Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 30 (1904)
Heft: 15

Artikel: Conduites industrielles à diamètres variables
Autor: Catani, Remo
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-24139

30me Année. 10 août 1904. No 15.

Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES. — Paraissant deux fois par mois.

Rédacteur en chef : M. P. HOFFET, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Secrétaire de la Rédaction : M. F. GILLIARD, ingénieur.

Conduites industrielles à diamètres variables.

Par M. REMO CATANI, ingénieur.

(Suite et fin)[1].

IIe PARTIE

Etude sur la réduction du poids des conduites métalliques.

§ 1. Loi proposée pour la variation du diamètre.

Les formules (4) et (8) diffèrent des formules (3) et (7) seulement par le diviseur sin α, c'est-à-dire que les remarques faites pour les conduites verticales sont les mêmes que celles pour les conduites en pente. Considérons alors un tuyau vertical de hauteur H et étudions si, avec une perte de charge Y et un débit Q, l'on peut faire varier le diamètre de sorte que la conduite soit plus légère que celle correspondant à un diamètre constant.

Si le diamètre était constant, on aurait :

$$\left.\begin{aligned} D &= \sqrt[5]{\frac{K\,H\,Q^2}{Y}}\,; \\ P &= H^2\,D^2. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

En divisant la hauteur H en un nombre n de tronçons, supposons que les différentes pertes de charge y augmentent avec la profondeur, comme les termes d'une progression arithmétique, c'est-à-dire que l'on ait :

$$\left\{\begin{aligned} y_1 &= y_1 \\ y_2 &= 2\,y_1 \\ &\;\cdots\cdots \\ y_r &= r\,y_1 \\ &\;\cdots\cdots \\ y_n &= n\,y_1 \end{aligned}\right.$$

si l'on fait la somme, on aura :

$$Y = \Sigma y = (1 + 2 + \ldots + r + \ldots. + n)\,y_1,$$

et par conséquent :

$$y_1 = \frac{2\,Y}{n\,(n+1)}. \qquad (11)$$

[1] Voir No du 25 juillet 1904, page 284.

Le terme général pour le tronçon $r^{\text{ième}}$ est :

$$y_r = \frac{2\,r\,Y}{n\,(n+1)} \qquad (12)$$

et le diamètre correspondant :

$$d_r = \sqrt[5]{\frac{K\,\frac{H}{n}\,Q^2}{y_r}} = \sqrt[5]{\frac{K\,H\,Q^2}{Y}\;\frac{n\,(n+1)}{2\,n\,r}}\,,$$

c'est-à-dire, d'après la première des équations (10) :

$$d_r = D\,\sqrt[5]{\frac{n+1}{2}}\;\frac{1}{\sqrt[5]{r}}. \qquad (13)$$

Le poids du tronçon $r^{\text{ième}}$ sera donné par la différence entre le poids total de la conduite jusqu'au tronçon $r^{\text{ième}}$ et le poids total jusqu'au tronçon $(r-1)^{\text{ième}}$, soit :

$$p_r = d_r^2\left[r^2\left(\frac{H}{n}\right)^2 - (r-1)^2\left(\frac{H}{n}\right)^2\right];$$

en remplaçant d_r par l'expression que nous venons de trouver et en simplifiant :

$$p_r = \left(\frac{H}{n}\right)^2 (2\,r-1)\,D^2\left(\sqrt[5]{\frac{n+1}{2}}\right)^2\frac{1}{\left(\sqrt[5]{r}\right)^2}. \qquad (14)$$

Par conséquent, le poids P' de toute la conduite sera exprimé par :

$$P' = \sum_{r=1}^{r=n} p_r = H^2\,D^2\left[\frac{\sqrt[5]{\frac{n+1}{2}}}{n}\right]^2\left\{1 + \frac{3}{\left(\sqrt[5]{2}\right)^2} + \ldots\ldots + \frac{2\,r-1}{\left(\sqrt[5]{r}\right)^2} + \ldots\ldots + \frac{2\,n-1}{\left(\sqrt[5]{n}\right)^2}\,,\right\} \qquad (15)$$

ou, d'après la deuxième des équations (10), par :

$$P' = P\left[\frac{\sqrt[5]{\frac{n+1}{2}}}{n}\right]^2\sum_{r=1}^{r=n}\frac{(2\,r-1)}{\left(\sqrt[5]{r}\right)^2} = P\,\eta. \qquad (16)$$

Dans le cas d'une conduite inclinée uniformément de α^o, la relation (13) persiste toujours comme la (15) :

Pour faciliter l'application des formules précédentes et particulièrement celle de la (13), on a dressé la table I, annexée à cette étude et qui donne les racines cinquièmes et leurs inverses, les carrés des racines cinquièmes et leurs inverses.

Pour le développement de la somme de la formule (15) on a dressé la table II, sous réserve des considérations suivantes :

§ 2. Coefficient d'économie pour conduite à pente uniforme.

Le coefficient de P est plus petit que l'unité à partir de la valeur de $n = 2$ et l'opportunité de construire des conduites à diamètres décroissants sera d'autant plus grande que ce coefficient sera plus petit. La variation de η avec le nombre n de tronçons qui composent la conduite, n'est pas très grande. En effet, pour $n = 3$ on a $\eta = 0{,}95$; pour $n = 5$, $\eta = 0{,}937$.

Tandis que, pour une petite valeur de n, celle de η peut être déduite de la table I ou calculée directement, pour une grande valeur de n on peut l'obtenir plus simplement à l'aide d'une formule que nous allons obtenir, fondée sur quelques approximations. En effet, la somme qui figure dans la formule (15) peut être transformée de la manière suivante :

$$\sum_{r=1}^{r=n} \frac{2r-1}{\left(\sqrt[5]{r}\right)^2} = 2\sum_1^n r^{\frac{3}{5}} - \sum_1^n r^{-\frac{2}{5}} .$$

La première somme $\Sigma\, r^{\frac{3}{5}}$ peut se développer avec une grande approximation en appliquant la formule de la somme des puissances semblables des n premiers nombres entiers[1] :

$$1^p + 2^p + \ldots\ldots + n^p = \frac{n^{p+1}}{p+1} + \frac{n^p}{2} + \ldots\ldots \quad (17)$$

et en la limitant aux deux premiers termes. Quelques calculs ont en effet montré qu'il suffit de se borner aux deux premiers termes pour avoir une approximation suffisante ; on aura alors :

$$\sum_1^n r^{\frac{3}{5}} = \frac{5}{8} n^{\frac{8}{5}} + \frac{1}{2} n^{\frac{3}{5}} .$$

TABLE I.

r	$\sqrt[5]{r}$	$\frac{1}{\sqrt[5]{r}}$	$\left(\sqrt[5]{r}\right)^2$	$\frac{1}{\left(\sqrt[5]{r}\right)^2}$
1	1,00	1,00	1,00	1,00
2	1,15	0,87	1,32	0,7569
3	1,245	0,80	1,54	0,6400
4	1,319	0,758	1,74	0,5746
5	1,379	0,725	1,90	0,5256
6	1,431	0,699	2,05	0,4886
7	1,476	0,676	2,19	0,4570
8	1,515	0,658	2,31	0,4330
9	1,551	0,645	2,40	0,4160
10	1,584	0,633	2,50	0,4007
11	1,615	0,617	2,62	0,3807
12	1,643	0,610	2,69	0,3721
13	1,670	0,599	2,79	0,3588
14	1,695	0,588	2,89	0,3457
15	1,718	0,581	2,96	0,3376
16	1,741	0,575	3,03	0,3306
17	1,762	0,568	3,10	0,3226
18	1,782	0,562	3,17	0,3158
19	1,802	0,556	3,24	0,3091
20	1,820	0,549	3,31	0,3014
21	1,838	0,543	3,39	0,2948
22	1,855	0,538	3,46	0,2894
23	1,872	0,535	3,50	0,2862
24	1,888	0,529	3,57	0,2798
25	1,903	0,526	3,61	0,2767
26	1,918	0,521	3,69	0,2714
27	1,933	0,518	3,72	0,2683
28	1,947	0,513	3,78	0,2632
29	1,961	0,510	3,84	0,2601
30	1,974	0,508	3,88	0,2580
31	1,987	0,503	3,96	0,2530
32	2,000	0,500	4,00	0,2500
33	2,012	0,498	4,04	0,248
34	2,024	0,495	4,08	0,245
35	2,036	0,490	4,16	0,240

TABLE II.

r	$\frac{1}{\left(\sqrt[5]{r}\right)^2}$	$2r-1$	$\frac{2r-1}{\left(\sqrt[5]{r}\right)^2}$	$\sum_{r=1}^{r=33} \frac{2r-1}{\left(\sqrt[5]{r}\right)^2}$
1	1,0000	1	1,0000	1,0000
2	0,7569	3	2,2707	3,2707
3	0,6400	5	3,2000	6,4707
4	0,5746	7	4,0222	10,4929
5	0,5256	9	4,7304	15,2233
6	0,4886	11	5,3746	20,5979
7	0,4570	13	5,9410	26,5389
8	0,4330	15	6,4950	33,0339
9	0,4160	17	7,0720	40,1059
10	0,4007	19	7,6133	47,7192
11	0,3807	21	7,9947	55,7139
12	0,3721	23	8,5583	64,2722
13	0,3588	25	8,9700	73,2422
14	0,3457	27	9,3339	82,5761
15	0,3376	29	9,7904	92,3665
16	0,3306	31	10,2486	102,6151
17	0.3226	33	10,6458	113,2609
18	0,3158	35	11,0530	124,3139
19	0,3091	37	11,4367	135,7506
20	0,3014	39	11,7546	147,5052
21	0,2948	41	12,0868	159,5920
22	0,2894	43	12,4442	172,0362
23	0,2862	45	12,8790	184,9152
24	0,2798	47	13,1506	198,0658
25	0,2767	49	13,5583	211,6241
26	0,2714	51	13,8414	225,4655
27	0,2683	53	14,2199	239,6854
28	0,2632	55	14,4760	254,1614
29	0,2601	57	14,8257	278,9871
30	0,2580	59	15,2220	294,2091
31	0,2530	61	15,4330	309,6421
32	0,2500	63	15,7500	315,3921
33	0,2480	65	16,1200	331,5120

[1] Cesaro. — *Cours d'analyse algébrique.*

L'autre somme étant mise sous la forme :

$$\sum_1^n r^{-\frac{2}{5}} = n^{-\frac{2}{5}+1} \frac{\sum r^{-\frac{2}{5}}}{n^{-\frac{2}{5}+1}} = n^{\frac{3}{5}} \frac{\sum r^{-\frac{2}{5}}}{n^{-\frac{2}{5}+1}},$$

si l'on se rappelle que[1] :

$$\lim_{n=\infty} \frac{1^r + 2^r + \ldots\ldots + n^r}{n^{r+1}} = \frac{1}{r+1} \qquad (18)$$

on aura, si $(r+1)$ est positif, la transformation :

$$\sum_1^n r^{-\frac{2}{5}} = \frac{5}{3} n^{\frac{3}{5}},$$

pourvu que n soit assez grand pour que l'on puisse admettre la valeur de la fraction égale à celle de sa limite lorsque n est très grand.

Par conséquent :

$$\sum_1^n \frac{2r-1}{r^{\frac{2}{5}}} = \frac{10}{8} n^{\frac{8}{5}} + n^{\frac{3}{5}} - \frac{5}{3} n^{\frac{3}{5}} = n^{\frac{3}{5}} \left(\frac{10}{8} n - \frac{2}{3}\right).$$

D'autre part, avec le même degré d'approximation, c'est-à-dire lorsque n est assez grand, on peut poser :

$$\left(\sqrt[5]{\frac{n+1}{2}}\right)^2 = \left(\sqrt[5]{\frac{n}{2}}\right)^2 = \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{2}{5}}.$$

En effectuant ces substitutions la formule (15) devient, avec les réductions successives :

$$\eta = \frac{P'}{P} = 0{,}95 - \frac{1}{2n}. \qquad (19)$$

Cette formule est assez exacte si on l'applique dans les conditions dans lesquelles on l'a obtenue, c'est-à-dire pour n assez grand. Par exemple, pour $n = 32$, on a d'après la formule (15) :

$$\frac{P'}{P} = 0{,}93,$$

tandis que de la dernière formule il résulte :

$$\frac{P'}{P} = 0{,}934.$$

La valeur limite de η pour $n = \infty$ semblerait être $\eta = 0{,}95$. On peut donc conclure que, pour une conduite rectiligne unique, l'avantage est du 5 % et qu'il reste à peu près constant si l'on fait varier le nombre n des tronçons.

§ 3. Propriétés des conduites proposées.

a) *Variation du diamètre et de la vitesse.*

De la formule (13) on déduit que le diamètre du premier tronçon :

$$d_1 = D \sqrt[5]{\frac{n+1}{2}} = 0{,}87\, D \sqrt[5]{n+1}$$

peut être considérablement plus grand que celui qu'on aurait pour une conduite à diamètre constant, tandis que le dernier :

$$d_n = D \sqrt[5]{\frac{n+1}{2}} \frac{1}{\sqrt[5]{n}} = D \sqrt[5]{\frac{1}{2} + \frac{1}{2n}} = 0{,}87\, D \sqrt[5]{1 + \frac{1}{n}},$$

n'en diffère pas beaucoup.

Par exemple pour $n = 32$:

$$d_1 = 1{,}75\, D\,; \qquad d_n = \frac{d_1}{2}\,; \qquad d_n = 0{,}875\, D.$$

En outre, de l'expression générale :

$$d_r = D \sqrt[5]{\frac{n+1}{2}} \frac{1}{\sqrt[5]{r}},$$

on déduit que, dans la conduite à diamètre variable, on a le même diamètre D que dans la conduite à diamètre constant dans le tronçon où

$$\frac{n+1}{2r} = 1, \qquad r = \frac{n+1}{2}.$$

Si n est impair, il existe un tronçon $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\text{ième}}$ dans lequel :

$$d_{\frac{n+1}{2}} = D,$$

et si n est pair, les tronçons $\frac{n}{2}$ et $\frac{n+2}{2}$ ont leur diamètre respectivement un peu plus grand et un peu plus petit que D.

Les vitesses augmenteront, pour une conduite à diamètre variable, en proportion inverse du carré des diamètres ; dans le premier tronçon, elle sera inférieure à la vitesse correspondante de la conduite à diamètre constant, et cela aura l'avantage, non seulement de diminuer la perte de charge[1] à l'embouchure, mais encore de rendre plus difficile, avec une hauteur donnée d'eau dans le bassin de charge, la création dans la conduite des amas d'air qui peuvent être très préjudiciables au fonctionnement des moteurs hydrauliques.

b) *Volume de l'eau contenue dans la conduite.*

Tandis que le volume d'un tuyau vertical d'une hauteur de H mètres et de diamètre D est :

$$V' = \frac{\pi}{4} D^2 H,$$

le volume de la canalisation à diamètre variable correspondante, et qui a la même perte de charge que la précédente, est (13) :

$$V = \frac{\pi}{4} \frac{H}{n} D^2 \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{2}{5}} \sum_{r=1}^{r=n} \frac{1}{r^{\frac{2}{5}}}$$

[1] Pascal. — *Exercices et notes critiques de calcul infinitésimal.*

[1] Une première perte de charge a pour cause le rétrécissement soudain au point de départ, où le tuyau s'emboite dans le réservoir d'alimentation, et elle représente une colonne liquide de hauteur :

$$h_0 = 0{,}50 \frac{v^2}{2g},$$

v étant la vitesse de l'eau dans le tuyau.

Conf. Nazzani.

$$V = V' \frac{1}{n}\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{2}{5}} \sum_{r=1}^{r=n} \frac{1}{r^{\frac{2}{5}}}. \qquad (20)$$

Le calcul du coefficient de V' se fait très rapidement à l'aide de la table I ; il en résulte que, tandis que pour $n = 2$ on a :

$$V = 1{,}023\ V',$$

pour $n = 10$, on a :

$$V = 1{,}13\ V',$$

c'est-à-dire une augmentation du 13 % à peu près.

c) *Force vive de l'eau contenue dans la conduite.*

Mais, tandis que le volume est plus grand, la force vive de l'eau contenue dans le siphon est inférieure à celle de l'eau en mouvement dans la conduite correspondante à diamètre constant.

Si par m_r, v_r, s_r, f_r, on indique la masse, la vitesse, la section et la force vive de l'eau dans le tronçon $r^{\text{ième}}$, et par Q et H, le débit et la hauteur du tuyau, on a :

$$f_r = \frac{1}{2} m_r v_r^2 = \frac{1}{2} \frac{1000}{g} s_r \frac{H}{n} \frac{Q^2}{s_r^2}$$

et pour la (13) :

$$f_r = \frac{1}{2} \frac{1000}{g} \frac{H Q^2}{\frac{\pi}{4} D^2} \frac{r^{\frac{2}{5}}}{n\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{2}{5}}}.$$

Pour la conduite entière la force vive totale est :

$$F = \frac{1}{2} \frac{1000}{g} \frac{H Q^2}{\frac{\pi}{4} D^2} \frac{\sum_1^n r^{\frac{2}{5}}}{n\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{2}{5}}}.$$

Pour la conduite correspondante à diamètre constant, la force vive est justement :

$$F' = \frac{1}{2} \frac{1000}{g} \frac{H Q^2}{\frac{\pi}{4} D^2},$$

et par conséquent :

$$F = \frac{\sum_1^n r^{\frac{2}{5}}}{n\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{2}{5}}} F'. \qquad (21)$$

En développant la somme d'après la formule approximative de la somme des puissances semblables des nombres naturels :

$$F = \frac{\frac{5}{7} n^{\frac{7}{5}} + \frac{1}{2} n^{\frac{2}{5}}}{n\left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{2}{5}}} F' = \left(\frac{2n}{n+1}\right)^{\frac{2}{5}} \left(\frac{5}{7} + \frac{1}{2n}\right) F'.$$

Le coefficient de F' est toujours plus petit que l'unité : par exemple pour $n = 3$, $F = 0{,}97\ F'$; pour $n = 15$, $F = 0{,}94\ F'$; pour de grandes valeurs de n, il tend approximativement vers la limite $2^{2/5} \times 0{,}71 = 0{,}937$. Il diminue si l'on augmente le nombre des tronçons.

La diminution de la force vive est un avantage, non seulement par la diminution conséquente du coup de bélier, si le mouvement de l'eau devait s'arrêter instantanément, mais même pour le calcul des régulateurs, si la conduite alimente des moteurs hydrauliques.

d) *Diminution du débit maximum.*

Lors de la rupture d'un siphon métallique, le cas le plus défavorable est l'ouverture, dans les tronçons de pression maximum, d'une voie d'eau d'une surface égale ou plus grande que la section transversale du tuyau dans le point considéré. Le débit maximum est alors déterminé par la grandeur du diamètre. Si l'on indique par $Q_{\max.}$ et $q_{\max.}$ les débits maxima d'une conduite à diamètre constant et d'une conduite correspondante à diamètre variable, à égalité de charge hydraulique maximum, on a évidemment :

$$\mu = \frac{q_{\max}}{Q_{\max}} = \frac{d_n^2}{D^2} = \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{\frac{2}{5}}.$$

Pour $n = 33$, on a :

$$\mu = 0{,}75.$$

e) *Retard dans la formation du vide à la suite d'une rupture de tuyau.*

Cette propriété paraît très importante si l'on réfléchit que la diminution du débit maximum concourt, avec la propriété des conduites à diamètre variable indiquée sous lettre b, à empêcher l'évacuation très rapide du siphon, la formation du vide dans la partie supérieure de la conduite et par conséquent l'aplatissement des tôles, lors d'une rupture du siphon.

§ 4. **Conduites avec une branche verticale et une branche horizontale.**

Supposons qu'une conduite de longueur totale l soit composée d'une partie verticale de longueur l_1 et d'une autre horizontale de longueur l_2, et que la perte de charge totale admise soit Y ; en supposant encore que des tronçons n dont est composée toute la conduite, comme dans le cas précédent, p appartiennent à la partie verticale et q à la partie horizontale, on aura :

$$\left\{\begin{aligned} & l_1 + l_2 = l \\ & l_1 = l\,\frac{p}{n} \\ & l_2 = l\,\frac{q}{n} \\ & n = p + q \end{aligned}\right.$$

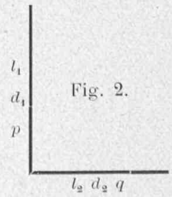

Fig. 2.

Pour la conduite à diamètre constant, on aurait le diamètre D et le poids total P en appliquant les formules (7) et (9) :

$$\left\{\begin{aligned} & D = \sqrt[5]{\frac{K\,(l_1 + l_2)\,Q^2}{Y}} \\ & P = l_1^2\, D^2 + 2\, l_1\, l^2\, D^2. \end{aligned}\right.$$

Pour la conduite à diamètre variable, la série des diamètres pourrait toujours être déduite de la formule (13) et le poids correspondant serait :

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= l_1^2 D^2 \frac{1}{n^2}\left(\sqrt[5]{\frac{n+1}{2}}\right)^2 \sum_{r=1}^{r=p} \frac{2r-1}{(\sqrt[5]{r})^2} + \\ &+ 2 l_1 D^2 \left(\sqrt[5]{\frac{n+1}{2}}\right)^2 \frac{l_2}{q} \sum_{r=p+1}^{r=n} \frac{1}{(\sqrt[5]{r})^2} \end{aligned}\right\} \quad (22)$$

ou bien, en faisant pour les coefficients d'économie les annotations suivantes :

$$\eta_1 = \frac{1}{n^2}\left(\sqrt[5]{\frac{n+1}{2}}\right)^2 \sum_{r=1}^{r=p} \frac{2r-1}{(\sqrt[5]{r})^2}$$

$$\eta_2 = \frac{1}{q}\left(\sqrt[5]{\frac{n+1}{2}}\right)^2 \sum_{r=p+1}^{r=n} \frac{1}{(\sqrt[5]{r})^2},$$

on peut l'indiquer plus brièvement avec la formule :

$$P_1 = l_1^2 D^2 \eta_1 + 2 l_1 l_2 D^2 \eta_2. \quad (23)$$

La perte de charge pour la partie verticale serait :

$$Y_1 = \sum_1^p y = \frac{p(p+1)}{2} \frac{2Y}{n(n+1)} = \frac{p}{n} \frac{p+1}{n+1} Y$$

et celle de la partie horizontale :

$$Y_2 = \sum_{p+1}^{n} y = \frac{(p+1+n)(n-p)}{2} \frac{2Y}{n(n+1)} = \frac{(n-p)}{n} \frac{(p+n+1)}{(n+1)} Y.$$

Il en résulte naturellement :

$$Y_1 + Y_2 = Y.$$

Pour le coefficient η_1, les considérations précédentes conservent leur valeur. Pour η_2, on a une valeur considérablement différente. Dans l'expression :

$$\eta_2 = \frac{1}{q}\left(\sqrt[5]{\frac{n+1}{2}}\right)^2 \sum_{r=p+1}^{r=n} \frac{1}{(\sqrt[5]{r})^2} \quad (24)$$

on constate que η_2 sera d'autant plus petit que le nombre q des tronçons appartenant à la partie horizontale sera plus grand et que le nombre total n des tronçons sera plus petit, c'est-à-dire que η_2 sera d'autant plus petit que la partie horizontale sera plus étendue. En outre, puisque l'expression :

$$\frac{1}{q} \sum_{r=p+1}^{r=n} \frac{1}{(\sqrt[5]{r})^2}$$

est la moyenne d'un groupe de q termes consécutifs dans la série des inverses de la puissance $\frac{2}{5}$ des nombres naturels, elle est d'autant plus petite que la position du groupe est plus éloignée. Pour $n = 25$ et $q = 5$, il résulte : $\eta_2 = 0{,}796$. L'avantage, pour la partie horizontale, est donc considérable et il augmente avec la longueur de la conduite qui se développe en plaine. Or la partie horizontale est quelquefois même de plusieurs centaines de mètres, parce que l'on doit traverser une route ou un fleuve, ou bien parce que les conditions spéciales de l'endroit à l'égard des fondations, de la valeur du terrain, etc., rendent nécessaire d'établir l'usine loin du point d'arrivée des siphons ; dans ces cas, le poids du tronçon horizontal représente une grande partie du poids total et par conséquent la distribution de la perte de charge de manière à diminuer les diamètres en allant de haut en bas, permet de réaliser des économies considérables.

§ 5. Conduites à diamètre variable d'une façon discontinue.

Le problème d'une conduite, quelquefois si compliqué, peut exiger dans certains cas que, dans une partie de la conduite, le diamètre ne continue pas à diminuer, comme il arriverait en appliquant tout simplement les formules précédentes, ou si la conduite devait avoir un diamètre déterminé. C'est généralement la partie inférieure d'une conduite industrielle qui peut présenter des exigences spéciales ; pour des motifs relatifs aux prises des différentes dérivations, à un passage en élévation, ou bien à une autre difficulté, il peut être nécessaire que le diamètre soit constant. Cette solution, d'ailleurs, est souvent préférée uniquement par esthétique. Traitons donc le cas où, dans un certain nombre de tronçons, le diamètre décroisse d'après la loi établie dans les paragraphes précédents, et soit au contraire constant dans les autres ; si s représente le nombre des tronçons du premier groupe et n le nombre total, on aura :

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= y_1 \\ y_2 &= 2\, y_1 \\ &\cdots\cdots \\ y_s &= s\, y_1 \\ y_{s+1} &= s y_1 \\ &\cdots\cdots \\ y_n &= s\, y_1 \end{aligned}\right\}$$

La perte totale de charge étant toujours Y, en faisant la somme on trouve :

$$\sum_1^n y = Y = y \left\{ \frac{s(s+1)}{2} + s(n-s) \right\},$$

de laquelle on tire :

$$y_1 = \frac{2Y}{s(1-s+2n)}. \quad (25)$$

Les expressions de la perte de charge et du diamètre dans le tronçon $r^{\text{ième}}$ sont par conséquent :

$$y_r = \frac{2rY}{s(1-s+2n)}, \quad (26)$$

$$d_r = \sqrt[5]{\frac{K \frac{L}{n} Q^2}{y_r}} = D \sqrt[5]{\frac{s(1-s+2n)}{2n}} \frac{1}{\sqrt{r}}, \quad (27)$$

dans lesquelles L et Q indiquent toujours la longueur et le débit de la conduite, et D le diamètre de cette même conduite si elle était à diamètre constant. La quantité r varie de 1 à s.

De nombreux cas pourraient se présenter avec d'autres conditions spéciales, par exemple celle que le diamètre reste constant pour un certain groupe de tronçons intermédiaires, ou bien que le diamètre soit constant, ou que les pertes de charge varient d'après la loi connue de la progression arithmétique pour une partie seulement de la conduite et varient ensuite toujours suivant une progression arithmétique, mais avec une raison différente, ou suivant une autre loi ; ce sont là des cas spéciaux, que l'on doit étudier séparément lorsque des motifs pratiques extraordinaires se présentent ; il nous suffit, pour le moment, d'avoir indiqué la méthode qui nous semble facilement applicable à tous les cas.

§ 6. Conduites à plusieurs pentes uniformes.

Traitons les cas d'une conduite qui comprend plusieurs tronçons de longueur et d'inclinaison différentes. Une conduite quelconque, à angles horizontaux et verticaux, peut toujours être étudiée dans son développement sur un plan vertical, avec un axe vertical supposé comme axe des pressions statiques.

L et Y étant toujours la longueur totale et la perte fixée pour la conduite, supposons que la conduite constitue un seul siphon (nous indiquerons plus tard le procédé à adopter dans le cas d'une conduite avec plusieurs siphons), et que le point le plus déprimé de la conduite divise celle-ci en deux parties L_1 et L_2, auxquelles correspondent les pertes de charge :

$$Y_1 = Y \frac{L_1}{L} ; \qquad Y_2 = Y \frac{L_2}{L} .$$

Supposons que les longueurs des tronçons de pente uniforme contenues dans L_1 soient $l_1, l_2 \ldots l_m$, et que celles des tronçons de L_2 soient $l'_1, l'_2 \ldots l'_n$, que λ soit une longueur contenue un nombre exact de fois dans $l_1, l_2, \ldots l_m$, de manière que l'on ait :

$$l_1 = n_1 \lambda ; \qquad l_2 = n_2 \lambda ; \; . \; . \; . \; . \; . \; l_m = n_m \lambda .$$

La conduite L_1 comprend donc un nombre de tronçons :

$$N_1 = n_1 + n_2 + \; . \; . \; . \; . \; . + n_m ,$$

et, d'après l'équation (13), l'expression générale du diamètre est :

$$d_r = \sqrt[5]{\frac{K \; L \; Q^2}{Y_1}} \sqrt[5]{\frac{N_1 + 1}{2 r}} .$$

Pour la conduite montante, suivant le sens du mouvement de l'eau, nous aurons de même :

$$l'_1 = n'_1 \lambda' ; \qquad l'_2 = n'_2 \lambda' ; \; . \; . \; . \; . \; l'_n = n'_n \lambda'$$

$$N_2 = n'_1 + n'_2 + \; . \; . \; . \; . \; . + n'_n ;$$

et les pertes de charge respectives des tronçons successifs, toujours en se dirigeant de bas en haut, seront :

$$\left. \begin{array}{l} y'_1 = N_2 \, y \\ y'_2 = (N_2 - 1) \, y \\ . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \\ y'_{N_2} = y \end{array} \right\}$$

desquelles on tire :

$$\sum_1^{N_2} y = Y_2 = \frac{N_2 \, (N_2 + 1)}{2} \, y$$

$$y = \frac{2 \; Y_2}{N_2 \, (N_2 + 1)} .$$

D'autre part, les diamètres des tronçons inférieurs des parties descendantes et ascendantes doivent être raccordés afin que la conduite n'ait pas des variations brusques de diamètre, et par conséquent ils devront être sensiblement :

$$y_{N_1} = y'_1 ,$$

savoir :

$$\frac{2 \; Y_1}{(N_1 + 1)} = \frac{2 \; N_2 \; Y_2}{N_2 \, (N_2 + 1)}$$

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{N_1 + 1}{N_2 + 1}$$

et puisque, d'après ce qui précède :

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{N_1}{N_2} ,$$

les rapports :

$$\frac{N_1 + 1}{N_2 + 1} \text{ et } \frac{N_1}{N_2} .$$

devraient être, par conséquent, égaux.

Cette égalité est suffisamment satisfaite si N_2 et N_1 sont assez grands. Dans le cas où ils ne le seraient pas, le raccord des diamètres ne produirait pas une grande variation dans la perte de charge.

La méthode de calcul ci-dessus exposée convient particulièrement lorsque la conduite a des tronçons de pente uniforme, dont les longueurs contiennent un nombre exact de fois une longueur donnée et suffisamment grande ; lorsque, au contraire, les nombres qui mesurent les longueurs des tronçons sont premiers entre eux, ou admettent un diviseur commun maximum très petit, il ne convient pas de suivre la méthode qui précède, car, même si la deuxième hypothèse se réalise, la conduite reste subdivisée en un nombre trop grand de tronçons. Dans ces cas, on doit considérer la longueur entière de la conduite et la diviser en un certain nombre de tronçons de longueur convenable, sauf à considérer le dernier d'une longueur plus grande. Mais en procédant selon cette dernière méthode, quelques tronçons appartiendront pour une partie à une pente uniforme et pour l'autre à la suivante, et les calculs des pressions, des épaisseurs et du poids deviendront un peu plus laborieux.

§ 7. Conduites avec différents branchements en plaine à leur extrémité.

Il arrive souvent qu'une conduite s'embouche, à son extrémité inférieure, sur un autre tronçon duquel partent plusieurs branchements (fig. 3) ou qui présente des dérivations latérales (fig. 4). Dans le cas général, chacune de ces dernières aura un débit différent des autres et les tronçons intermédiaires seront tous différents. Le rapport du poids représenté par les branchements au poids entier de la tuyauterie sera d'autant plus grand que la longueur de la partie transversale, le nombre des branchements et leur longueur seront plus grandes. Pour simplifier les calculs, nous donnons une définition : « *Par longueur virtuelle d'une dérivation, nous entendrons une longueur de la conduite principale qui aurait le même poids et aussi la même perte de charge que la dérivation* ». Il résulte de cette définition que, si q et d sont le débit et le diamètre, L et l la longueur effective et virtuelle de la dérivation, et Q et D le débit et le diamètre de la conduite principale, on aura :

$$\left.\begin{aligned}\frac{K\,l\,Q^2}{D^5} &= \frac{K\,L\,q^2}{d^5}\\ l\,D^2 &= L\,d^2\,;\end{aligned}\right\}$$

d'où l'on déduit :

$$l = L\left(\frac{q}{Q}\right)^{\frac{4}{7}}. \qquad (28)$$

Par conséquent, pour une conduite semblable à celle des figures annexées, les longueurs virtuelles des tronçons λ seront :

$$\lambda_1\left(\frac{Q_1}{Q}\right)^{\frac{4}{7}}\,; \qquad \lambda_2\left(\frac{Q_1-q_1}{Q}\right)^{\frac{4}{7}} \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\, \lambda_n\left(\frac{q_n}{Q}\right)^{\frac{4}{7}}\,; \qquad (29)$$

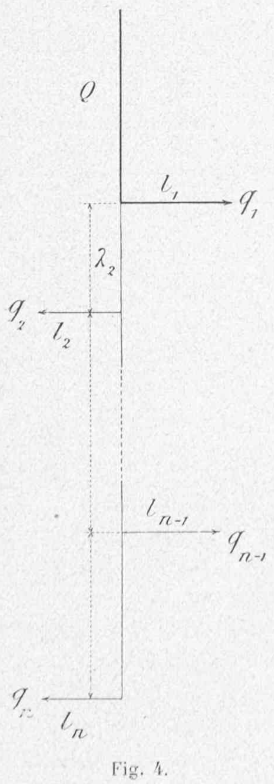

Fig. 4.

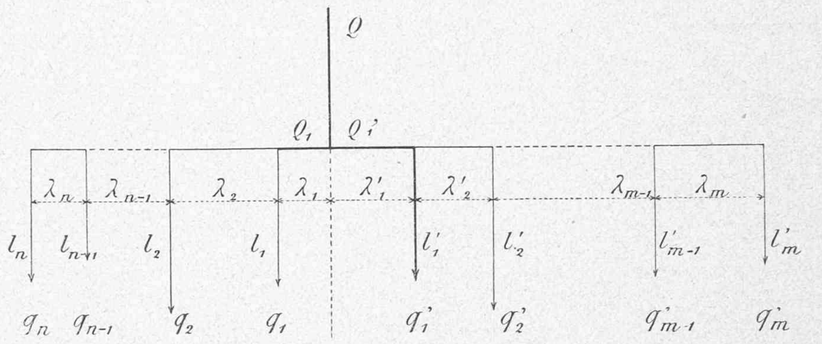

Fig. 3.

et pour les tronçons l et l' les longueurs virtuelles pourront être déduites des expressions générales suivantes :

$$l_r\left(\frac{q_r}{Q}\right)^{\frac{4}{7}}\,; \qquad l'_r\left(\frac{q'_2}{Q}\right)^{\frac{4}{7}}. \qquad (30)$$

La somme de toutes ces longueurs virtuelles représentera la longueur l_2 du paragraphe 4, IIme partie, si le tuyau est incliné jusqu'à la première dérivation, et on devra l'ajouter à la partie en plaine si la conduite a déjà un tronçon horizontal. La loi de la variation du diamètre doit être appliquée jusqu'à la 1re dérivation, le diamètre de chaque section suivante doit être déterminé d'après son débit, sa longueur et la perte de charge relative au dernier diamètre de la conduite principale et de la longueur virtuelle.

IIIe PARTIE

Exemple pratique.

§ 1. Données.

Soit une conduite en tôle d'acier rivée dont le profil altimétrique est celui de la figure 5; soient en plus :

$$Q = 1 \text{ m}^3.$$

$$Y = \frac{2}{10}\,H = 9^{\text{m}},10.$$

$$L = 990.$$

Pour une conduite à diamètre constant, on aurait d'après l'équation : $Y = \dfrac{K\,L\,Q^2}{D^5}$, dans l'hypothèse de $K = 0,0025$, $D = 0,77$[1].

Les nombres qui mesurent les longueurs des tronçons de pente uniforme admettant le diviseur commun 30, la conduite sera composée de 33 tronçons, dont 8 appartiennent à la 1re pente uniforme, 5 à la 2me, 15 à la 3me et 5 à la partie en plaine.

§ 2. Détermination des diamètres, des épaisseurs et des poids de chaque tronçon.

On a déduit des formules (13) et (1) les diamètres et les épaisseurs des 33 tronçons ; les poids par mètre linéaire ont été trouvés en multipliant l'épaisseur de chaque tron-

[1] La formule de Flamant avec le coefficient du professeur Masoni donne $D = 0,734$.

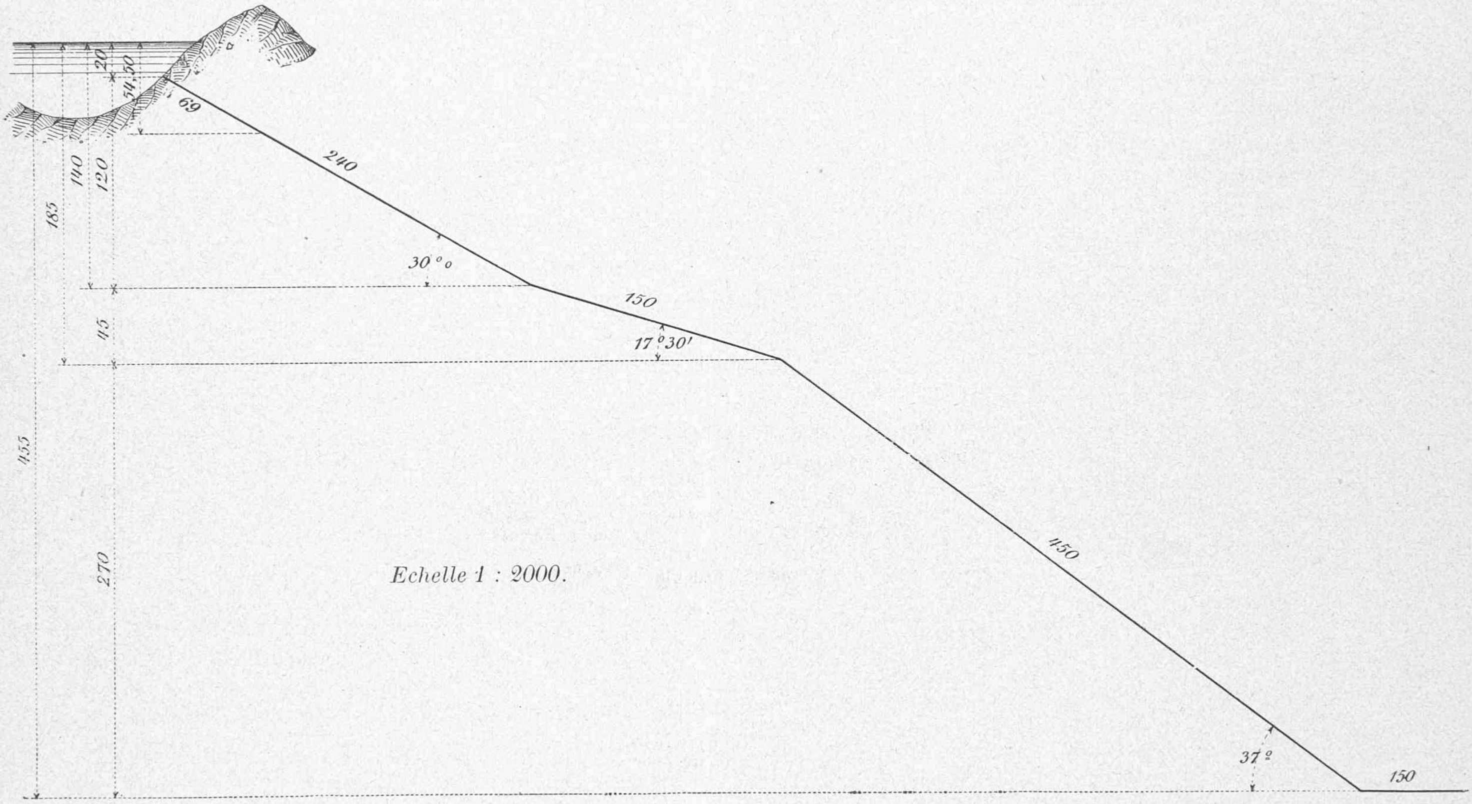

Fig. 5.

çon par le produit $\pi \rho d$, de manière à obtenir les poids réels pour servir à la comparaison avec les formules (7), (8) et (9).

Les tôles d'acier varient actuellement, dans la fabrication courante, de millimètre en millimètre; on a par conséquent corrigé les épaisseurs calculées, de manière toutefois que la variation du travail du métal, en plus ou en moins, soit très petite.

On a rassemblé dans la table III les diamètres, les épaisseurs et les poids des différents tronçons de la conduite à diamètre variable.

Avec les mêmes formules et les mêmes règles, on a calculé la conduite pour le cas du diamètre constant. L'épaisseur initiale de 3mm. à égalité de pression a été tirée de celle de 4 mm. choisie pour la conduite à diamètre variable, proportionnellement aux diamètres 0,77 et 1,36. Les épaisseurs, le poids des tuyaux de chaque pente uniforme sont résumés dans la table IV; le poids obtenu est un peu différent de celui déduit des formules (7), (8) et (9). A cause des considérations suivantes, on a réuni les résultats dans le tableau ci-dessous :

	POIDS		AUGMENTATION	
	calculé directement.	déduit des formules.	totale.	en pour cent.
1re pente uniforme	26 744	24 060	2 684	10
2e »	30 904	28 812	2 152	6,9
3e »	175 691	164 160	11 531	6
4e »	81 420	80 535	885	1
	314 819	297 567	17 252	5,5

Comme nous en avions averti au § 3 de la IIe partie, les formules donnent des poids un peu inférieurs aux poids réels, à cause de l'hypothèse, faite en les déduisant, de la variation infinitésimale de l'épaisseur; mais dans l'ensemble, surtout pour un avant-projet, elles donnent des résultats assez exacts, même s'il s'agit, comme dans ce cas, de grandes chutes et de pentes très fortes.

§ 3. Coefficient d'économie.

En résumant d'après les tables III et IV les poids des tuyaux de chaque pente uniforme dans les deux cas, nous pouvons réunir les résultats de la manière suivante :

Tuyaux des pentes uniformes.	POIDS Diamètre constant.	POIDS Diamètre variable.
1	26 744	41 710
2	30 964	36 432
3	175 691	162 253
4	81 420	63 652
	314 819	304 047

Pour les trois premières pentes uniformes, la conduite à diamètre variable présente, au total, un excès de poids de 7013 kg. sur un poids total de 233 382 kg., c'est-à-dire 3 % environ.

D'après la formule (13), l'économie aurait dû être du 6 %, mais il faut se rappeler que cette formule est déduite dans l'hypothèse que les épaisseurs adoptées sont celles calculées, tandis que, dans les premiers tronçons, l'augmentation du poids est très considérable, d'autant plus considérable dans la conduite à diamètre variable à cause de l'augmentation du diamètre dans les premiers tronçons.

Pour la partie horizontale, on déduit de la formule (24), à l'aide de la table II :

$$\eta_2 = \frac{1}{5}\, 3{,}1 \times 1{,}269 = 0{,}78,$$

qui est précisément égal au rapport $\frac{63\,652}{81\,420}$ des poids calculés. On a donc, dans la partie horizontale, une économie du 22 %.

L'avantage aurait été même plus grand en supposant la variation pratique de l'épaisseur des tôles de $^5/_{10}$ en $^5/_{10}$ mm., car avec la variation de millimètre en millimètre on ne peut pas satisfaire rigoureusement à la loi des épaisseurs — plus compliquée pour la conduite à diamètre variable que pour la conduite à diamètre constant. — En effet, tandis que pour la première l'épaisseur varie de petites valeurs suivant l'augmentation de la pression et la diminution du diamètre, pour la dernière, l'épaisseur varie seulement avec les charges hydrauliques.

Dans beaucoup de cas, l'économie générale de l'installation pourra être considérablement augmentée, car si les premiers tronçons à grand diamètre ont un long développement et une basse pression, par exemple jusqu'à trente

TABLE III.

Conduites à diamètres variables.

Diamètres, épaisseurs, poids des différents tronçons.

Pentes uniformes	Tronçons	Diamètres mètres	Epaisseurs mm.	Poids par mètre linéaire kg.	Longueur du tronçon	Poids total des tronçons kg.	Poids des tuyaux des différentes pentes uniformes — Calculé kg.	Augmentation 15 %	Poids total kg.	Observations.
	1	1,36	4	133		3990				
	2	1,18	4	116		3480				
	3	1,09	5	134		4020				
1re	4	1,03	6	151		4530	36270	5440	41710	
	5	0,99	6	146		4380				
	6	0,95	7	163		4890				
	7	0,92	8	170		5100				
	8	0,89	9	196		5880				
	9	0,88	9	194		5820				
	10	0,86	10	211		6330				
2me	11	0,84	10	206		6180	31680	4752	36432	
	12	0,83	11	224		6720				
	13	0,82	11	221		6630				
	14	0,80	12	235		7050				
	15	0,79	12	232		6960				
	16	0,78	13	248		7440				
	17	0,77	14	270		8100				
	18	0,76	15	279		8370				
	19	0,76	16	298		8940				
	20	0,75	17	312		9360				
3me	21	0,74	17	308	Longueur constante de 30 mètres.	9240	141090	21163	162253	
	22	0,73	18	322		9660				
	23	0,73	19	340		10200				
	24	0,72	20	353		10590				
	25	0,72	21	370		11100				
	26	0,71	21	365		10950				
	27	0,70	22	377		11310				
	28	0,70	23	394		11820				
	29	0,69		372		22320				
	30	0,69		»						
4me	31	0,68	22	368			55350	8302	63652	
	32	0,68		»		33030				
	33	0,68		»						

Perte totale $y = 9^m{,}10$.

Perte, 1er tronçon, $y_1 = \frac{2\,y}{n\,(n+1)} = \frac{2 \times 9{,}10}{33\,(33+1)} = 0{,}0162.$

Perte, dernier tronçon . . . . 0,5346.

mètres, on peut les faire en ciment, en obtenant de cette manière une double économie, et, en même temps, en améliorant l'installation au point de vue d'une plus grande résistance à l'aplatissement, que présente les tuyaux en ciment comparés à ceux en tôles de petites épaisseurs.

§ 4. Dispositions pour réaliser en pratique la variation des diamètres.

On pourrait effectuer le passage d'un diamètre au suivant en donnant la forme d'un cône au dernier anneau du tronçon supérieur ou au premier du tronçon inférieur, dans les conduites à brides ou rivées ; mais pour les dernières, sans même adopter ces pièces spéciales — lesquelles, d'ailleurs, par leur nombre et leur poids ne pourraient représenter qu'une augmentation très petite sur le coût général, — on pourrait obtenir la variation du diamètre en disposant les anneaux d'un tronçon en télescope et en variant légèrement les diamètres, de manière que le diamètre moyen soit le diamètre calculé. Dans la conduite que nous venons d'étudier, par exemple, nous pouvons supposer le premier tronçon de la première pente uniforme composé de 21 anneaux, ayant chacun une longueur utile de 1m,43 (hauteur des tôles 1m,50) ; la variation du diamètre est de 180 mm. et à chaque anneau le diamètre diminue de 8 mm., de manière que le dernier anneau ait un diamètre à peu près égal à celui du 2me tronçon. On pourrait observer que le 1er tronçon serait alors pratiquement conique, au lieu que cylindrique, et que par conséquent la perte de charge y serait plus grande ; la variation est petite, mais si l'on veut la considérer, on peut appliquer de nouveau au 1er tronçon la théorie générale exposée dans les paragraphes précédents, en augmentant un peu à cet effet le 1er diamètre et en obtenant peut-être une petite économie de matériaux, ou bien en la compensant par l'augmentation du diamètre des premiers anneaux du 2me tronçon.

TABLE IV.

Conduites à diamètre constant $D = 0{,}77$.

Epaisseurs et poids des différents tronçons.

Pentes uniformes	Epaisseurs mm.	Poids par mètre linéaire kg.	Longueurs des tronçons mètres	Poids total des tronçons kg.	Poids des tuyaux des différentes pentes uniformes — Calculé kg.	Augmentation 15 %	Poids total kg.	Observations
1re	3	57	69	3933				L'épaisseur de 3 mm. a été déduite de celle de 4 mm. choisie pour la conduite à diamètre constant. Il suffit d'adopter 3 mm. jusqu'à une profondeur de 54m,50.
	4, 5, 6, 7, 8	poids moyen 113	171	19323	23256	3488	26744	
2me	9	189	75	14175				
	10	170	75	12750	26925	4039	30964	
3me	11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25	339,5	450	152775	152775	22916	175691	La variation du poids est linéaire et les poids sont des termes d'une même progression arithmétique.
4me	25	472	150	70800	70800	10620	81420	