t se confondent, ou même lorsque l'angle φ de ces droites est suffisamment petit, l'ouverture normale a_{2i} est toujours nulle si $\gamma \neq 0$, quel que soit l'angle β_{2i} . Il en sera de même au cas où $\gamma = 0$ et $\beta_{2i} < \frac{\pi}{2}$. Si toutefois γ étant = 0, on veut obtenir une certaine ouverture a_{2i} , il faudra choisir $\beta_{2i} = \frac{\pi}{2}$; a_{2i} pourra alors prendre l'une quelconque des valeurs comprises entre :

$$0 \text{ et } t_{2i} - \delta_i,$$

pourvu que β'_{2i} varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$.

Seulement, cet avantage ne s'achète qu'au prix d'un certain sacrifice, car, comme la vitesse relative w_{2i} fait avec u_{2i} un angle droit, la vitesse absolue de sortie c_2 acquerra, comme nous l'avons vu, une valeur relativement grande sous une direction très inclinée par rapport à u_{2i} , et déterminera de ce fait dans le tube amortisseur des mouvements giratoires qui auront certainement une mauvaise influence sur l'action du diffuseur; le rendement de la turbine en souffrira.

E. Arête « d'ouverture maximum » et arête « de débit maximum ».

Revenons maintenant aux équations 7 et 10 qui nous fournissent la valeur du coefficient d'ouverture :

$$\psi_{2i} = 1 - \frac{\delta_i}{t_{2i} \sin \beta'_{2i}} \quad 23)$$

et de l'ouverture des aubes au point J :

$$a_{2i} = t_{2i} \sin \beta'_{2i} - \delta_i. \quad 24)$$

Nous constatons que ψ_{2i} et a_{2i} varient avec l'angle β'_{2i} , de $-u_{2i}$ et du plan $R T$ tangent à l'aube en J , et que ces deux grandeurs atteindront leur valeur maximum lorsque l'angle β'_{2i} sera lui-même maximum. (Il est inutile d'insister sur

le fait que l'angle β_{2i} est toujours compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.)

Cherchons à établir cette valeur limite de β'_{2i} .

Nous admettrons dans ce but que l'une des courbes $a b c$ et $A' B' C'$, la courbe $a b c$ (fig. 15) par exemple, ait été fixée préalablement, et nous ferons varier l'autre, $A' B' C'$; ceci revient à dire que l'arête de sortie $A B C$, donnée par l'intersection de la surface de sortie $a b c$ et du cylindre droit construit sur $A' B' C'$ (fig. 3), est assujettie à la seule condition de rester sur la surface engendrée par la rotation de $a b c$ autour de l'axe $O_1 O_2$. La tangente T à l'arête de sortie en un point J quelconque de cette arête sera par conséquent susceptible de prendre toutes les positions possibles autour du point J dans le plan tangent à la surface de sortie en ce point, et l'angle γ , de T et du plan axial $E_i E_i$, pourra prendre toutes les valeurs comprises entre 0 et 2π . Il s'en suit que le plan $R T$ tournera autour de R et que, par conséquent, l'angle β'_{2i} de ce plan et de la direction $-u_{2i}$ passera par toute une série de valeurs.

Mais la figure 4 nous fournit les relations suivantes :

$$\tan \beta'_{2i} = \frac{M H_1}{H_1 H''_2}$$

$$\tan \beta_{2i} = \frac{J H_1}{H_1 H_2},$$

d'où, comme

$$H_1 H_2 = H_1 H''_2,$$

$$\tan \beta'_{2i} = \tan \beta_{2i} \cdot \frac{M H_1}{J H_1}. \quad 25)$$

Or, quelle que soit la forme de l'arête $A B C$, l'angle β_{2i} reste constant; il en de même du segment $J H_1$. Par contre, la longueur $M H_1$ de la perpendiculaire abaissée de H_1 sur la trace $J L$ des plans $R T$ et $E_i E_i$ varie avec la position du plan $R T$, c'est-à-dire avec la forme de l'arête $A B C$. En effet, si γ varie de 0 à 2π , le segment $K_1 K'_2$ prendra toutes les valeurs possibles entre $-\infty$ et $+\infty$; il en sera de même de $K_1 K'_2$ puisque

$$K_1 K'_2 = K_1 K_2;$$

le point L parcourra donc la droite indéfinie $H_1 K_1$, et la trace $J L$ tournera autour du point J .

Or, puisque

$$H_1 M = H_1 J \cos (M H_1 J),$$

la valeur maximum de $H_1 M$ sera évidemment :

$$\max (H_1 M) = H_1 J, \quad 26)$$

valeur atteinte lorsque $J L$ sera perpendiculaire à r , c'est-à-dire lorsque le plan $R T$ tangent à l'aube en J sera perpendiculaire au plan $R r$.

Des équations 25 et 26 on déduit :

$$\max \beta'_{2i} = \beta_{2i} \quad 27)$$

et par suite, en tenant compte de 23 et 24 :

$$\max \psi_{2i} = 1 - \frac{\delta_i}{t_{2i} \sin \beta_{2i}} \quad 28)$$

$$\max a_{2i} = t_{2i} \sin \beta_{2i} - \delta_i. \quad 29)$$

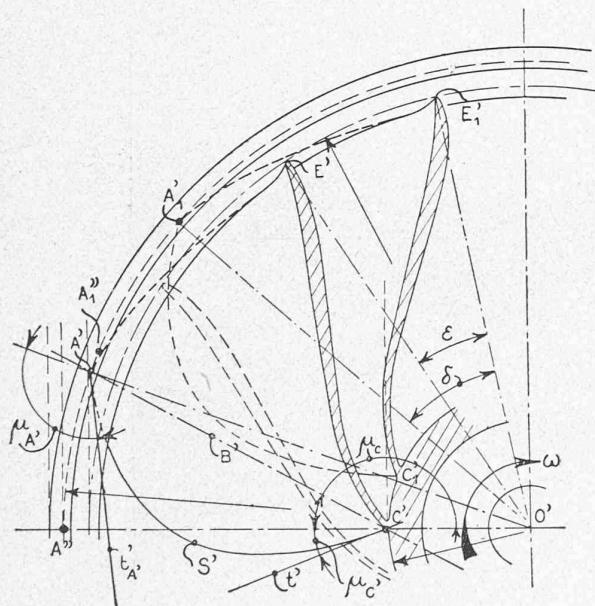
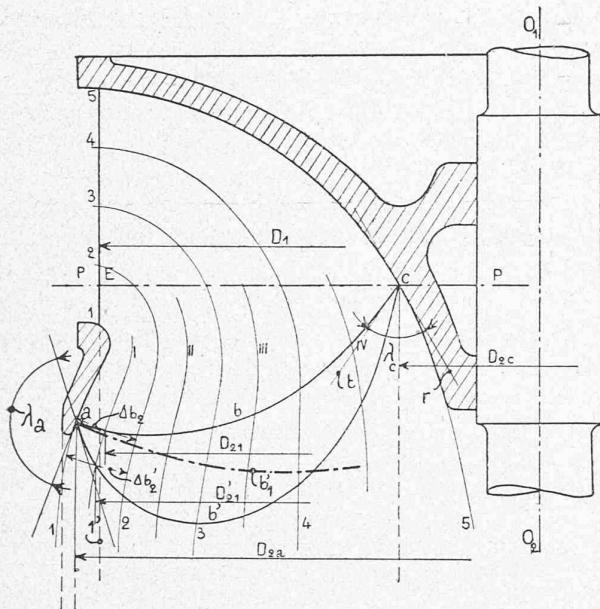


Fig. 15. — Turbine Francis rapide. — Choix de l'arête de sortie.

Supposons que l'on soit arrivé à déterminer $A' B' C'$ de façon que ψ_{2i} et par suite a_{2i} soient maxima en tous les points de sortie, l'arête $A B C$ fixée ainsi par les courbes $a b c$ et $A' B' C'$ sera une « arête d'ouverture maximum ». Pour toute autre courbe, $A_0 B_0 C_0$ par exemple, choisie comme arête de sortie sur la surface de rotation $a b c$, on obtiendrait des valeurs de ψ_{2i} inférieures, ou accidentellement, (pour quelques points peut-être), au plus égales à celles fournies par l'équation 28.

On conçoit maintenant sans peine qu'à chaque courbe $a b c$, tracée entre les points a et c des profils extérieur et intérieur de la turbine, c'est-à-dire à chaque surface de sortie, correspondra une (mais toujours une seule) « arête d'ouverture maximum ». Il existe donc entre les points A et C , assujettis à la seule condition de se trouver sur les

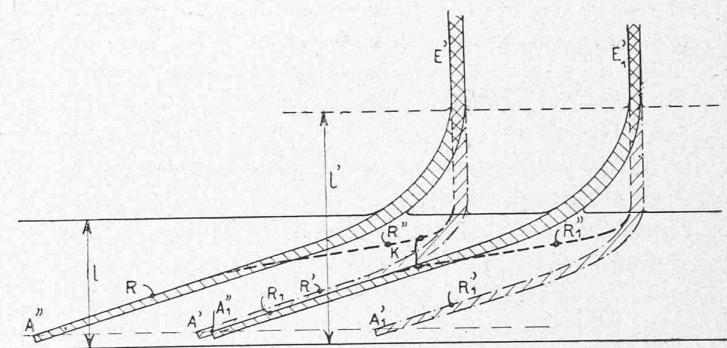


Fig. 15a. — Turbine Francis rapide. — Section cylindrique suivant 1 1'.

cercles de diamètres D_{2a} et D_{2c} (fig. 15), une infinité d'arêtes d'ouverture maximum.

Or, en vertu de l'équation 6 :

$$Q = \pi \sum (D_{2i} \Delta b_{2i} \psi_{2i} c'_{2i}),$$

chacune de ces arêtes est en même temps une « arête de débit maximum ». Seulement, remarquons le bien, ce maximum n'est que « relatif » puisque le débit Q dépend encore des facteurs D_{2i} , Δb_{2i} et c'_{2i} .

Si nous voulons toutefois conserver pour toutes ces arêtes la même perte à la sortie, c'est-à-dire, en vertu de l'équation 8, les mêmes valeurs de c'_{2i} , et si nous supposons que la courbe $A B C$ ne puisse être choisie que sur une seule et même surface de sortie, le maximum devient « absolu », puisqu'alors les termes D_{2i} et Δb_{2i} conservent leur valeur lorsque l'on passe de l'une de ces arêtes de sortie ainsi définies à une autre.

Une arête « d'ouverture maximum » est donc entre toutes les courbes *choisies sur la même surface de sortie* celle qui fournit, avec une perte à la sortie donnée, le plus grand débit possible.

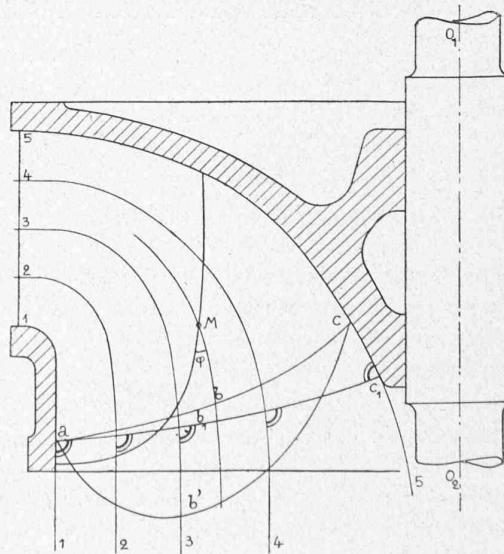


Fig. 16. — Turbine Francis normale. Choix de l'arête de sortie.

Ces maxima relatifs du débit Q ont en outre tous la même valeur si, en passant d'une surface de sortie $a b c$ à une autre $a' b' c$ (fig. 15) par exemple, les facteurs D_{2i} et Δb_{2i} de l'équation 6 ne changent pas.

Ce cas particulier est réalisé d'une façon tout à fait rigoureuse chez les turbines Francis normales (fig. 16) lorsque les profils $a b c$, $a' b' c$, etc., sont choisis dans la région où les filets liquides sont parallèles à l'axe $O_1 O_2$. Il est alors absolument indifférent pour la valeur du débit de la turbine que l'on choisisse l'une ou l'autre des arêtes « d'ouverture maximum » ; chacune d'elles fournit en même temps le maximum du débit compatible avec la perte à la sortie choisie.

Dès qu'il s'agit de turbine rapide ou extra rapide où les filets liquides sont plus ou moins divergents dans la région

étude, nous indiquerons avant de terminer, à titre de simple orientation et sans grands développements, quelques règles pratiques qui faciliteront la tâche des débutants.

(A suivre).

Notice sur le développement de la Gare de Renens.

En 1855-1856, la halte de Renens fut le point terminus de la première ligne de chemin de fer de la Suisse romande, ouverte à l'exploitation le 7 mai 1855 d'Yverdon à Bussigny, le 1^{er} juillet de Bussigny à Renens, et le 1^{er} mai 1856 de Bussigny à Morges et de Renens à Lausanne.

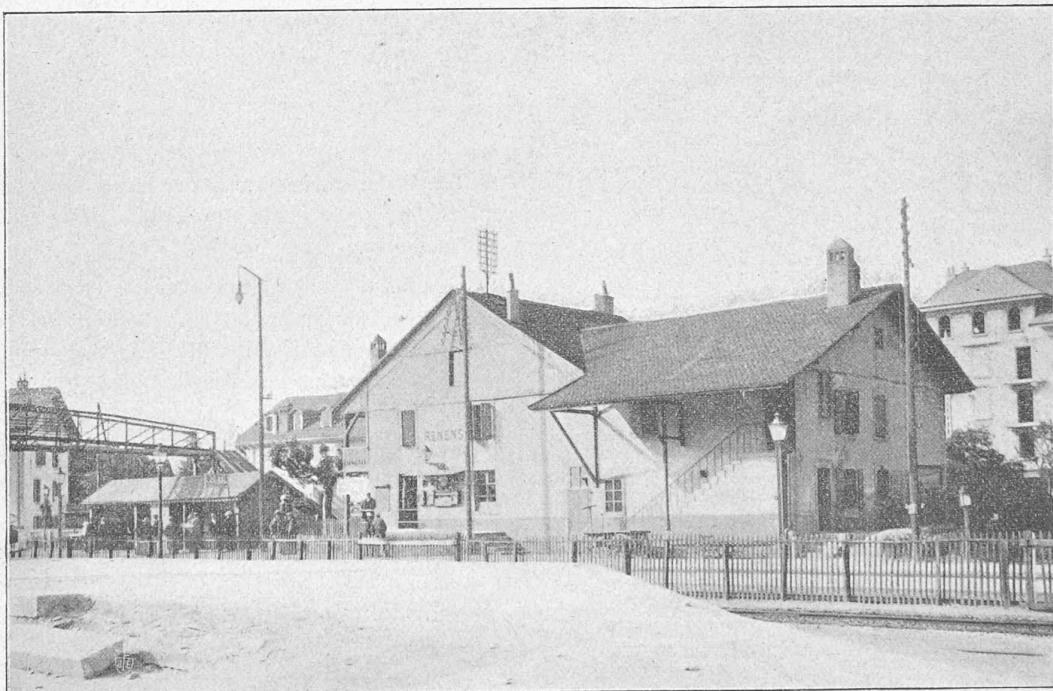


Fig. 1. — Gare de Renens. — Bâtiment aux voyageurs (en 1906).

voisine de l'arête de sortie, le choix des courbes $a b c$ acquiert par contre une grande importance. Les maxima relatifs du débit Q , fournis par les arêtes « d'ouverture maximum », n'ont plus nécessairement la même valeur ; ils augmentent avec les termes D_{2i} et Δb_{2i} , si bien que le débit d'une turbine munie d'une arête « d'ouverture maximum » située sur $a b' c$ par exemple (fig. 15), sera à perte p égale supérieur à celui d'une roue munie d'une arête « d'ouverture maximum » choisie sur $a b c$.

Il ne faut toutefois pas oublier que l'arête $A B C$ n'influe pas seulement sur le débit Q de la turbine, mais aussi sur la forme de l'aube et celle des canaux de la roue mobile, le choix de l'arête de sortie est donc en outre subordonné à d'autres conditions que celles que nous venons de traiter.

Bien que cette partie du problème des aubages de turbines hélico-centripètes ne rentre pas dans le cadre de cette

Après cette dernière ouverture, la halte de Renens tomba dans le calme plat et toutes ses installations se réduisaient à une baraque en bois pour bureau et salle d'attente et un petit trottoir, avec une aiguille à la Sorge pour la voie Renens-Poudrière, qui fermait le fameux delta de Bussigny. Cette situation dura 20 ans.

Vers la fin de 1875, peu après l'entrée en fonction de M. Chéronnet comme directeur général de la Cie Suisse-Occidentale, l'étude d'une grande gare de triage, avec utilisation de la gravité pour la décomposition et formation des trains, fut entreprise et son exécution poussée si vivement, malgré la crise financière intense que traversait la Cie Suisse-Occidentale, qu'elle put être mise en service dans le courant de juillet 1876, et qu'à la fin de l'année la dépense atteignait déjà 430,000 fr., grosse somme pour l'époque.