Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 31 (1905)
Heft: 23

Artikel: Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace
Autor: Mayor, B.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-24886

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 05.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

31me Année. 10 décembre 1905. N° 23.

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES. — Paraissant deux fois par mois.

Rédacteur en chef: M. P. HOFFET, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Secrétaire de la Rédaction : M. F. GILLIARD, ingénieur.

SOMMAIRE : *Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace*, par M. B. Mayor, ingénieur et professeur (suite). — *Usine de Châtel-St-Denis*, par M. K.-A. Breuer, ingénieur (suite). — *Irrigation pérenne des Bassins de la Moyenne Egypte*, par M. Edm. Béchara, ingénieur (suite). — **Divers :** Tunnel du Simplon : Extrait du XXVIIIe rapport trimestriel sur l'état des travaux au 30 septembre 1905. — Cinquantenaire de la fondation de l'Ecole polytechnique fédérale. Album de fête. — *Concours :* Alimentation d'eau de Kienberg (Soleure). — Alimentation d'eau de Nidau. — Association amicale des anciens élèves de l'Ecole d'ingénieurs de l'Université de Lausanne : Offres et demande d'emploi.

Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace.

Par M. B. MAYOR,
ingénieur et professeur.

(Suite)[1].

88. Application I : Calcul d'un pylône articulé. Proposons-nous de déterminer graphiquement les tensions produites dans les barres du système dont la figure 1, planche A, représente la projection orthogonale sur le plan Π, qu'il est préférable, dans cette application spéciale, de supposer vertical. Ce système peut être avantageusement utilisé dans la construction des ponts ou des pylônes métalliques de grandes dimensions et joue, dans l'espace, un rôle analogue à celui de la poutre plane triangulée, dont il est, d'ailleurs, l'extension la plus immédiate. On peut, en effet, l'engendrer de la manière suivante :

Soient tout d'abord (A_1), (A_2), (A_3) et (A_4) quatre points quelconques et formant les nœuds d'un premier tétraèdre articulé. Seuls les points représentatifs A_1, A_2, A_3 et A_4 ont été indiqués dans la figure, les lignes représentatives de tous les nœuds ayant été supprimées pour des raisons qui seront indiquées plus loin.

En reliant, à l'aide de trois barres, les sommets (A_2), (A_3) et (A_4) à un point (A_5), quelconque par rapport aux nœuds précédents, on constitue un deuxième tétraèdre accolé au premier suivant la face $(A_2\ A_3\ A_4)$. De même, en reliant par de nouvelles barres les points (A_3), (A_4) et (A_5) à un nœud (A_6), quelconque encore par rapport à tous ceux qui précèdent, et en poursuivant ainsi de proche en proche, on obtient un système articulé formé de tétraèdres accolés les uns aux autres. De plus, il résulte immédiatement de ce mode de constitution même qu'un tel système est librement dilatable et par conséquent statiquement déterminé. Si donc on suppose que les trois derniers nœuds (A_8), (A_9) et (A_{10}) soient assujettis à des liaisons qui les maintiennent fixes dans l'espace, et que des forces quelconques (F_1), (F_2)..., etc., aient été concentrées aux nœuds correspondants, il est possible de déterminer les tensions qui prennent naissance dans toutes les barres qui le constituent.

[1] Voir N° du 10 février 1905, page 33.

Pour résoudre ce problème il est nécessaire, comme nous l'avons vu, de construire la figure formée par les lignes représentatives de toutes les barres. Cette construction n'offre aucune difficulté lorsque les lignes représentatives des nœuds ont été préalablement tracées ; mais comme, dans cette première application, nous nous proposons de n'accorder aucune attention aux dimensions vraies du système et que, pour cette raison, le point fondamental O et la circonférence directrice n'ont pas même été représentés, le tracé de cette figure a été obtenu à l'aide du procédé suivant :

Tout d'abord choisissons, ce qu'il est évidemment possible de faire d'une infinité de façons, les lignes représentatives des conjuguées de toutes les barres qui réunissent deux nœuds consécutifs tels que (A_i) et (A_{i+1}), en les astreignant à la seule condition d'être parallèles aux lignes représentatives des barres correspondantes ; ces lignes qui, en vertu des notations générales fixées précédemment, devraient être désignées par l'_{12}, l'_{23}..., etc., ont été, pour ne pas surcharger inutilement la figure, dénotées par $1'2'$, $2'3'$.., etc. D'ailleurs, nous allons montrer qu'une fois choisies, il est possible de construire complètement la figure cherchée.

Les trois barres (l_{12}), (l_{23}) et (l_{31}) étant en effet dans un même plan, les lignes représentatives de leurs conjuguées passent par un même point, qui coïncide d'ailleurs avec le point représentatif de leur plan ; par suite, la droite $3'1'$ est complètement déterminée, puisqu'elle passe par le point de rencontre de $1'2'$ et de $2'3'$ et qu'elle est, de plus, parallèle à celle qui réunit les deux points A_1 et A_3 (fig. 1).

De même, les trois barres (l_{12}), (l_{34}) et (l_{14}) étant aussi contenues dans un même plan, les droites $1'2'$, $3'4'$ et $1'4'$ sont concourantes et il devient possible de tracer $1'4'$, puisque cette dernière droite est, en outre, parallèle à $A_1\ A_4$. Dès lors, on voit immédiatement que des considérations analogues à celles qui précèdent permettent de déterminer de proche en proche les lignes représentatives des conjuguées de toutes les barres du système. On obtient ainsi la figure 2 de la planche A, et l'on doit encore remarquer que de nombreuses vérifications se présentent au cours de sa construction. C'est ainsi, par exemple, que la droite $2'4'$ se trouve surabondamment déterminée, car, non seulement elle est parallèle à $A_2\ A_4$, mais encore elle passe par les points de rencontre, d'une part, de $1'2'$ et de $1'4'$, d'autre

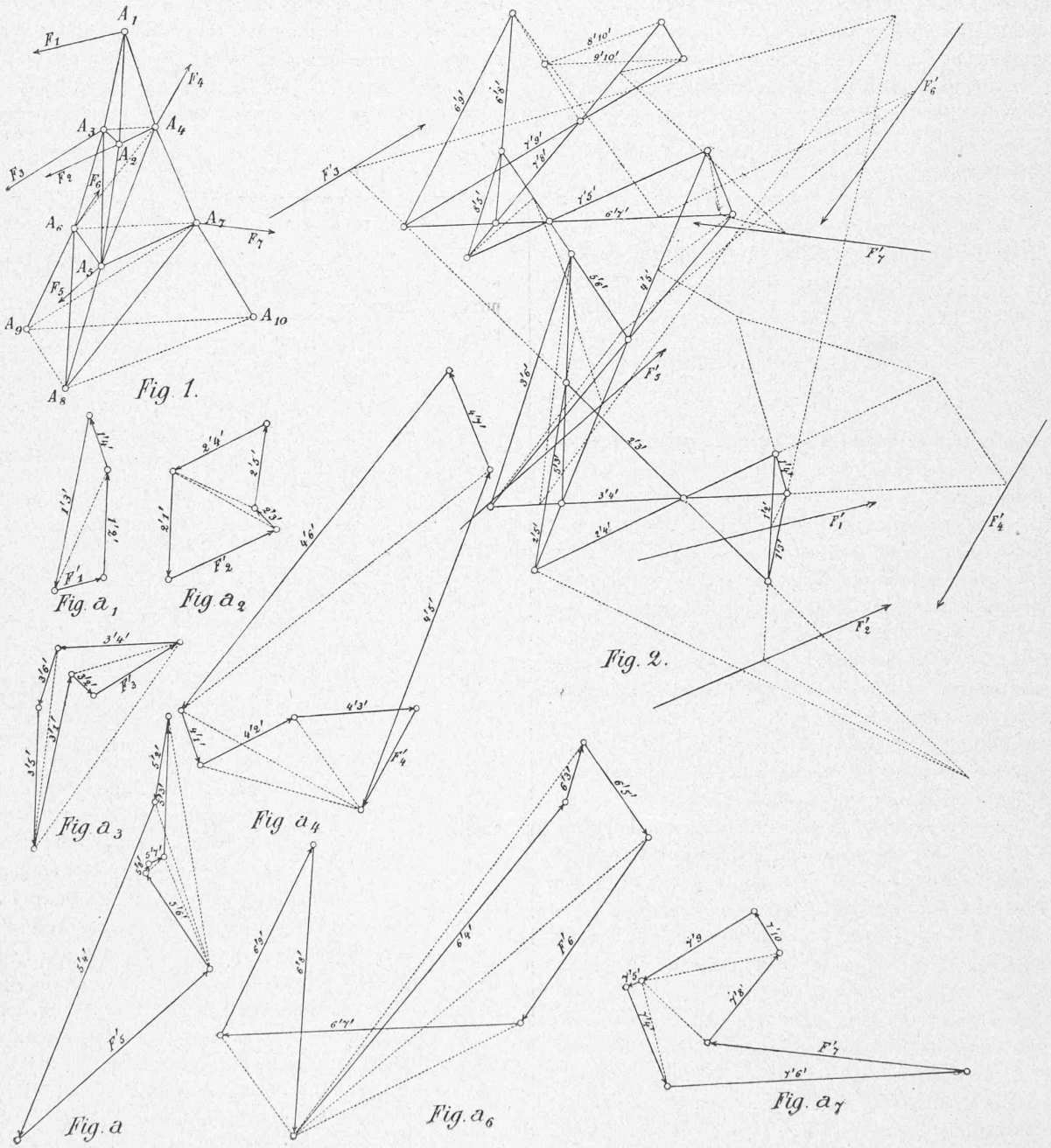

PLANCHE A.

CALCUL D'UN PYLONE ARTICULÉ

part, de 2'3' et de 3'4'. D'ailleurs, ce fait est une conséquence immédiate de la propriété bien connue que possèdent deux figures planes formées des six droites qui relient quatre points et qu'on suppose, en outre, réciproques au sens ordinaire de la statique graphique. Dans le cas considéré, les sommets de l'une de ces figures coïncident avec les points représentatifs des nœuds du tétraèdre (A_1), (A_2), (A_3), (A_4), et les sommets de l'autre avec les points représentatifs des faces de ce même tétraèdre. Dans ces conditions, il est visible qu'une vérification analogue à celle qui précède correspond à chacun des tétraèdres dans lesquels le système considéré est décomposable.

Il convient encore d'ajouter que dans le but de bien mettre en évidence le mode de constitution de la figure 2, les lignes 8'9', 9'10' et 10'8' ont encore été tracées. Comme, cependant, elles ne correspondent à aucune barre réelle ou jouant un rôle effectif, puisque les nœuds (A_8), (A_9), (A_{10}) ont été supposés fixés dans l'espace, elles ont été représentées à l'aide de traits discontinus.

Ces remarques faites, si l'on suppose connues les forces représentatives F'_1, F'_2..., etc., des conjuguées des actions extérieures exercées sur les nœuds du système, la recherche des tensions engendrées dans les barres ne présente plus aucune difficulté.

En premier lieu, considérons, en effet, le nœud (A_1). Après avoir été isolé dans l'espace par la suppression de toutes les barres qui y aboutissent, il doit demeurer en équilibre sous l'action des forces (F_1), (T_{12}), (T_{13}) et (T_{14}) ; par suite, les forces F'_1, T'_{12}, T'_{13}, T'_{14}, dont la première seule est entièrement connue, sont elles-mêmes en équilibre ; mais, comme les trois dernières admettent respectivement pour lignes d'action les droites 1'2', 1'3', et 1'4', on achèvera de les déterminer en décomposant F'_1 suivant ces droites et en changeant les sens des composantes obtenues. Cette opération n'offre pas de difficulté puisqu'il suffit d'appliquer la construction suivante, identique d'ailleurs à celle qui constitue la méthode de Culmann dans le cas des systèmes plans : décomposer, tout d'abord, la force F'_1 en deux composantes ayant pour lignes d'action la droite 1'2' et celle qui relie le point d'intersection de 1'3' et de 1'4' avec le point de rencontre de 1'2' et de F'_1 ; décomposer enfin la seconde force ainsi obtenue suivant les droites 1'3' et 1'4'. Ici, comme dans toute la statique graphique, il est avantageux d'effectuer cette décomposition à l'aide d'une nouvelle figure, désignée par a_1 dans la planche A et qu'on obtient de la manière suivante : après avoir représenté en grandeur, direction et sens la force F'_1, on mène par l'une de ses extrémités une parallèle à 1'2' et par l'autre une parallèle à la droite qui relie le point d'intersection de F'_1 et de 1'2' au point de rencontre de 1'3' et 1'4' ; on mène enfin, par les extrémités du côté du triangle formé de cette façon et qui est parallèle à cette dernière droite, des parallèles à 1'3' et 1'4'. Les côtés du polygone qu'on obtient ainsi représentent, lorsqu'ils sont parcourus dans le sens défini par celui de F'_1, les grandeurs et les sens des forces cherchées T'_{12}, T'_{13}, T'_{14}. Dans la figure a_1, ces côtés sont désignés simplement par 1'2', 1'3', 1'4' et les sens suivant lesquels ils doivent être parcourus sont indiqués par des pointes de flèche.

En considérant ensuite le nœud (A_2) et les forces, tant extérieures qu'intérieures qui y sont appliquées, on voit immédiatement que F'_2, T'_{21}, T'_{23}, T'_{24}, T'_{25} doivent se faire équilibre. Mais les deux forces F'_2 et T'_{21} sont entièrement connues puisque la première est donnée et que la seconde est égale et directement opposée à T'_{12}, qui vient d'être déterminée ; comme, de plus, les lignes d'action des trois forces restantes coïncident respectivement avec les droites 2'3', 2'4' et 2'5', il suffira, pour déterminer leurs intensités et leurs sens, de décomposer la résultante de F'_2 et de T' suivant ces trois lignes d'action, puis de changer les sens des composantes obtenues. D'ailleurs, la recherche de cette résultante, puis sa décomposition, s'effectuent à l'aide d'un nouveau polygone des forces auxiliaires, désigné par a_2 puisqu'il correspond au nœud (A_2). Les divers côtés de ce polygone, dont le mode de construction s'explique de lui-même, donnent alors en grandeur, direction et sens les forces représentatives des conjuguées des tensions de toutes les barres qui aboutissent en (A_2).

En poursuivant ainsi de proche en proche, on est conduit à former les nouveaux polygones auxiliaires a_3, a_4,..., a_7, et la détermination de toutes les forces T'_{ik} s'achève sans difficulté. D'autre part, nous avons vu précédemment que ces forces étant connues, on en déduit immédiatement les intensités des tensions (T_{ik}). Quant aux sens des actions produites dans les barres, on les obtient facilement en raisonnant comme suit :

Considérons par exemple la barre (l_{12}) ; la projection, sur le plan Π, de l'action qu'elle exerce sur le nœud (A_1) étant égale et de sens contraire à T'_{12}, il résulte immédiatement du sens de cette dernière force, sens qui se trouve indiqué dans la figure a_1, que la barre considérée est tendue. Il est bien évident, de plus, que des considérations analogues sont applicables à toutes les barres du système.

Une remarque doit encore être faite au sujet des polygones a_i. A tout côté de l'un de ces polygones, qui est relatif à une force intérieure, correspond, dans un autre polygone, un côté qui lui est égal, parallèle et décrit en sens inverse. C'est ainsi, par exemple, qu'au côté 1'2' du polygone a_1 correspond le côté 2'1' du polygone a_2. On est donc conduit à se demander si, en déplaçant parallèlement à eux-mêmes tous ces polygones et en modifiant convenablement l'ordre dans lequel se succèdent leurs côtés, il n'est pas possible de constituer une figure d'ensemble dans laquelle chaque côté relatif à une force intérieure ne figurerait qu'une fois, tout en se trouvant décrit deux fois dans des sens opposés. Quoique le cas considéré ici ait été précisément choisi en vue de faire ressortir les grandes analogies qui existent entre le calcul de certains systèmes de l'espace et celui des systèmes plans qui conduisent directement à la méthode des figures réciproques, nous n'avons pu mettre en évidence l'existence d'une pareille figure.

(A suivre).