

Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 31 (1905)
Heft: 6

Artikel: Méthode générale de calcul de la poutre continue sur appuis élastiques
Autor: Paris, A.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-24848>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Lors de la fièvre de construction qui sévit à Genève et dans les environs vers le milieu du XV^{me} siècle, la nef principale, l'abside et les bas-côtés de cette église romane, qui tombaient en ruines, ont été reconstruits de fond en comble d'après la méthode nouvelle, importée par des architectes de l'Ecole bourguignonne de passage à Genève; c'est à ceux-ci que l'on doit la plupart des réfections et constructions d'églises de cette époque dans la Suisse romande, entre autres celles de Commugny, Coppet, etc. Cette dernière a assez d'analogie avec celles de St-Germain et de St-Gervais, à Genève¹.

La porte centrale de la crypte fut murée et remplacée par deux couloirs latéraux, avec portes extérieures faisant face à la nef, afin de permettre à la foule des fidèles de défiler processionnellement devant les saintes reliques. Ces couloirs sont voûtés en briques et la courbe de l'arc en est elliptique. Six marches d'escalier à l'extérieur de chacune de ces portes donnaient accès à la nef de l'église. Ces escaliers étaient encastés entre deux murs. Le dessus des marches supérieures de ces escaliers, les blocs de roche sur lesquels reposent les bases des colonnes et un dallage de briques sous la porte d'entrée de la face principale, nous indiquent le niveau du sol de la nef, qui était plus élevé que celui des églises précédentes. Le sol de l'abside était en pente; cinq marches d'escaliers y donnaient accès. De chaque côté de ceux-ci se trouvaient deux sarcophages en roche, dont l'un fut enlevé antérieurement aux fouilles récentes². Le niveau du sol de l'abside était dans sa partie la plus élevée à 0m,90 environ au-dessus de celui de la nef. L'abside, le chœur et la nef principale forment ensemble un seul vaisseau rectangulaire à axe brisé, recouvert par six voûtes sur croisées d'ogives. La nef dévie sensiblement du tracé de celle de la basilique et produit une brisure d'axe moins prononcée, laquelle provient cette fois plutôt de la disposition biaisée des murs Nord et Est du chœur et de l'abside. Trois piliers, avec chacun une colonne cylindrique engagée qui fait saillie à l'intérieur de chaque côté de la nef, et une colonne d'un diamètre plus petit engagée dans chacun des angles du mur de la face principale, où viennent se perdre les retombées des nervures des voûtes de la nef, sont de proportions particulièrement heureuses. Des culs-de-lampes sculptés, sortant de piliers cubiques et des murs Nord du clocher, ainsi que deux autres colonnes engagées dans les deux angles de la face postérieure, reçoivent les retombées des nervures des voûtes du chœur. Quatre arcs en ogives surbaissées, dont chacun est surmonté d'une fenêtre à meneaux, relient les piliers de chaque côté des faces latérales de la nef. Les piliers de la face latérale Nord du chœur sont également reliés par des arcs en ogives élevées. A l'extrados de chacun des piliers de la nef et aux angles de la face principale se trouvent des contreforts très saillants, entre lesquels ont été bâties les chapelles formant les bas-côtés. Une porte en plein cintre sépare

les piliers des contreforts et permet de circuler latéralement d'une chapelle à l'autre. La découverte du mur du fond de ces chapelles a fait constater qu'elles étaient peu profondes; quelques-unes étaient recouvertes d'une voûte en berceau brisé et d'autres sur croisées d'ogives.

La face principale, qui a subi le plus de transformations de tout l'édifice, se composait d'une grande porte ogivale, dont seuls les soubassements ont été retrouvés; elle était surmontée d'une fenêtre semblable à celles des faces latérales de la nef et située au même niveau que celles-ci. Droit au-dessus, un oeil de bœuf donnait sur la charpente du toit à deux versants recouvrant les voûtes. Une rainure entre la porte et la fenêtre, traversant toute la largeur de la façade, semblait indiquer qu'il s'y trouvait un auvent. La face postérieure était percée d'une seule fenêtre oblongue, en tiers-point, éclairant le chœur. Les angles extérieurs de cette façade forment sur toute la hauteur une légère saillie sur plan triangulaire. La charge de la partie supérieure des murs en façade maintient les voûtes du chœur et de la nef en équilibre, en concentrant la poussée de celles-ci sur ses pieds-droits. L'uniformité des matériaux, ainsi que l'inutilité des contreforts extérieurs au point de vue de la stabilité des voûtes, font croire que ces contreforts servaient déjà pour des voûtes antérieures.

[A suivre].

Méthode générale de calcul de la poutre continue sur appuis élastiques.

Par M. A. PARIS, ingénieur civil.
Privat-Doctent à l'Université de Lausanne.

[Suite]¹.

IV. DÉTERMINATION DES DROITES G et D .

Pour rentrer dans les conditions imposées au système étudié, nous devons, maintenant, annuler à la fois les deux angles θ_g et θ_d de déformation relative trouvés aux articulations A et B . Les valeurs obtenues ainsi pour l'encastrement déterminent la ligne de fermeture de la surface de moments due à la force P , occupant une position donnée quelconque entre A et B (fig. 1).

Pour annuler ces angles, nous supposons d'abord la construction rendue rigide en B , mais encore articulée en A . Si à ce moment nous supprimons l'angle θ_g de déformation en A , l'angle θ_d ne subira aucune altération, et nous obtiendrons une surface de moments triangulaire dont le point nul ne sera généralement pas en B . Cette surface représente exactement l'action de l'encastrement en A sur la construction.

Nous agissons de même en B pour annuler θ_g . Pour cela nous supposons le point A rigide et B articulé.

Il est clair que la somme des deux surfaces triangulaires de moments, obtenues ainsi, représente l'effet pro-

¹ Voir J.-B.-G. Galiffe. *Chaine symbolique*, p. 152, 178. Genève 1852.
R. Rahn. *Geschichte der Bildenden Künste in der Schweiz*. Zurich 1876.

² Voir au Musée épigraphique cantonal où ce sarcophage est déposé.

¹ Voir N° du 10 mars 1905, page 65.

H_g^* H_a^* en un second point de la direction G . Celle-ci est donc fixée.

Si les deux points obtenus étaient, ou mal placés ou trop rapprochés, on choisirait d'autres directions d'une façon tout à fait arbitraire.

Comme vérification pour la direction trouvée, nous avons la condition que les déplacements en A doivent être effectivement égaux et de signes contraires pour une même force G . Il faut donc que les deux centres de rotation G_g^* et G_a^* soient en ligne droite avec le point A , ces centres étant les antipôles de la direction trouvée pour G par rapport aux ellipses g_g et g_a . De plus, il faut que les moments centrifuges des deux poids élastiques g_g et g_a par rapport aux directions de G et du déplacement A soient égaux et de signes contraires.

Exactement de même, on trouve la position de la droite D répondant aux déformations au point B .

Nous avons jusqu'ici supposé l'appui, g par exemple, encastré et donnant ainsi des déformations finies en A pour toute force extérieure finie aussi. Si au lieu d'être fixe, l'appui est mobile, il ne peut plus fournir de réactions à toutes les forces extérieures. Supposons qu'il repose sur un certain nombre de chariots sans frottement. Ceux-ci peuvent se mouvoir dans des plans obliques, mais il faut, pour qu'un déplacement soit possible, que les normales aux points de contact se coupent en un même point, par où passent alors les seules réactions que peut fournir l'appui. Nous avons ainsi une articulation fictive.

Que l'articulation au pied de l'appui soit fictive ou réelle, peu importe, la direction de la réaction est entièrement déterminée dès que nous articulons encore l'extrémité de la travée AB . Si c'est A par exemple qui repose sur un appui mobile, les forces W^t et A^t seront dans un rapport constant, et W s'annulera dès que P arrivera en B .

Ce fait n'apporte aucun changement dans la détermination des droites G et D . Seulement on ne peut plus, dans l'appui doublement articulé, considérer séparément les actions des composantes A et W . La travée articulée forme avec ses appuis un système statiquement déterminé, même en cas d'appuis hyperstatiques en eux-mêmes.

Le tourillon A peut du reste être déjà donné, ainsi dans une poutre Gerber insuffisamment articulée pour être statiquement déterminée. Dans ce cas, l'angle de déformation au tourillon n'ayant pas à être annulé, la travée n'a plus que la force D , qui passe naturellement par A , pour raison d'équilibre. La droite G fait défaut.

L'ellipse de gauche du point B dégénère à cause de l'articulation en A . Il faut alors déterminer un second point de D par le calcul des déformations. Le seul déplacement qui nous intéresse en B est la composante suivant la corde AB . Le déplacement qui a A pour centre est indéterminé du fait du tourillon. Supposons la direction de D connue. Prenant des déterminations conformes à celles de la figure 13, nous nommons H_g^* , H_a^* et H_l^* les antipôles de la corde AB par rapport aux trois ellipses g_g , g_a et g_l ; h_g , h_a et h_l leurs distances à la force D , et y_g , y_a et y_l les ordonnées des centres d'ellipses à AB . Nous aurons donc, en négli-

geant la force D égale mais inverse de part et d'autre de B , la condition

$$[g_a \cdot y_a] h_a = -[g_g y_g] h_g - [g_l y_l] h_l$$

soit, les signes des déplacements réservés,

$$[g_a \cdot y_a] h_a + [g_g y_g] h_g + [g_l y_l] h_l = 0.$$

Cette condition est remplie par une direction quelconque passant par le centre de gravité des trois expressions $g_a y_a$, $g_g y_g$, $g_l y_l$, prises avec leurs signes propres et agissant aux antipôles H^* . La droite D passe donc par ce centre de gravité et par le point A .

Par commodité on calcule ces centres de gravité au moyen d'axes passant par un ou deux des antipôles H^* .

Il peut encore se faire que le système devienne instable par l'intercalation de deux rotules. On en supprime une et l'on considère les déformations, non de la travée isolée, mais de l'ensemble de la travée et de l'appui sur lequel elle reste encastrée. En cas de pile verticale, la ligne de flexion de la travée restera la même pour des charges non obliques. L'une des droites G et D disparaît alors et nous n'avons plus qu'un angle de déformation à rectifier.

V. DÉTERMINATION DES FORCES G ET D

Grâce à la position trouvée pour les droites G et D , aucun déplacement relatif ne se produit dans les articulations lors de la rectification des angles θ_g et θ_a , comme du reste aucune réaction d'une lèvre de la rotule sur l'autre. Nous pouvons donc, comme ci-dessus, mesurer l'angle de rectification par le segment intercepté par les deux tangentes sur la verticale, v_g ou v_a , correspondante.

Nous ferons la recherche pour le point A , quitte à reporter ensuite les résultats sur l'articulation B .

A première vue, la surface d'influence des déformations en A donne l'allure réciproque des deux forces G pour chaque position de la force extérieure P . A un angle de déformation positif correspond naturellement un moment fléchissant positif de réaction des forces G . Il en est de même de l'effet sur A pendant l'action des forces D redressant l'angle en B . La force considérée est toujours celle qui agit sur la section située à droite de la rotule, c'est-à-dire la réaction de l'appui gauche. Si l'on tient compte de ce fait, la recherche des moments fléchissants définitifs, comme celle des corrections à apporter aux lignes d'influence des réactions verticales et horizontales, n'offre plus de difficulté.

Le segment mesurant l'angle θ_g de rectification en A , pris sur la verticale v_g , est donné par les intersections des deux tangentes t_g et t_a . Ce segment est la somme des déplacements des tangentes à partir de la position de repos, sous l'action d'une seule et même force G , G_a par exemple, puisque c'est elle qui entre dans les calculs. Son expression est

$$l \cdot \theta_g = G_a^t [g_a \cdot d_a \cdot e_a + g_g \cdot d_g \cdot e_g]$$

où e_a et e_g sont les distances des antipôles G_a^* et G_g^* à la verticale v_g (fig. 8). Ces antipôles ont été cherchés ci-dessus comme vérification de la droite G (chapitre IV).

Si maintenant nous posons que les angles de rectification et de déformation sont égaux, au signe près, nous trouvons

$$G_a^t [g_a d_a e_a + g_g d_g e_g] = \frac{1}{w} (y_a)$$

où (y_a) est la valeur mesurée dans l'épure, à l'échelle et en centimètres, puisque toutes les valeurs g , d , etc., ont le centimètre comme unité de longueur. Nous trouvons donc en définitive

$$17) \quad G_a^t = \frac{1}{w} \cdot \frac{1}{[g_a d_a e_a + g_g d_g e_g]} (y_a)^{cm}$$

et nous aurions de même, le sens restant à déterminer,

$$18) \quad D_a^t = \frac{1}{w} \cdot \frac{1}{[g_b d_b e_b + g_a d_a e_a]} \cdot (y_b)^{cm}.$$

En général, c'est-à-dire quand le centre g_g se trouve entre les verticales A et v_g , les deux déplacements $g_a d_a e_a$ et $g_g d_g e_g$ sont de même signe.

Ainsi donc, les formules 17) et 18) font ressortir que les surfaces (y_a) et (y_b) de déformation sont, sauf une réduction, les surfaces d'influence des forces G_a et D_a de rectification, fournies par l'appui gauche de la construction.

La ligne d'influence de la force G est donnée figure 9. Les composantes verticales et horizontales se déterminent par simple réduction, mais tandis que dans notre cas les deux composantes verticales s'ajoutent généralement entre elles, les composantes horizontales se soustraient plus souvent l'une de l'autre.

Quant au moment fléchissant, il dépend pour chaque point du bras de levier d de la force G , et nous aurons pour un point quelconque

$$19) \quad \begin{aligned} M_{G^{mt}} &= P^t \cdot \frac{d^m}{w [g_a d_a e_a + g_g d_g e_g]} (y_a)^{cm} = \\ &= P^t \frac{d^{cm}}{w [g_a d_a e_a + g_g d_g e_g]} (y_a)^m. \end{aligned}$$

La seconde forme est plus commode, car le dénominateur du coefficient de réduction est généralement grand. Il vaut mieux alors prendre d à une unité plus petite.

VI. EFFORTS GÉNÉRAUX DANS LES BARRES

1° Poutre à treillis. Dans les chapitres qui précèdent, nous avons calculé successivement les réactions verticales A^t et B^t qui font équilibre à la force P^t , les forces W^t agissant dans la ligne AB des articulations supposées, et enfin les forces G^t et D^t destinées à annuler l'effet de ces articulations.

Ces groupes de forces déterminent les deux réactions définitives que les appuis g et d exercent sur la travée AB , encadrée sur eux et soumise à l'action de la force verticale P^t .

Nous pourrions, comme on le fait dans le calcul de l'arc encasté, déterminer, pour diverses positions de la force P^t , les deux réactions totales d'appuis et trouver ainsi deux courbes enveloppes et une ligne d'intersection. Mais quoique ces lignes soient intéressantes comme images des conditions de résistance du système, nous préférons les laisser

de côté, et déterminer les efforts agissant dans une barre quelconque simplement au moyen de crémonas.

Les lignes d'influence des efforts, provoqués par la charge P^t mobile et ses deux réactions A^t et B^t , sont aisées à déterminer pour les différentes barres, puisqu'il s'agit alors d'une poutre simple.

Pour la paire de réaction W^t , agissant suivant AB , nous dessinons le crémona en supposant $W^t = 1^t$. Trouvant ainsi dans une barre quelconque un effort S^t , nous multiplierons la ligne d'influence de W par le rapport $S : 1$, pour obtenir celle de la barre envisagée. Comme ci-dessus, dans cette catégorie, les lignes d'influence partielles sont rectilignes.

De même que les forces W , mais agissant excentriquement, les paires G et D donnent lieu dans le treillis à des efforts qu'on détermine par deux crémonas, en se basant sur des valeurs unitaires de ces forces.

En additionnant algébriquement les quatre lignes d'influence obtenues ainsi pour chaque barre, nous trouvons les courbes définitives d'influence cherchées, pour les efforts qu'elle supporte, suivant la position de la force extérieure P .

2° Poutre pleine. Si la poutre AB est à parois pleines, on pourra tracer les courbes enveloppes des réactions et les lignes d'intersection. La position de la réaction ainsi fixée pour chaque cas, il ne manquera plus, pour résoudre le problème, que de donner la ligne d'influence de cette réaction ou, mieux encore, celles de ses composantes verticale et horizontale. Le moment fléchissant sera alors égal au produit de la composante verticale par la distance horizontale du point considéré de l'axe à la réaction correspondante.

On trouvera ainsi facilement la courbe d'influence des moments fléchissants pour une section transversale quelconque.

Nous pourrions d'ailleurs aussi, comme nous l'avons fait dans l'épure, déterminer successivement quatre lignes d'influence partielles de moments pour chaque section, au moyen des quatre composantes de la réaction gauche. Ces quatre réactions ayant pour la section considérée des bras de levier constants, les lignes partielles d'influence des moments seront de nouveau proportionnelles à celles des réactions diverses. La somme algébrique des résultats donnera chaque fois la courbe totale.

VII. ACTION SUR LES TRAVÉES ADJACENTES

Les réactions provoquées dans la travée AB par g et d dépendent des conditions élastiques de ces appuis. Les efforts qui s'y produisent pour donner naissance à ces réactions dépendent donc aussi de ces conditions d'élasticité et particulièrement du mode d'attache des éléments de ces appuis entre eux.

Nous supposons que le point A considéré est l'extrémité d'une travée t précédant AB et reposant sur une pile p , et nous le nommerons A_t ou A_p suivant qu'il appartient à t ou p . Les ellipses d'élasticité des diverses travées et piles supposées connues, nous aurons au point A , outre

l'ellipse g_g déjà employée, les deux ellipses qui la déterminent, soit g_t l'ellipse de gauche de A_t et l'ellipse g_p de A_p .

Il peut se présenter deux cas dans la détermination de g_g . Ou bien A_t et A_p sont encastrés l'un sur l'autre, ou bien ils sont liés par une articulation. Nous avons supposé A_a encastré sur A_g , nous devons maintenant spécifier que c'est sur A_t que A_a est encastré dans le cas général de poutre continue. Ce point est essentiel en cas d'articulation entre A_t et A_p . Si alors A_a était encastré sur A_p et non sur A_t , les conditions nouvelles d'appuis seraient faciles à rechercher.

Nous nous bornerons à considérer le cas d'encastrement direct entre les deux travées consécutives et nous étudierons les deux conditions principales de liaison dans cet appui même.

1° Encastrement entre la travée et la pile. Le fait d'un encastrement entre A_t et A_p oblige ces deux points à subir des mouvements entièrement pareils, soit pour le déplacement, soit pour la rotation. Ils devront avoir un même centre de rotation.

Si dès lors une force extérieure agit sur l'appui, les composantes qu'elle y détermine se répartissent de manière à satisfaire à cette condition principale.

Si l'une au moins des pièces envisagées est encastrée à son autre extrémité, la réaction qu'elle produit se détermine aussitôt. Le centre de rotation de A_g étant l'antipôle de la direction de la force extérieure par rapport à l'ellipse g_g , il suffira de rechercher, dans la pièce encastrée, la force ayant ce point comme centre de rotation. La valeur à lui donner se calcule au moyen du déplacement de A , identique dans les deux cas.

Si les deux pièces sont encastrées à leur seconde extrémité, on trouve une vérification de l'ellipse g_g dans le fait que les deux réactions doivent effectivement faire équilibre à la force extérieure.

Si une des pièces seule est encastrée, la réaction de la seconde, articulée, passe par l'articulation.

Si, enfin, les deux pièces sont articulées, les réactions se déterminent par le calcul des déformations.

2° Articulation entre la travée et la pile. Dans ce cas, seul le point A_t suit exactement les mouvements de A_a . Le point A_p ne les suit que pour que son déplacement reste égal à celui de A_t . Son orientation n'entre plus en ligne de compte.

Si la travée est encastrée, élastiquement ou non, à son extrémité gauche, la réaction qu'elle produit se trouve dans l'antipolaire du centre de rotation de A_a .

Si elle est articulée, on détermine la réaction au moyen du calcul des déformations, ainsi alors que la réaction de p .

En cas d'articulation aux deux extrémités ou de chariot à l'une et d'encastrement à l'autre, on aurait une construction statiquement déterminée. Le calcul des réactions est alors simple.

Il est bon d'ajouter qu'un chariot équivaut à une pile articulée au pied et au sommet. Sa réaction est normale au plan de déplacement.

Pour trouver maintenant les actions de la travée étudiée

l sur les éléments p et t d'un de ses appuis, A par exemple, on part des trois lignes d'influence connues, représentant la réaction d'appui relative, c'est-à-dire celles des composantes verticale et horizontale V et H et celle du moment M de la réaction autour du point A .

Le mode de décomposition de ces 3 sortes d'efforts se déduit des conditions élastiques passées en revue ci-dessus; toutefois, il faut remarquer que les composantes R_V , R_H et R_M obtenues, tant pour la pile p que pour la travée t , sont généralement des forces obliques. Il restera donc à déduire de ces lignes d'influence, combinées, celles de leurs composantes verticale et horizontale. L'excentricité de ces forces déterminera la ligne d'influence des moments fléchissants de la réaction totale.

Réciproquement, nous avons à chercher les efforts provoqués dans la travée AB par les forces extérieures agissant sur d'autres parties de la construction.

[A suivre].

Divers.

Bâtiment de la Bourse, à Bâle¹.

Projet « Spiel », de MM. Romang et Bernoulli, architectes, à Bâle.

Nous terminons aujourd'hui la série des projets primés par la reproduction du projet « Spiel », qui a obtenu le III^e prix.

¹ Voir N° du 10 mars 1905, page 73.

Hôtel des Postes et des Télégraphes, à La Chaux-de-Fonds¹.

1^{er} prix : Projet de MM. Fulpius et Duval, architectes, à Genève.

Nous reproduisons à la page 87 les planches principales de ce projet. Nos numéros suivants contiendront de même celles des autres projets primés.

¹ Voir N° du 25 février 1905, page 64.

Poids d'une foule par unité de surface.

La *Centralblatt für Bauverwaltung* a publié les résultats d'expériences faites par M. Hunscheidt, architecte, à Bonn, pour déterminer la charge exercée sur une unité de surface par une foule plus ou moins dense. Voici, d'après le *Bulletin de la Société des ingénieurs civils de France*¹, les résultats obtenus dans ces divers essais :

La surface considérée mesurait 1^m,65 sur 3^m,40, soit 5,42 m².

1° Elle supporte 40 chauffeurs de 25 à 45 ans, qui pèsent en moyenne 72 kg. et couvrent l'aire de façon à se toucher :

Nombre d'hommes par m ² ,	7,8.
Poids » »	500 kg.

2° Elle supporte 46 hommes de même poids moyen ; il y a presse, mais pas plus que ce qui peut souvent se produire à la sortie d'une réunion :

Nombre d'hommes par m ² ,	9.
Poids » »	650 kg.

¹ Novembre 1904.