

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 30 (1904)  
**Heft:** 1

**Artikel:** Notes sur quelques travaux maritimes exécutés en Grèce  
**Autor:** Petitmermet, L.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-24096>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 26.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Bulletin technique de la Suisse romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES. — Paraissant deux fois par mois.

Rédacteur en chef: M. P. HOFFET, professeur à l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

Secrétaire de la Rédaction: M. F. GILLIARD, ingénieur.

## Numéro spécial

publié à l'occasion du 50<sup>me</sup> anniversaire de fondation de l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne.

N° 3.

SOMMAIRE: Note sur quelques travaux maritimes exécutés en Grèce, par M. Petitmermet, ingénieur, à Athènes. — Deux problèmes relatifs aux rayons de courbure, par M. H. Amstein, professeur, à Lausanne. — La fabrique d'explosifs de Gamsen (Valais), par M. G. Brélaz, professeur, à Lausanne. — Application de la statique graphique aux systèmes de l'espace (suite), par M. B. Mayor, professeur, à Lausanne. — Etude comparative du tirage syphonique et du tirage direct, par M. L. Pelet, professeur, à Lausanne. — Transport du gaz à distance, par M. L. Chavannes, ingénieur, à Lausanne. — Divers: Cinquantenaire de l'Ecole d'Ingénieurs de l'Université de Lausanne. — Ecole polytechnique fédérale. — Bibliographie. — Sociétés. — Avis à nos abonnés.

## Notes sur quelques travaux maritimes exécutés en Grèce.

Par L. M. PETITMERMET, Ingénieur.

Ancien élève de l'Ecole d'Ingénieurs (1871-1874).

### 1. — Passe de l'Euripe à Chalcis.

Le détroit de l'Euripe, qui sépare l'île d'Eubée du continent en faisant communiquer le canal de Négrepont avec celui d'Atalante, comprend trois passes séparées par des bassins assez étendus. Celle du Nord ou de Chalcis est très étroite; jusque vers 1855 à 1860 elle n'avait que 8<sup>m</sup>,00 de largeur et 1<sup>m</sup>,80 de profondeur; des travaux exécutés à cette époque lui donnèrent une largeur de 18<sup>m</sup>,00 et un tirant d'eau de 5<sup>m</sup>,70, mais avec un radier irrégulier.

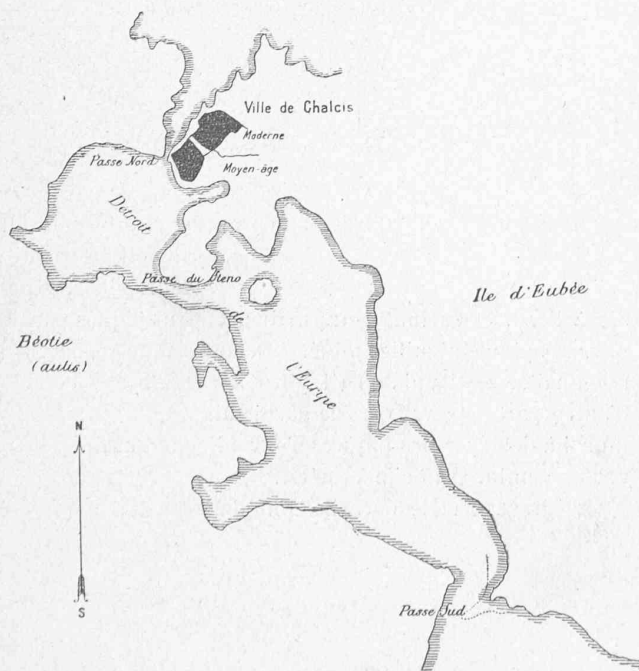


Fig. 1. — Plan du détroit de l'Euripe.

Le détroit, et surtout la passe Nord, présentent le phénomène intéressant de courants alternatifs, changeant de direction quatre fois par jour en temps normal. Il y a des anomalies, en particulier aux équinoxes. M. l'ingénieur Kalyvas, dans une brochure qu'il serait trop long d'analyser ici et qui résume les observations faites à diverses époques, en particulier pendant les travaux que nous avons exécutés à Chalcis de 1889 à 1894, compare les variations de niveau qui produisent le courant, avec les phases des marées; il en conclut d'une façon précise ce que l'on prévoyait à priori, c'est-à-dire que les différences de niveau de la mer de part et d'autre du détroit sont dues à la différence de longueur des routes que la marée doit parcourir pour arriver au détroit par le Sud et par le Nord.

Les dénivellations, et par conséquent la vitesse, sont plus grandes pour le courant allant au Sud, ce qui s'explique par la configuration de la mer aux abords de la passe Nord et par la prédominance des vents du Nord. Le maximum ordinaire de hauteur de chute est d'environ 0<sup>m</sup>,70 pour le courant Nord-Sud; mais, quand la marée coïncide avec un fort vent du Nord, ce maximum peut atteindre, par exception, près de 1<sup>m</sup>,00. La vitesse est rarement inférieure à 3<sup>m</sup>,00 par seconde, correspondant à une dénivellation moyenne de 0<sup>m</sup>,50 environ.

On prétend qu'Aristote s'est noyé dans l'Euripe de dépit de ne pouvoir découvrir la cause des courants et de leurs variations. S'il avait vécu au XIX<sup>me</sup> siècle, il aurait pu ajouter à ses préoccupations la solution du problème que nombre de gens se posaient, en Grèce: Une augmentation de la section de la passe de Chalcis aurait-elle pour effet de réduire la vitesse des courants?

Ceux qui ont traité cette question d'une façon rationnelle, autrement qu'en discussions en l'air, ont conclu qu'un rélargissement exécuté dans les limites pratiquement possibles ne donnerait qu'une très faible diminution de vitesse. Voici comment l'amiral anglais Momsell arrivait à cette conclusion, en basant ses calculs sur ses observations de mars et avril 1872:

Soient  $v, v', v''$  les vitesses ;

$h, h', h''$  les dénivellations ;

$s, ms, ns$  les sections mouillées, dans les passes Nord, intermédiaire et Sud ;

et  $q$  la quantité d'eau passant par seconde dans chaque passe, une fois le régime établi.

On a :  $h + h' + h'' = H$ . (1)

$$v = k \sqrt{2gh} \quad v' = k \sqrt{2gh'} \quad v'' = k \sqrt{2gh''}$$

$$q = sv = msv' = nsv''$$

$$\text{ou } q = sk \sqrt{2gh} = msk \sqrt{2gh'} = nsk \sqrt{2gh''} \quad (2)$$

De (1) et (2) on tire :

$$h = \frac{m^2 n^2}{m^2 n^2 + m^2 + n^2} H \quad h' = \frac{n^2}{m^2 n^2 + m^2 + n^2} H$$

$$h'' = \frac{m^2}{m^2 n^2 + m^2 + n^2} H.$$

Remplaçant  $h$  par sa valeur max. 0<sup>m</sup>,69 trouvée dans la période considérée, et  $m$  et  $n$  par leurs valeurs respectives 10 et 40 environ, on trouve :

$$h = 0,69; h' = 0,007; h'' = 0,0004; H = 0,6974.$$

D'où la conclusion que la différence de niveau entre les deux mers est en réalité concentrée dans les 69 cm. de la passe Nord. En doublant la section de celle-ci, on aurait :

$$m = 5; n = 20; H \text{ constant} = 0,6974;$$

et l'on trouverait  $h = 0,67, v = 3,62 k$ , tandis que le premier cas donne  $v = 3,68 k$ .

Donc diminution insignifiante de chute et de vitesse.

On appuyait en outre cette conclusion sur la remarque suivante : Les travaux exécutés 15 ans auparavant, portant la largeur de la passe de 27 à 60 pieds anglais et le tirant d'eau de 6 à 19 pieds, avaient amené une augmentation de vitesse de deux milles à l'heure.

On faisait ainsi pressentir, sans l'affirmer, qu'une nouvelle augmentation de section entraînerait un nouvel accroissement de la vitesse.

A première vue il semble, en effet, que la vitesse devrait augmenter avec l'ouverture, car on peut toujours poser  $v = k \sqrt{2gh}$ , et si l'on admet  $h$  constant,  $v$  ne varie qu'avec  $k$ , qui augmente avec l'aire de la section, pour la même forme et la même nature de parois.

Mais les choses ne sont pas si simples en réalité. Les rélargissements successifs de la passe ont transformé un déversoir à barrage noyé, à très faible débit, en un canal de certaine longueur et à grand débouché ; il en résultait un changement radical du profil superficiel de l'eau, éloignant de plus en plus, en amont et en aval, les points entre lesquels  $h$  peut être considéré comme constant. Par une approximation grossière, voici comment nous cherchions à rendre compte de ce qui devait se passer : Supposons l'eau canalisée sur toute l'étendue où le courant agit avec une vitesse à peu près uniforme, soit sur une longueur  $l$ , pour laquelle on aura une différence de niveau  $h$ . Le profil liquide sera rectiligne et la pente superficielle sera

$$I = \frac{h}{l}, \text{ la vitesse } v = c \sqrt{RI} \text{ ou } v = c \sqrt{\frac{R}{l}} \sqrt{h}.$$

Pour une section plus grande on aura :

$$v_1 = c_1 \sqrt{\frac{R_1}{l_1}} \sqrt{h}; \quad c_1 > c; \quad R_1 > R.$$

Pour  $v = v_1$  il faudrait donc avoir :

$$l_1 = \frac{c_1^2 R_1}{c^2 R} l.$$

Appliquant les valeurs relatives à la dernière section réalisée et à l'état antérieur, il vient  $l_1 = 2,56 l$ . Cette approximation s'est trouvée correspondre à la réalité. La vitesse dans la passe n'a pas changé, pour la même chute totale, mais le courant agit sur une étendue 2 1/2 à 3 fois plus grande.

En somme, le but des derniers travaux entrepris n'a donc pas été de réduire la vitesse des courants, mais de rendre la passe accessible aux bateaux de fort tonnage et surtout aux navires de guerre grecs, d'en rectifier la mauvaise orientation et d'en régulariser les accès.

La largeur du canal fut portée à 40 m., et sa profondeur à 8<sup>m</sup>,50 ; de part et d'autre, un chenal d'accès fut dragué à la même cote, sur 70 m. de largeur au plafond ; les passes Sud et intermédiaire furent rectifiées par des coupures draguées à la même profondeur.

L'aménagement de la passe Nord exigea des travaux assez importants : Démolition d'anciens ouvrages, sous l'eau et hors de l'eau, entr'autres celle d'un château ou grande porte fortifiée, de construction vénitienne, sur la rive continent ; démolition de l'ancien pont tournant en bois et son remplacement par un pont tournant en fer ; construction des culées du pont et des murs de rive de la passe, sur fondations pneumatiques ; dérochements sous-marins dans la passe ; travaux d'accès divers.

Les difficultés principales de l'exécution se rencontrèrent dans le fonçage des caissons à l'air comprimé à travers les vieilles maçonneries et les enrochements qu'avaient amassés là l'antiquité et le moyen-âge ; il faut remarquer en effet que, à l'inverse de leurs descendants, les anciens avaient toujours cherché à rétrécir la passe. Les caissons rencontrèrent le rocher à 11-12 m. sous zéro du côté d'Eubée, et à 9 m. du côté du continent, tandis qu'au milieu de la passe il y a une poussée qui s'élève à — 6 m. ; ce rocher se présentant sous une forte inclinaison, les caissons durent être encastrés dedans. Du côté de l'île, le travail fut entravé par une singulière maladie des ouvriers ; leurs pieds, exposés à l'eau, et surtout leurs mains, étaient piqués par de microscopiques aiguilles minérales dans lesquelles on a cru reconnaître de l'amiante (il y en a en Eubée) ; comme d'autre part une vase fétide garnissait tous les interstices du sol à débayer, les piqûres s'envenimaient et finissaient par une enflure difficile à guérir.

Le dragage et le dérochement dans la passe ont été aussi une partie ardue du travail, tant par le fait du terrain que par suite du courant et de la nécessité de maintenir le passage libre deux fois par jour. Pendant deux mois on dut cependant fermer la passe, ce qui se fit au moyen d'un rideau de pieux jointifs dont la pointe était légèrement fichée dans le radier ; les têtes étaient réunies par deux



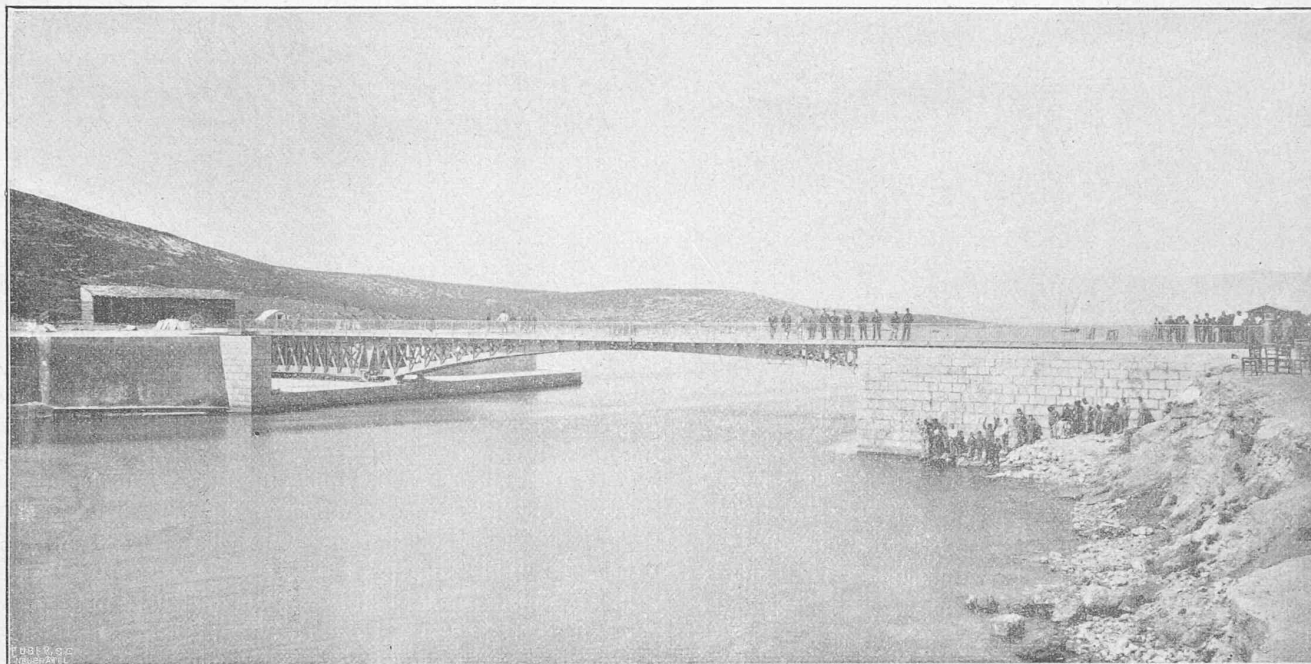


Fig. 2. — Pont tournant de Chalcis (fermé).

fortes moises, formées chacune d'un arbre entier; par des chaînes attachées tous les 4 à 5 m., ces moises étaient amarrées de part et d'autre à des corps morts à terre et à des ancres. Ce barrage a bien rempli son but.

Les quantités principales d'ouvrages exécutés sont :

Maçonneries à l'air comprimé, en chaux de Theil	3 000 m <sup>3</sup> .
» en élévation et dallages . . . . .	2 500 »
Dragages . . . . .	213 000 »
Dérochements sous l'eau . . . . .	21 000 »
Démolitions sous l'eau . . . . .	1 800 »
» hors de l'eau . . . . .	11 500 »

La dépense totale, y compris le pont tournant, dont nous parlons plus loin, s'est élevée à 1 750 000 fr.

**Pont tournant.** — Il couvre un vide de 40 m. entre culées, au moyen de deux volées égales et qui ouvrent symétriquement au Nord. Chaque volée a deux groupes d'appuis, l'un pour le pont fermé, l'autre pour l'ouverture, de sorte que les cotes principales s'établissent comme suit :

Pont fermé. Appui de porte-à-faux à 1 m. en arrière du parement de culée.

Porte-à-faux de chaque volée. . . . . 21 m.

Portée de culasse. . . . . 15<sup>m</sup>,75.

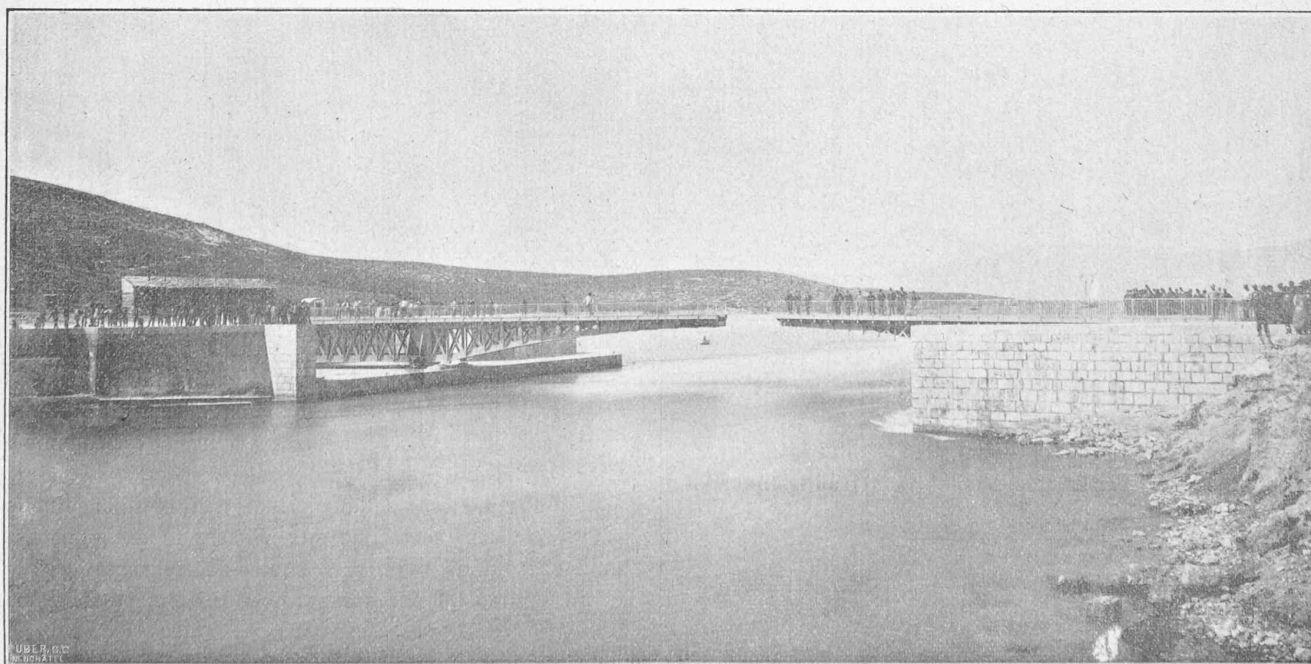


Fig. 3. — Pont tournant de Chalcis (s'ouvrant).

Pont ouvert. Appui de porte-à-faux sur le pivot à 3<sup>m</sup>,50 en arrière du parement de culée.

Porte-à-faux de chaque volée. . . . . 23<sup>m</sup>,50

Portée de culasse . . . . . 13<sup>m</sup>,75

La largeur du tablier est de 4 m. entre garde-corps et de 2<sup>m</sup>,50 entre poutres. La nervure inférieure des poutres est parabolique sur le vide; les autres nervures sont rectilignes, et horizontales quand le pont est fermé. La chaussée et les trottoirs sont faits d'un platelage de chêne.

Le tablier a été calculé comme poutre reposant sur deux appuis, avec porte-à-faux d'un côté et contre-poids de l'autre; il n'a pas été tenu compte, naturellement, de la connexion établie au milieu, entre les deux volées, par deux forts verroux en acier. Les surcharges admises sont: Une charge uniformément répartie de 350 kg. par m<sup>2</sup>, distribuée sur la volée entière, sur le porte-à-faux ou sur la culasse, selon les efforts à calculer, et une charge mobile constituée par deux essieux de 6 tonnes marchant à 2<sup>m</sup>,50 d'intervalle. Pour le calcul du plancher et des entretoises on a introduit aussi la considération d'un rouleau compresseur de 11 tonnes passant du continent en Eubée.

En raison des efforts horizontaux qui ont lieu dans la rotation et de ceux qui sont dus au vent (250 kg. par m<sup>2</sup>), les contre-ventements sont très robustes.

Le poids du métal est, pour une volée:

Fer homogène . . . . . 67 tonnes.

Acier et fonte pour mécanismes et appuis. . . 17 »

Fonte pour contre-poids . . . . . 25 »

Soit 218 tonnes pour le pont entier.

La manœuvre du pont, qui se fait au maximum quatre fois par jour, a lieu à bras d'hommes. Elle exige deux hommes par volée et dure huit minutes quand le graissage est soigné. Après le dégagement des verroux du milieu, elle comprend deux phases: 1<sup>o</sup> Basculement de la volée; 2<sup>o</sup> Rotation autour de l'axe vertical du pivot. Le basculement se divise lui-même en deux périodes; dans la première, le pont bascule autour des appuis de porte-à-faux jusqu'à ce qu'il vienne reposer sur le pivot; il continue ensuite son mouvement dans le plan vertical, avec le pivot pour centre, jusqu'à faire porter la charge d'arrière sur les roues de culasse, les appuis fixes étant alors dégagés. Dans la rotation horizontale, le pont porte donc sur le pivot, flanqué de deux roues d'équilibre roulant sur un rail circulaire, et sur les deux roues de culasse; celles-ci roulent sur un chemin en fonte scellé sur pierre de taille; ce rail en U porte, venues de fonte à l'extérieur, des dents avec lesquelles engrène un pignon à axe vertical fixé au pont, qu'il entraîne.

Le basculement est produit par le relevage des bielles servant d'appuis de culasse du pont fermé; pour cela, les deux bielles de chaque volée sont calées sur un même arbre horizontal avec secteur denté; ce même arbre sert, par des cames, à ouvrir les taquets d'arrêt qui fixent la culasse à la maçonnerie quand le pont est fermé.

Les deux mouvements, de bascule et de rotation, sont commandés du haut du pont, par l'intermédiaire de divers engrenages, vis sans fin, etc.

Le pivot, en acier moulé, a 150 mm. de diamètre et se termine par une calotte sphérique de 580 mm. de rayon. Il supporte une pression maximum de 103 tonnes environ, soit 582 kg. par cm<sup>2</sup>. Schwedler admettait dans ses ponts 750 kg. environ.

Le pont fonctionne depuis 9 ans; seul le platelage a souffert depuis lors.

## II. — Avant-port, port intérieur et canal maritime de Ste-Maure.

En janvier 1891, une tempête détruisit une partie de la jetée du port situé à 1 km. au Nord de la ville de Ste-Maure, avec le phare construit à l'extrémité. Les enrochements et constructions démolis avaient été rejetés dans le port, et, comme des ensablements considérables vinrent s'y joindre, au bout de deux ans le port n'existait plus que de nom. La restauration en fût entreprise en 1894 et achevée en 1896.

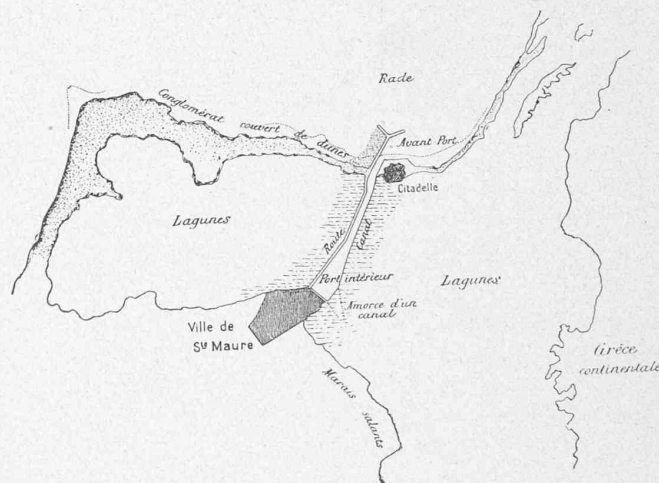


Fig. 4. — Avant-port, port intérieur et canal de Ste-Maure.

Les travaux à faire comprenaient: La réfection de la jetée détruite, avec un changement de direction, la construction d'un éperon en enrochements embranché sur l'angle de la jetée et destiné à arrêter le cheminement du sable venant de la côte Ouest de l'île; le prolongement du mur de quai qui flanque la jetée à l'intérieur; le prolongement et le surhaussement du mur d'abri que les dunes de sable dépassaient, le dragage du port à 7 m. de profondeur et, enfin, l'enlèvement d'un banc puissant de conglomérat qui barrait la communication entre le port et les lagunes intérieures qui le séparent de la ville.

Tôt après l'achèvement de ces travaux on décida le creusement à travers la lagune d'un canal de 40 m. de largeur au plafond, 5 m. de profondeur et 1 km. de longueur, aboutissant à un port intérieur à créer à côté de la ville. Le port extérieur devenait ainsi avant-port.

Ces derniers travaux comportèrent surtout des dragages de vase, un mur de quai en blocs artificiels de 12 tonnes et un cavalier de pierres sèches le long du canal, pour le protéger contre les apports de vase venant de la lagune par vents du Sud et hautes eaux. De l'autre côté, le canal était bordé par une route, établie lors de la construction du port extérieur, et formée d'un remblai entre deux



murettes, le tout reposant sur la vase de la lagune par l'intermédiaire d'un lit de branchages.

La construction de la jetée de l'avant-port se fit avec beaucoup de difficultés, à cause des mauvaises mers très fréquentes et fortes en cet endroit ; les difficultés étaient d'autant plus grandes que les transports d'enrochements se faisaient par eau, d'une carrière située elle-même — ou plutôt son embarcadère — dans un point de la côte très exposé. Cependant, même en cours de construction, la jetée a subi peu de dégâts, à cause du poids des blocs employés extérieurement, du profil adopté et de la forte maçonnerie construite sur place, par blocs et au fur et à mesure de l'avancement, comme couronnement de la jetée ; cette maçonnerie porte le mur d'abri.

Les autres travaux intéressants furent le dérochement du banc de conglomérat et l'enlèvement des enrochements et maçonneries, canons d'amarrage, lanterne de phare, etc., jetés dans le port par la tempête ; nous aurons l'occasion de revenir plus loin sur ce point.

En raison de la faible résistance du sol de fondation, les blocs artificiels du quai du port intérieur ont été posés en piles juxtaposées, de façon que chaque pile tassait pour son compte ; la murette de quai sur les blocs a été construite après que l'on eût acquis la certitude que les tassements avaient pris fin. Le mur de quai du port extérieur a été fondé sur béton coulé dans un coffrage.

Pour une dépense totale de 1 250 000 francs, on a exécuté la quantité d'ouvrages ci-dessous :

Enrochements, perrés, pierres sèches . . . . .	13 000 m <sup>3</sup> .
Maçonneries . . . . .	3 200 »
Béton coulé sous l'eau . . . . .	500 »
Blocs artificiels en béton, de 12 tonnes . . . . .	2 000 »
Dragage de sable et vase . . . . .	500 000 »
Dérochements et démolitions sous l'eau . . . . .	15 000 »

### III. — Port de Calamata.

Ce port, situé sur la côte Sud du Péloponèse, est artificiel et construit sur plage de sable mobile (fig. 5).

Il est exposé aux tempêtes du Sud-Est au Sud-Ouest, violentes, mais assez rares heureusement ; il s'en produit

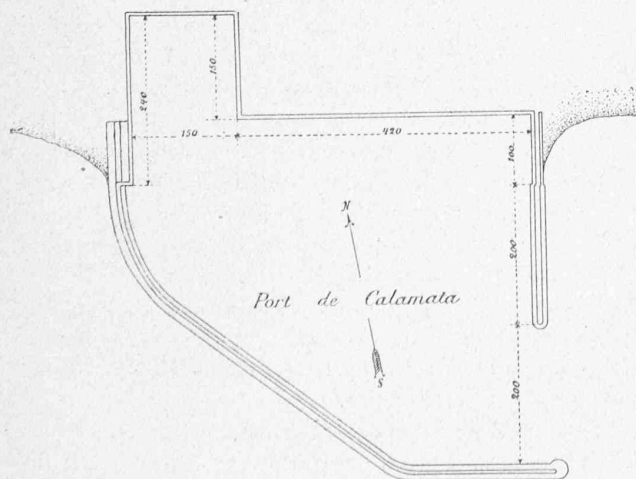


Fig. 5. — Plan du port de Calamata.

trois à quatre par hiver, dont une particulièrement forte paraît se renouveler à peu près tous les trois ans.

Le port est constitué par l'espace compris entre la rive et une jetée brise-lames, enracinée à terre à l'Ouest et se recourbant à l'Est pour finir par une ligne presque parallèle aux quais de rive, jusque dans les fonds de 12 à 13 m. L'enceinte est complétée par un contre-môle, qui se détache d'équerre de la rive et s'avance sur 300 m. vers l'extrémité de la jetée ; entre les têtes des deux ouvrages est l'entrée du port, de 200 m. de largeur. Vers la racine de la jetée on a dragué dans les terres un bassin de 22 500 m<sup>2</sup>, à 6 m. de profondeur. Le reste du port doit être dragué à 7 m., mais ce travail n'a pu être achevé jusqu'à présent faute d'argent. Le port est entouré entièrement de quais ; la longueur des quais accostables n'est toutefois que de 1160 m., s'étendant sur toute la rive entre les racines du contre-môle et de la jetée et sur la première partie de celle-ci, qui forme gare maritime pour les Chemins de fer du Péloponèse. Les quais sont constitués par un mur de 2<sup>m</sup>,40 de hauteur, parementé en pierres de taille, posé sur un soubassement composé, sur 7<sup>m</sup>,50 de hauteur, de cinq assises de blocs artificiels en béton, de 25 tonnes. Les blocs reposent eux-mêmes sur un remblais en moellons et déchets de carrière.

Le contre-môle est un remblai en enrochements, couronné par une large plateforme dallée en béton entre deux murettes de quai. Il sert surtout à arrêter les ensablements venant de l'Est. Sur les 100 premiers mètres il a des murs accostables fondés sur blocs artificiels.

La partie intéressante du travail était naturellement la jetée. Quoique très exposée, on n'avait pas prévu de la renforcer de façon spéciale par application de blocs artificiels à l'extérieur. Elle devait être entièrement en blocs naturels et les prescriptions de poids étaient :

Déchets de carrière, jusqu'à . . . . .	3 kg.
Moellons . . . . .	3 — 100 »
Blocs de 1 <sup>re</sup> catégorie . . . . .	100 — 1800 »
Blocs de 2 <sup>me</sup> . . . . .	1800 — 3900 »
Blocs de 3 <sup>me</sup> . . . . .	3900 kg. au minimum.

La densité de la pierre a été trouvée de 2,540.

La carrière était située à 6 km. dans l'intérieur des terres ; on construisit, pour le transport de ses produits, une voie ferrée de 1 m. d'écartement, en rails de 20 kg. posés sur demi-traverses de chêne. Etablie en rampe continue du port à la carrière, cette voie traversait les rails du Chemin de fer du Péloponèse à niveau, puis un fleuve, sur un pont de 60 m. en 12 travées de 5 m., et enfin un quartier de la ville de Calamata, avant de s'engager dans la gorge où se trouvait la carrière. Bien que légère, cette voie a supporté fort bien, grâce à un entretien soigneux, le transport journalier de 600 à 800 tonnes d'enrochements, suivant la saison ; et il n'y avait pas de jour qu'on ne portât plusieurs blocs de 10 à 15 tonnes chacun, chaque bloc sur deux essieux très rapprochés.

La traction était faite par des locomotives de 6 tonnes à vide, une pour le service entre la carrière et le pont-bascule de pesage, une autre au port et une troisième en réserve ou en réparation. Ces machines remorquaient à la carrière,

sur rampe maximum de 20 mm., des trains vides de 18 à 20 wagons.

De la bascule de pesage, la voie suivait la jetée et aboutissait à un éventail de voies constituant le chantier d'immersion ; les wagons de menus matériaux étaient versés dans des chalands à clapets, qu'on amenait sur l'axe de la jetée, dont leur contenu formait le noyau central. Les plus grands blocs, revêtant le talus extérieur et la plateforme, étaient mis en place et arrimés soigneusement au moyen d'une grue Derrick. Les autres étaient déchargés au cric.

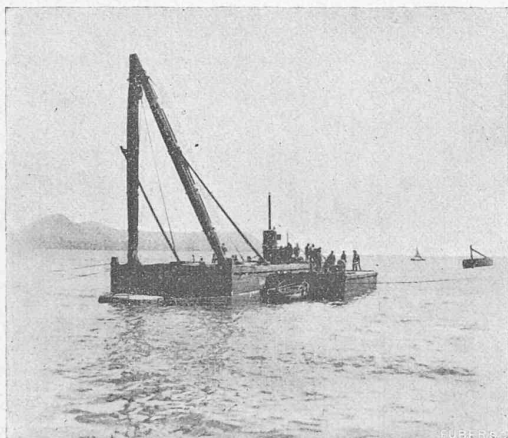


Fig. 6. — Grue flottante de 30 t. immergeant un bloc.

Entre le chantier d'immersion et celui d'arrimage des grands blocs, on construisait une maçonnerie de 4<sup>m</sup>,50 de largeur et 2 m. d'épaisseur, formant couronnement de la digue et sur laquelle se bâtissait, plus en arrière, le mur d'abri. Le profil de la jetée était complété en dernier lieu par une murette de quai à l'intérieur, avec massifs pour anneaux d'amarrage, et par le dallage en béton de la plateforme, sur 0<sup>m</sup>,50 d'épaisseur, entre mur d'abri et murette de quai.

La pose des blocs artificiels de 25 tonnes, pour les quais, comportait l'emploi d'un lève-blocs de 30 tonnes de puissance, d'un chariot porte-blocs, cheminant sur voies de 1 m. en rails de 25 kg., et d'une grue flottante de 30 tonnes.

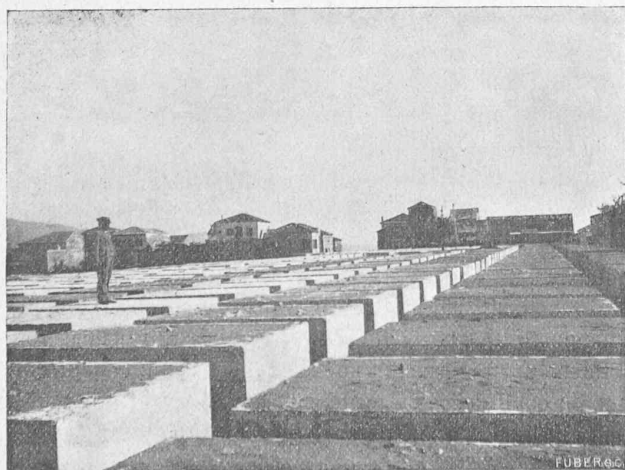


Fig. 7. — Un dépôt de blocs artificiels au port de Calamata.

Les dépôts de blocs étaient assez éloignés et ne pouvaient être reliés au quai que par une voie sinueuse, sur laquelle le chariot était refoulé par une locomotive. Ces transports de charges de 25 tonnes sur deux essieux ont cependant été exécutés sans autre accident que deux ou trois ruptures d'essieux.

Le métré des travaux comprend entr'autres :

Enrochements	200 000 m <sup>3</sup> .
Blocs artificiels en béton . . . . .	16 000 »
Maçonneries et bétons pour dallages	14 000 »
Maçonnerie de pierre de taille . . . . .	1 200 »
Remblais. . . . .	80 000 »
Dragages (partie exécutée) . . . . .	527 000 »
Fers et fontes pour amarrages . . . . .	15 000 kg.

La dépense s'est élevée à 3 040 000 fr.

Ces chiffres ne comprennent pas un commencement d'exécution des travaux qui avait eu lieu 10 ans auparavant.

#### IV. — Mur-batardeau des bassins de radoub du Pirée.

Le choix d'une crique allongée, pour y établir deux bassins accolés, a commandé le mode d'exécution adopté, consistant à fermer la baie par un mur derrière lequel la construction devait se faire par épuisements. Pour assurer l'étanchéité, surtout au contact avec le sol, le mur devait être construit à l'air comprimé. L'entreprise a choisi pour cela le système du caisson suspendu ou caisson-cloche, appliqué depuis plusieurs années par M. C. Zschokke à Gênes, Livourne, Venise, Marseille, etc.

Le caisson du Pirée, de 9 sur 10 m. avec 1<sup>m</sup>,90 de hauteur de la chambre de travail, était muni d'une écluse à hommes et d'un sas à matériaux, ce dernier pourvu d'un monte-charge électrique; il provenait de l'usine King, à Wollishofen. Le caisson, dont le plafond maçonné portait un lest de gueuses de fonte de 120 tonnes, était suspendu par 12 vérins de 15 tonnes, à chaînes, à un échafaudage réunissant deux pontons. Cet appareil flottant sert à abaisser, relever et déplacer le caisson qui, pendant le travail, repose sur le sol ou sur les maçonneries exécutées.

La maçonnerie se fait par blocs de longueur un peu inférieure à celle du caisson, séparés les uns des autres par des joints de 0,30 à 0,40 de largeur. Les assises successives de blocs se font de 1 m. de hauteur environ et de façon à chevaucher les joints. Pour remplir ceux-ci, on monte à chaque extrémité, au fur et à mesure du relevage du caisson après achèvement d'un bloc, une murette en briques maçonnées au ciment à prise rapide ; quand le caisson est à cheval sur un joint ainsi préparé, il ne reste qu'à épuiser l'eau et à maçonner.

La longueur totale du mur est de 135 m., ce qui a permis de placer les machines à terre, à une extrémité. Les deux compresseurs d'air, type B. Roy, et provenant des Ateliers Mécaniques de Vevey, étaient commandés par deux locomobiles de 18 et 23 chevaux effectifs ; un compresseur étant toujours de réserve, la seconde locomobile commandait d'habitude la dynamo fournissant le courant pour le moteur électrique du sas à matériaux et pour l'éclairage.



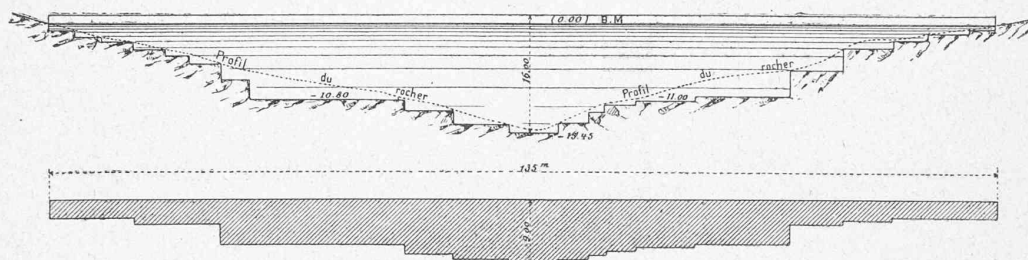


Fig. 8. — Mur-batardeau des bassins de radoub du Pirée. — Elévation et plan.

Le projet prévoyant la liaison du batardeau avec les maçonneries des bassins, cette disposition obligeait à descendre les fondations du mur au moins à la même cote que celle du déblai général de rocher à faire à l'intérieur pour les bassins. Par ce fait, au lieu de se borner à asseoir le batardeau à la surface du rocher à peine entamée par de petits redans, on a dû en encasturer profondément les ailes. Ce déblai de rocher à l'air comprimé mesurait 2500 m<sup>3</sup> et a constitué la partie la plus dispendieuse du travail comme main-d'œuvre, emploi de force et pertes de temps. Pour éviter des dégâts par les mines, le caisson avait dû être revêtu de bois à l'intérieur; l'air devait être renouvelé complètement après le sautage des mines. Les fouilles ont été, en général, compliquées par la présence de fondations antiques, enrochements et pierres de taille. Ces obstacles avaient empêché déjà le dragage préalable de tout le sable, de sorte qu'il en a dû être extrait par le caisson près de 4000 m<sup>3</sup>.

L'exécution de la maçonnerie a marché en revanche d'une façon très satisfaisante; malgré l'unique sas à matériaux, avec benne de 400 litres environ, la production moyenne a été de 55 m<sup>3</sup> de maçonnerie par 24 heures. Les maçons travaillaient autant qu'à l'air libre, et il suffisait d'assurer l'approvisionnement des matériaux.

Il a été fait à l'air comprimé 7300 m<sup>3</sup> de maçonnerie à la chaux de Theil; les ailes extrêmes du mur, dans une faible profondeur d'eau, ont été fondées par épuisements.

Mineurs et maçons travaillaient dans le caisson par postes de 8 heures; ils ne formaient que deux équipes et avaient donc, en réalité, 12 heures de présence sur 24. Ce travail intensif, malgré la chaleur assez forte dans le caisson à certaines époques, a été supporté sans inconvénients.

Le coût total du batardeau s'est élevé à 950,000 fr.

*Épuisement derrière le batardeau.* — Les travaux des bassins ont été poursuivis, dès l'achèvement du batardeau, par le déblaiement du sable et le commencement des fouilles en rocher. Un litige les a suspendus depuis 15 mois. Avant l'arrêt, il a été fait une constatation officielle du débit des eaux affluentes (eau de mer) et du travail mécanique nécessaire pour l'épuisement. On a trouvé que les deux pompes centrifuges Sulzer à basse pression n° V débitaient chacune 6 m<sup>3</sup> par minute, exigeant des moteurs un travail indiqué de 87 chevaux ensemble; avec ce débit, le niveau ne pouvait être abaissé au-dessous de (— 10<sup>m</sup>,80), correspondant à une hauteur totale d'élévation de 12 m. environ. Il en résultait pour l'installation complète un rendement total de

$$\frac{1000 \times 12 \times 12}{87 \times 75 \times 60} = 0,37 \text{ environ, dès les cylindres des moteurs jusqu'à la sortie de l'eau des tuyaux de refoulement.}$$

Tenant compte des pertes de charge dans les tuyaux et du rendement des transmissions, on pouvait en conclure un rendement de 0,65-0,66 pour les pompes, et 0,74-0,75 pour le rendement mécanique des moteurs (une locomobile demi-fixe de King et C<sup>ie</sup>, et une de Lanz, à Mannheim).

A l'occasion de ces expériences et d'autres, faites précédemment à plus grande profondeur, quand l'affluence d'eau était moins considérable, on constata la parfaite étanchéité du batardeau.

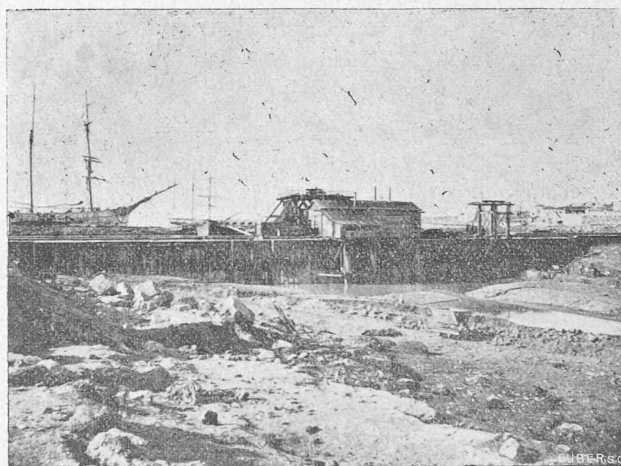


Fig. 9. — Mur-batardeau des bassins de radoub du Pirée. Vue de l'intérieur pendant l'épuisement.

#### V. — Observations sur divers ouvrages à la mer, considérés au point de vue de la Grèce.

*Jetées et brise-lames.* — L'obligation de réaliser des ouvrages résistants, à bas prix et avec des matériaux peu appropriés, nous a conduits à étudier de très près l'emploi judicieux des enrochements. Les profils exécutés ensuite de nos expériences s'écartent d'ailleurs peu des profils prévus, et répondent aux principes généralement admis à présent et qui étaient mis en pratique, en partie, depuis longtemps, dans les jetées anglaises. Ces principes, appliqués aux ouvrages des ports grecs, peuvent se résumer comme suit :

Donner d'emblée au talus du large une forme voisine de celle que la mer tend à faire prendre à un talus primitivement rectiligne; simplifiée, cette forme comporte au moins une brisure aux environs du niveau où l'action des



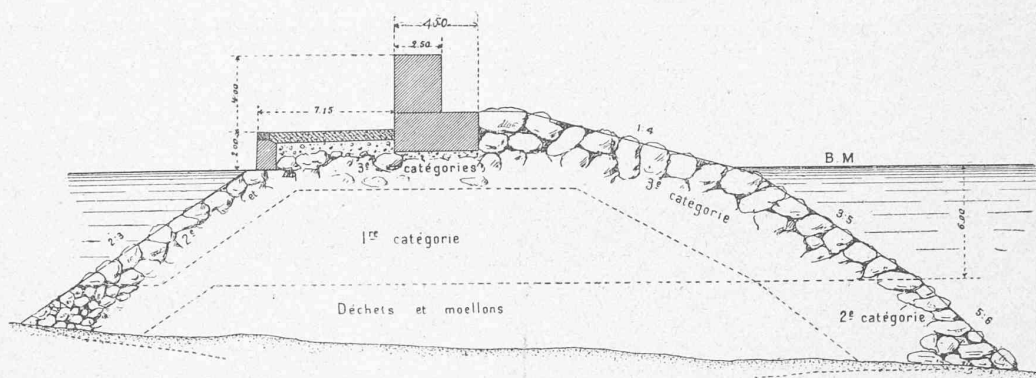


Fig. 10. — Profil d'exécution de la jetée du port, à Calamata.

vagues sur les enrochements devient sensible; au-dessous, le talus peut être très raide; en général, il y aura une autre brisure aux alentours du niveau moyen de l'eau, au-dessus de laquelle le talus doit être très doux, jusqu'aux défenses spéciales qui couronnent la jetée — blocs artificiels ou maçonneries exécutées sur place.

Dans cette dernière partie du profil, il faut employer, bien entendu, les blocs les plus lourds et les plus complètement convexes; les arrimer et les enchevêtrer avec soin, de façon à obtenir un minimum de vides et une surface unie autant que possible.

Couronner la jetée de grands blocs de maçonnerie, faits sur place ou construits à l'avance et rapportés, qui servent à la fois de surcharge et d'appui aux enrochements, et peuvent porter sur leur bord du côté du port le parapet ou mur d'abri, s'il en est prévu un.

Il faut surtout avoir soin que la surface supérieure de la digue, même à l'intérieur du parapet, soit rendue autant que possible invulnérable. Les dégâts subis par le môle Galliera, à Gênes, malgré les grands blocs de garde artificiels qui garnissaient la crête du talus, sont dus au fait que derrière ces blocs, et jusqu'au parapet, on n'avait jeté que des moellons ou des blocs de faible échantillon.

La subdivision des enrochements par catégories dans le profil ne doit pas être une sujétion trop absolue, étant très difficile à réaliser complètement. Il faut et il suffit que les petits matériaux ne soient pas exposés aux eaux agitées, que les grands blocs soient judicieusement répartis, en revêtement d'une épaisseur suffisante du côté du large et en crête.

Lorsque la pierre est peu dense et très irrégulière de forme, et que les carrières fournissent peu de gros blocs, il ne faut pas hésiter à employer des blocs artificiels de grand poids en guise de défense extérieure, en les arrimant en assises horizontales en retraite, comme à Gênes.

#### VI. — Construction des blocs artificiels et leur emploi pour les murs de quai.

Ces blocs se font en béton ou en maçonnerie, au mortier de terre de Santorin; lorsqu'on dispose de bonne pierre, les blocs en maçonnerie sont préférables et moins chers; avec un mortier à prise très lente, il est rare que les blocs en béton ne se déforment pas, si longtemps qu'on les laisse

dans les coffres de moulage, et si bien faits que soient ceux-ci.

On a généralisé en Grèce l'emploi des blocs artificiels pour les fondations de murs de quai et d'appontements. Malgré les facilités qu'offre ce système dans les mers sans marées, c'est peut-être à tort qu'on lui a donné la préférence presque absolue sur le béton coulé sous l'eau, à cause des fréquentes malfaçons de ce dernier; en tout cas, on s'est exagéré l'économie réalisée par les blocs, en donnant souvent une épaisseur trop faible aux murs, et l'on s'est fait illusion sur le prétendu équilibre des poussées de l'eau devant et derrière les blocs, en raison des vides qui subsistent entre ceux-ci. Cet équilibre n'existe que par eaux calmes.

La pose des blocs est un travail pour lequel on est à la merci des scaphandriers, surtout pour l'assise inférieure, et il est bien rare que ceux-ci leur donnent une assiette convenable, sinon parfaite. L'empilage de ces masses sous l'eau ressemble aussi peu que possible à une construction monolithe, et il faut se garder de l'envisager comme telle au point de vue de la stabilité. On se contente quelquefois de déterminer l'épaisseur en fonction de la hauteur totale — eau et quai — en prenant  $e = 0,3 \text{ à } 0,35 H$ . A notre avis, l'épaisseur devra être en général  $0,4 \text{ à } 0,5 H$ , et il est indispensable de vérifier la stabilité obtenue en tenant compte de toutes les circonstances locales, nature du remblai, dénivellations de l'eau devant et derrière le mur, action des vagues, charges accidentelles sur le quai, amarrage des navires, etc.

#### VII. — Mortiers et bétons en terre de Santorin.

La santorine est une pouzzolane assez différente des pouzzolanes italiennes, comme aspect et composition; elle varie elle-même d'un point à l'autre des gisements, et, plus ou moins bien exploitée, avec ou sans passage à la claie pour enlever les débris de lave et de pierre-ponce, elle est loin d'être d'une qualité constante, ce qui rend très incertains les résultats d'expériences scientifiques ou pratiques sur les mortiers de santorine, telles qu'on en a faites par exemple à la construction du port de Trieste.

Elle a toujours, cependant, la propriété de former des mortiers hydrauliques à prise lente par son mélange avec la chaux grasse.

D'une densité de 0,8 à 0,9, la santorine se transporte en vrac ; son prix, dont les éléments principaux sont l'impôt de l'Etat et le fret, ne dépasse guère 7 à 8 francs la tonne dans les ports grecs. Elle s'emploie, d'ordinaire sans sable, avec de la chaux grasse éteinte en pâte. Le dosage officiel pour travaux à la mer, en Grèce, est de 0<sup>m</sup>3,5 de chaux en pâte pour 1 m<sup>3</sup> de pouzzolane. Ce dosage donne un excès défavorable de chaux que l'eau dissout en laissant le mortier poreux. La proportion convenable varie de 0<sup>m</sup>3,3 à 0<sup>m</sup>3,4 de chaux suivant sa qualité. Le broyage, assez difficile, laisse souvent aussi de la chaux non combinée, et, pour éviter cela, nous estimons bon d'ajouter un peu de sable pour favoriser mécaniquement le mélange intime et le contact de la pouzzolane avec la chaux.

L'eau de mer ne paraît pas avoir d'action chimique sur la santorine et ses mortiers ; on peut même l'employer avec succès pour le broyage du mortier (mais non pour l'extinction de la chaux) ; cela lui donne un grand avantage sur les chaux hydrauliques, qui s'altèrent toutes plus ou moins rapidement à la mer.

D'expériences faites au laboratoire des Ponts et Chaussées, à Boulogne, il résulterait que le mélange de santorine et de ciment Portland aurait d'excellents effets, et nous nous promettons de le vérifier.

Où l'utilité de la terre de Santorin est incontestable, c'est dans les travaux en béton coulé dans l'eau. Elle permet de faire à bon marché des bétons gras qui supportent un peu de délavage ; on peut du reste éviter celui-ci en fabriquant le béton un, deux et même trois jours à l'avance, de façon qu'il ait, au moment de l'emploi, une consistance assez grande pour exiger la pioche pour sa manipulation.

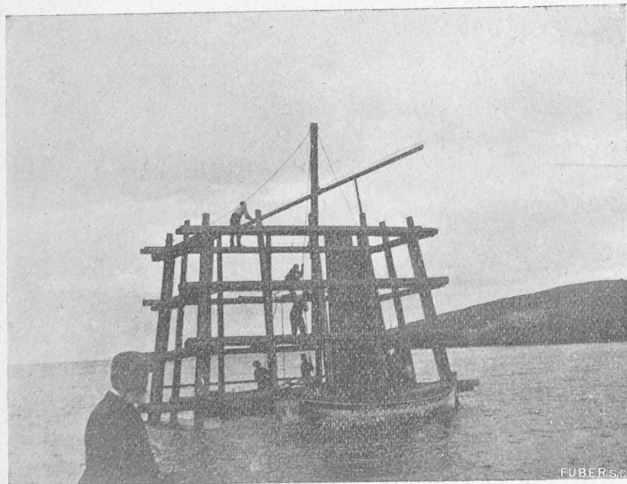


Fig. 11. — Caisson sans fond. Ossature avant l'échouage.

Cette faculté d'approvisionner du béton d'avance et de le reprendre sans altérer ses qualités, est précieuse dans beaucoup de cas ; nous citerons comme exemple des fondations que nous avons exécutées, en mer ouverte, pour des piles de wharfs ou embarcadères de minéral ; le sol était du rocher en pente assez forte, la profondeur 8<sup>m</sup>,50, et la fondation devait se faire en béton de santorine coulé dans un caisson sans fond. Après avoir pris toutes les mesures

pour préparer l'échouage du caisson exactement en place et pour faire épouser à sa base la forme du terrain, on préparait le béton nécessaire pour remplir tout ou presque tout le caisson, et on le chargeait sur pontons. Dès que quelques heures de mer calme étaient assurées, on remorquait le caisson sur place, on l'échouait avec une charge de rails et on pouvait aussitôt procéder au coulage du béton et remplir le caisson, au moins jusqu'au degré nécessaire pour empêcher son déplacement par les vagues. Deux fondations semblables, dont l'une a dix ans d'existence, ont donné d'excellents résultats (fig. 11).

#### VIII. — Dérochements et démolitions sous l'eau.

Ces travaux seraient fréquents dans les ports grecs si on ne les évitait autant que possible, même au prix d'embarras apportés à l'exploitation. C'est ainsi qu'au Pirée même on laisse subsister au milieu du port un haut-fond rocheux à (— 6,00), qui gêne considérablement les grands navires. Les travaux de ce genre exécutés à Chalcis et à Ste-Maure sont les plus importants. A Chalcis le rocher à décaper était du calcaire dur, situé dans la passe même entre les cotes (— 5,70) et (— 8,50) ; l'enlèvement en était fortement gêné par le courant, dont la vitesse au fond ne permettait pas souvent le stationnement des plongeurs. A Ste-Maure le banc rocheux affleuraient presque partout au niveau des basses-eaux et devait être débarrassé sur près de 7 m. de hauteur ; c'était un conglomérat de gros sable, très dur près de la surface, et plus mou au fond.

Nous avons employé concurremment deux procédés pour le sautage du rocher. Dans les parties très dures et où l'on pouvait forer de grands trous de mine, ceux-ci étaient faits au moyen d'une perforatrice à vapeur, américaine, système Ingersoll-Sergeant, qui perceait des trous de 9 cm. de diamètre à raison de 20 à 30 cm. d'avancement par minute de marche. A Chalcis où son emploi a été restreint à cause du courant, la perforatrice était fixée en applique à l'avant d'un remorqueur solidement amarré, et dont la chaudière fournissait la vapeur à l'engin de forage. A Ste-Maure la machine était sur trépied ; en basses-eaux celui-ci était posé directement sur le rocher ; en hautes-eaux il était supporté par un radeau que l'on pouvait caler sur le fond.

Le second procédé consistait à faire chercher dans le rocher, par le scaphandrier-mineur, un trou, une fissure, une poche terreuse, etc., facile à dégager et qu'il agrandissait au besoin à deux ou trois reprises, au moyen d'une demi-cartouche ou d'une cartouche de dynamite, jusqu'à ce qu'il puisse y placer convenablement un faisceau de 10 à 12 cartouches. Malgré l'absence de trou de mine proprement dit, l'effet de cette dernière charge était généralement bon. La dépense en explosif est sans doute plus grande qu'avec des trous forés, mais les ratés ont moins d'importance, le personnel est moins nombreux, et il y a peu ou pas de temps perdu pour les déplacements, mise en train, etc. En outre, on obtient ainsi des déblais plus menus et plus faciles à draguer qu'avec les grandes mines.

L'explosif employé était la dynamite Nobel N° 1 ; pour les grands trous de mine, on la mettait dans un étui en

fer-blanc. Pour les grandes charges, et lorsqu'il y avait plusieurs mines à faire sauter ensemble, l'allumage était électrique. Pour les petites charges on utilisait la mèche imperméable, allumée à la surface de l'eau ou même remise allumée au plongeur quand il ne s'agissait que de poser une cartouche à la surface du rocher ou au pied d'une paroi rocheuse.

De bourrage il n'était naturellement pas question, du moins quand la charge était à une profondeur suffisante sous l'eau. Pour le même motif, le second procédé décrit ne peut être utilisé que sous une hauteur d'eau de 4 à 5 m. au moins, pour produire un effet utile et convenable.

Le dérochement produit la plupart du temps des déblais de gros échantillon, dont le débitage sous l'eau coûterait cher. On enlève à la drague les blocs de moins de 250 à 300 kg.; les autres sont amarrés par des plongeurs adroits à la chaîne d'une petite bigue flottante; on enlève de même les blocs de maçonnerie, de pierre de taille ou d'enrochements, vestiges de l'antiquité qui se retrouvent dans presque tous les ports grecs. Au petit port de Carystos, en Eubée, qui servait autrefois à l'embarquement des marbres cipolins, nous avons trouvé le sol ancien littéralement jonché de marbres ébauchés ou taillés, sous une couche de sable de 2 à 3 m. d'épaisseur.

Athènes, le 5 novembre 1903.

## Deux problèmes relatifs aux rayons de courbure.

par M. H. AMSTEIN

Docteur en philosophie. Professeur ordinaire.

### Premier problème.

Les coordonnées étant cartésiennes, une courbe ( $C'$ ) est déduite d'une courbe donnée ( $C$ ) de telle façon qu'en conservant les abscisses des points de ( $C$ ) on multiplie les ordonnées par  $\frac{b}{a}$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres réels et positifs quelconques. Dans le cas où  $\frac{b}{a} < 1$ , la courbe ( $C'$ ) peut être envisagée comme la projection orthogonale de ( $C$ ) sur un plan qui fait avec le plan de ( $C$ ) un angle dont le cosinus est  $\frac{b}{a}$ . Les points  $P$  et  $P'$  des courbes ( $C$ ) et ( $C'$ ) seront dits correspondants s'ils ont la même abscisse. On demande d'établir la relation qui existe entre les rayons de courbure  $R$  et  $R'$  aux points  $P$  et  $P'$  de ces deux courbes, et d'en tirer une construction de  $R'$ .

Soit

$$(C) \quad y = f(x)$$

l'équation de la courbe donnée ( $C$ ); celle de la courbe ( $C'$ ) sera

$$(C') \quad \eta = \frac{b}{a} f(x).$$

Les rayons de courbure en question auront pour expressions :

$$R = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}{\frac{d^2y}{dx^2}},$$

$$R' = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{dx}\right)^2}}{\frac{d^2\eta}{dx^2}},$$

ou bien, en désignant par  $f'(x)$ ,  $f''(x)$  les dérivées première et deuxième de la fonction  $f(x)$ ,

$$R = \frac{\sqrt{1 + f'(x)^2}}{f''(x)},$$

$$R' = \frac{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2} f'(x)^2}}{\frac{b}{a} f''(x)},$$

de sorte que l'on a la relation

$$\frac{R'}{R} = \frac{a}{b} \frac{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2} f'(x)^2}}{\sqrt{1 + f'(x)^2}}.$$

Posant

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) = \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\frac{d\eta}{dx} = \frac{b}{a} f'(x) = \operatorname{tg} \alpha',$$

on sait que  $\alpha$  et  $\alpha'$  signifient les angles que font les tangentes aux courbes ( $C$ ) et ( $C'$ ) aux points correspondants  $P$  et  $P'$  avec l'axe positif des  $x$ , et comme

$$\sqrt{1 + f'(x)^2} = \frac{1}{\cos \alpha},$$

$$\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2} f'(x)^2} = \frac{1}{\cos \alpha'},$$

la relation précédente peut s'écrire

$$(1) \quad \frac{R'}{R} = \frac{a}{b} \frac{\cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha'}.$$

Sous cette forme elle peut être construite; mais l'interprétation en est encore facilitée, si l'on y apporte la modification suivante :

On a

$$\begin{aligned} \cos \alpha' &= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2} f'(x)^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \\ &= \frac{a \cos \alpha}{\sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha}}; \end{aligned}$$

il s'ensuit que

$$\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = \frac{\sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha}}{a}$$

et, par conséquent,

$$\frac{R'}{R} = \frac{a}{b} \frac{\sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha}^3}{a^3} = \frac{1}{a} \frac{\sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \sin^2 \alpha}^3}{ab}.$$