Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 29 (1903)
Heft: 19

Artikel: L'arc élastique sans articulation
Autor: Guidi, C.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-23510

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 17.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

là les wagons destinés aux abatages et aux maçonneries continuent dans la même direction, tandis que ceux destinés aux avancements sont emmenés par des locomotives à air comprimé dans la galerie parallèle et là refoulés en avant jusqu'aux deux fronts d'attaque. De cette façon la circulation de ces trains ne gêne en aucune manière les différents chantiers. Une station de bloc est installée à environ 3 km. en arrière de la gare du tunnel et est reliée avec celle-ci au moyen du téléphone.

Du côté Nord on n'utilise plus de chevaux à l'intérieur du tunnel.

La dynamite est amenée de l'extérieur au moyen de draisines aux différents dépôts placés dans les niches.

Nous terminons ces quelques renseignements par une série de chiffres et moyennes relatifs à la perforation mécanique à l'avancement (sans tenir compte du travail à la main) et un résumé des journées d'ouvriers pendant les deux semestres considérés.

Perforation mécanique dans la galerie de base.

		Côté Nord		Côté Sud	
		1902/1903		**1902/1903**	
		3me et 4me trim.	1er et 2me trim.	3me et 4me trim.	1er et 2me trim.
Section moyenne	m².	5,95	6,20	5,95	5,95
Jours de perforation mécanique		179,5	158	180,5	176
Avancement total	» m.	1052	939	1073	907
» par jour de perfor.	»	5,86	5,94	5,94	5,15
» par attaque	»	1,25	1,25	1,04	0,95
Attaques		838	748	1027	955
» par jour		4,67	4,74	6,7	5,43
Trous de mine, nbre total		8844	7977	12028	12832
» par attaque		10,6	10,7	11,7	13,4
» p. m. d'avanct.		8,4	8,5	11,2	14,1
» profondeur totale	m.	11797	10064	14688	15447
» » p. attaque	»	14,08	13,4	14,3	16,2
» » p. m. d'av.	»	11,21	10,72	13,7	17,03
» » moyenne	»	1,33	1,26	1,22	1,20
Dynamite, poids total.	kg.	28657	22350	34293	30019
» p. attaque	»	34,19	29,88	33,39	31,43
» p. m. d'av.	»	27,28	23,8	31,96	33,1
» p. trou de mine	»	3,24	2,8	2,85	2,34
Cubes excavés, total.	m³	6262	5883	6359	5393
» p. jour.	»	34,9	30,9	35,23	30,6
» p. attaq.	»	7,47	7,86	6,19	5,64
Affutages de fleurets		79662	46576	58923	69646
» » p. attaque		95,1	62,3	57,4	72,9
» » p. m. de trou.		6,7	4,6	4,01	4,5
Heures de perforation, total		2070	1362	22942	2305
» » par jour		11,5	8,6	12,71	13,1
» » par attaque		2,47	1,82	2,23	2,41
» » p. m. d'avanct		1,97	1,45	2,14	2,54
» » p. m. de trou		0,17	0,13	0,16	0,15
» de marinage, etc.. total		2215	2242	2021	1896
» » par jour,		12,3	14,2	11,2	10,8
» » p. attaque,		2,64	3,0	1,96	1,98
» » p. m. d'avanct,		2,11	2,38	1,88	2,09
» perdues,		131	223	98,5	115,8

Température de l'air. (Moyennes par trimestres).

Trimestres.	Extérieur. Degrés.	Avancement I Perforation. Degrés.	Avancement I Marinage. Degrés.	Chantiers de maçonnerie. Degrés.
1902		Côté Nord.		
III	16,87	25,0	28,0	22,0-27,0
IV	4,57	24,6	28,6	23,5-28,0
1903				
I	3,00	26,2	29,5	23,0-29,5
II	12,72	27,5	29,3	25,5-29,0
1902		Côté Sud.		
III	16,63	27,5	29,3	17,5-21,0
IV	4,98	28,0	30,0	24,5-25,0
1903				
I	3,50	27,1	29,0	24,0-25,0
II	11,97	26,6	28,0	25,0-27,0

Journées d'ouvriers et d'animaux de trait.

	Côté Nord.		Côté Sud.	
	1902	**1903**	**1902**	**1903**
	1er sem.	2me sem.	1er sem.	2me sem.
Journées dans le tunnel . .	180 226	186 132	186 132	227 993
Journées hors du tunnel . .	84 566	71 768	71 768	86 459
Ensemble . .	264 792	257 900	257 900	314 452
Moyenne journ. dans le tunnel.	1 115	1 070	1 070	1 323
hors du tunnel	484	398	398	482
Ensemble . .	1 599	1 468	1 468	1 805
Effectif maximal d'ouvr. travaillant simultanément dans le tunnel . . .	445	445	445	529
Animaux . . .	9	9	9	8

Pierre de Blonay, ing.

L'arc élastique sans articulation

par C. Guidi, professeur.

(Extrait de *Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino*, Seria II, Tom. LII.)

Traduit de l'italien par A. PARIS, ingénieur.

[Suite][1].

18. — Réaction due à un affaissement des culées ou à un défaut de construction. Dans ce cas, les paramètres de la réaction de gauche sont déterminés en faisant dans les équations 12) $M_0 = 0$, $t = 0$, ce qui donne:

$$30)\quad \begin{cases} \mathfrak{M} = \dfrac{\Delta\varphi_B - \Delta\varphi_A}{\Sigma w} \\[2ex] A = \dfrac{\Delta y_A - \Delta y_B + x_A \Delta\varphi_A - x_B \Delta\varphi_B}{\Sigma w x^2} \\[2ex] H = \dfrac{\Delta d_B - \Delta d_A - y_B \Delta\varphi_B - y_A \Delta\varphi_A}{\Sigma w y^2}. \end{cases}$$

[1] Voir N° du 25 septembre 1903, page 251.

19. — Déformations dues à des charges fixes. Si l'on veut déterminer les déformations de l'arc sous l'influence d'un ensemble de charges, on construit un diagramme de Williot. Pour cela on détermine d'abord les efforts agissant dans chaque barre, ce qui se fait, en partant de la réaction de gauche, au moyen d'un Cremona. La réaction se détermine par les méthodes exposées ci-dessus. Ceci fait, on calcule les allongements Δs de chaque barre, et l'on construit le diagramme de Williot. On peut aussi y tenir compte des déformations qui proviennent d'un changement de la température ou de la position des appuis.

20. — S'il suffit de trouver le déplacement d'un seul ou de peu de nœuds de la construction, on gagne à appliquer simplement les équations 9). Cherchons, par exemple, le déplacement vertical d'un nœud quelconque C, produit par un cas de charge donné. En combinant les deux premières des équations 9) débarrassées des éléments non considérés, on trouve

$$\Delta y_c = \Sigma_A{}^c M w x - x_c \Sigma_A{}^c M w,$$

soit

$$31) \qquad \Delta y_c = \Sigma_A{}^c M w (x - x_c),$$

c'est-à-dire le moment statique, par rapport à la verticale C, d'un système de forces Mw appliquées en chaque nœud de la partie AC de l'arc.

21. — Ligne d'influence du déplacement vertical d'un nœud. Pour déterminer la ligne en question, on fait agir successivement aux différents nœuds de l'arc une charge unité et, pour chacune de ses positions, on calcule par la formule 31) le déplacement vertical de C. On détermine ainsi la courbe par points. Soient R_A et R_B les réactions des culées dues à cette charge mobile; deux correspondantes d'entre elles déterminent la ligne de pression d'un cas donné. Si η est l'ordonnée verticale d'un nœud, prise à partir de la ligne de pression, le moment M sera $H\eta$ et nous aurons

$$32) \qquad \Delta y_c = H \Sigma_A{}^c \eta w (x - x_c),$$

proportionnel au moment centrifuge des w, de A à C, par rapport à la verticale en C et à la ligne des pressions R_A R_B. On peut aussi pour cela utiliser les polygones funiculaires de la figure 8, en remarquant que, d'après 13),

$$\Sigma_A{}^c M w (x - x_c) = \Sigma_c{}^B M w (x_c - x),$$

en sorte que:

$$\Delta y_c = \Sigma^B{}_c (x_c - x) M w$$
$$= \Sigma_c{}^B (x_c - x) (M_0 + \mathfrak{M} - Ax - Hy) w.$$

ξ désignant l'abcisse de la charge mobile, on a

$$M_0 = -1 (\xi - x)$$

et

$$\Delta y_c = -1 \,.\, \xi \, \Sigma_c{}^B (x_c - x) w + 1 \,.\, \Sigma_c{}^B (x_c - x) w x$$
$$+ \mathfrak{M} \Sigma_c{}^B (x_c - x) w - A \Sigma_c{}^B (x_c - x) w x$$
$$- H \Sigma_c{}^B (x_c - x) w y.$$

En utilisant les polygones funiculaires, on doit remarquer que les 2me, 4me et 5me sommes de cette expression sont négatives, on a alors

$$33) \qquad \Delta y_c = (-1 \,.\, \xi \,.\, \eta^*_{oc} - 1 \,.\, \eta^*_{1c} \lambda_3 + 1 \,.\, \eta_{o\xi} \eta_{oc}$$
$$+ \eta_{1\xi} \eta_{1c} \lambda_3) \Sigma w + \eta_{2\xi} \eta_{2c} \lambda_2 n.$$

Il faut noter que M_o est nul pour $x > \xi$. Quand $x_c > \xi$, il faut alors limiter, dans les polygones p_1 et p_3, les ordonnées η_o et η_1 (des deux premiers termes de la parenthèse), par le côté extrême de droite du polygone et le prolongement du côté immédiatement à droite de la verticale d'abcisse ξ. Pour éviter toute confusion, nous avons mis un astérisque à ces ordonnées. En outre, il faut remarquer que si dans l'expression des poids élastiques w on a supposé $E = 1$, le premier membre de l'équation 33) doit être remplacé par $E \Delta y_c$.

Enfin, il faut observer que les différents symboles qui figurent dans l'équation 33) sont à lire aux échelles suivantes :

ξ, η^*_{oc}, η_{1c}, λ_3, $\eta_{o\xi}$, η_{oc}, η_{1c}, η_{2c}, λ_2 } à l'échelle des longueurs.

$\eta_{1\xi}$, $\eta_{2\xi}$ à l'échelle prise pour représenter l'unité de forces

n à l'échelle des w.

II. Arc à paroi pleine.

22. — La détermination des quantités hyperstatiques et des déformations élastiques d'un arc encastré à paroi pleine peut se faire par une méthode identique à celle qui vient d'être exposée, au cas où la forme de la fibre moyenne et le mode de variation de la section de l'arc empêchent une intégration exacte des équations fournies par la théorie de l'élasticité[1]. On suppose alors l'arc considéré remplacé par un arc à treillis, idéal, dont les déformations équivalent à celles de l'arc donné[2].

23. — Supposons notre arc divisé en éléments de longueur ds et soient N la composante normale et M le moment fléchissant produit dans la section médiane de l'élément par les forces extérieures agissant d'un seul côté de cette section, à gauche par exemple. Nous faisons abstraction des déformations produites par l'effort tranchant, négligeables vis-à-vis de celles produites par N et M, comme du reste celles produites dans les barres de treillis le sont en regard des déformations des membrures.

La déformation longitudinale élastique et thermique de l'élément et la rotation d'une de ses extrémités par rapport à l'autre sont :

$$\varepsilon \,.\, ds = -\frac{N \,.\, ds}{E \,.\, F} + \alpha t \,.\, ds$$

$$d\theta = \frac{M \,.\, ds}{E I},$$

[1] Pour les formules relatives à cette catégorie d'arc, nous renvoyons à notre ouvrage *Lezioni sulla Scienza delle costruzioni*. Parte IV, Torino, 1897.

[2] Cette transformation, dont je donne ici l'application rigoureuse, m'a déjà occupé dans une application approximative. Voir mon Mémoire : « *Sul calcolo delle travi a parete piena* ». *Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino, 1896.*

où F désigne l'aire de la section et I son moment d'inertie par rapport à l'axe de flexion. Les autres lettres gardent leur ancienne signification.

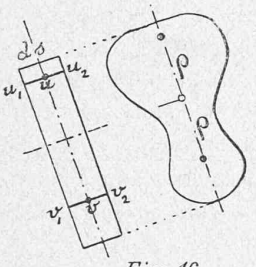

Fig. 16

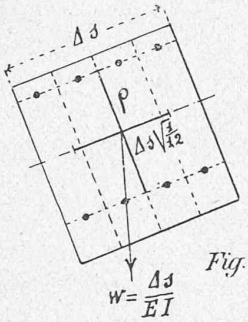

Fig. 17

Ceci dit, soient $u_1 u_2$, $v_1 v_2$ (fig. 16), les axes des membrures d'un arc à treillis, idéal, chacune de section $\frac{F}{2}$ et du même matériel que l'arc donné ; les barres du treillis peuvent être négligées ; $u_1 u_2$ et $v_1 v_2$ sont situés dans le plan de sollicitation, parallèles à l'axe de l'élément ds et distants de lui de $\rho = \sqrt{\frac{I}{F}}$. Supposons le pôle de la barre $u_1 u_2$ au milieu v de $v_1 v_2$, comme si les barres du treillis étaient $u_1 v$, $v u_2$, et le pôle de la barre $v_1 v_2$ au milieu u de la barre $u_1 u_2$, comme si les barres du treillis étaient $v_1 u$, $u v_2$. Les efforts produits dans les membrures par N et M seront alors :

$$-\frac{N\rho + M}{2\rho} = -\frac{N}{2} - \frac{M}{2\rho}$$

$$\frac{-N\rho + M}{2\rho} = -\frac{N}{2} + \frac{M}{2\rho}.$$

Si nous cherchons les déformations de cet élément d'arc à treillis, nous les trouvons équivalentes à celles de l'élément ds de l'arc plein, du moins pour ce qui regarde le déplacement relatif des sections extrêmes.

En effet, pour une force normale N et une variation de température t, les points u_2 et v_2 se déplacent relativement à u_1 et v_1, parallèlement à l'axe géométrique de l'élément, et cela d'une quantité

$$-\frac{\frac{N}{2} \cdot ds}{E \cdot \frac{F}{2}} + \alpha t \cdot ds = -\frac{N \cdot ds}{EF} + \alpha t \cdot ds = \varepsilon \cdot ds.$$

Pour un moment M, le côté $u_2 v_2$ tourne relativement à $u_1 v_1$ d'un angle

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\frac{M}{2\rho} \cdot ds}{E \cdot \frac{F}{2}} = \frac{M \cdot ds}{EI} = d\theta.$$

Donc, pour la recherche, soit des quantités statiquement indéterminées, soit des déformations élastiques, l'arc à paroi pleine peut être remplacé par les membrures d'un arc à treillis idéal, comme cela vient d'être indiqué.

Pour appliquer commodément ces principes on groupe les éléments ds en éléments Δs finis, mais qui puissent être considérés comme rectilignes (fig. 17). On opère alors sur les centres de gravité des groupes de points u et v correspondants aux ds, et l'on affecte les points obtenus du poids élastique

$$\int 2 \frac{ds}{E \frac{F}{2} (2\rho)^2} = \frac{\Delta s}{EI} = w.$$

Après cela on détermine par ses deux axes l'ellipse d'élasticité de l'ensemble considéré des points u et v. L'axe normal est 2ρ et l'axe longitudinal $2\Delta s \sqrt{\frac{1}{12}}$.

Il faut seulement noter que, dans la recherche des moments du deuxième degré, le deuxième polygone doit toujours être tracé sur des lignes d'action passant par les antipôles du premier axe par rapport aux ellipses élémentaires.

Si l'on voulait tenir compte, dans l'ellipse d'élasticité, de la courbure des éléments Δs, il suffirait de faire intervenir les différences de longueur des groupes de points u et v.

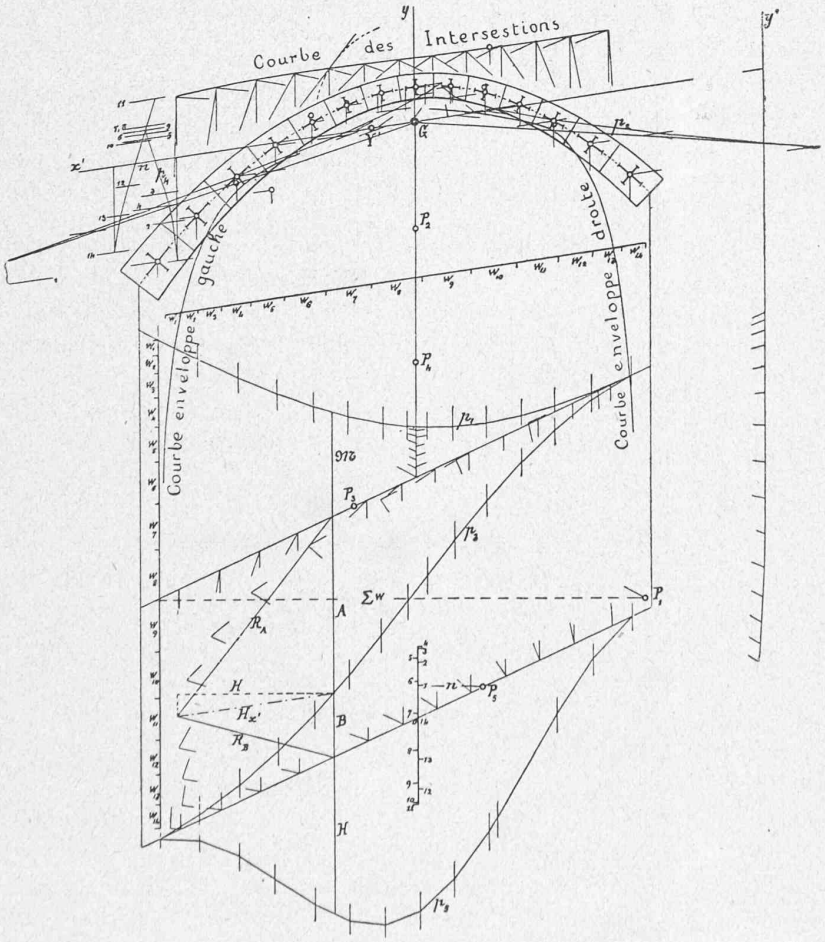

Fig. 18

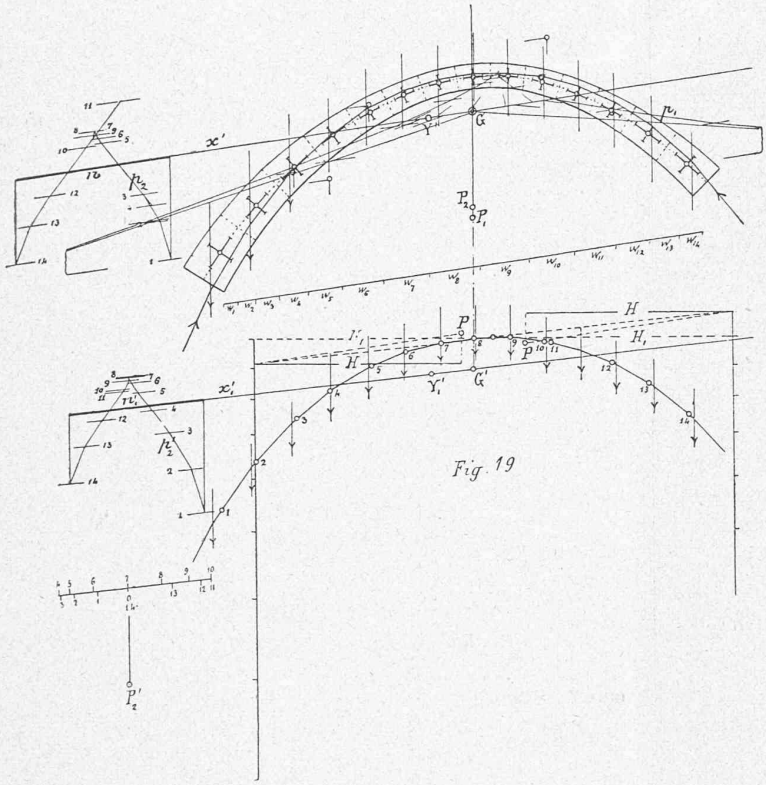

Fig. 19

Mais, en général, dans les arches de ponts et de toitures, le rayon de courbure est si grand par rapport à la hauteur d'une section, qu'on peut négliger cette influence.

24. — Dans la figure 18, cette méthode est appliquée à un arc en maçonnerie dissymétrique et de section variable. Les constructions sont les mêmes que pour l'arc à treillis (fig. 8). Elles ont donné de même la ligne des intersections et les courbes enveloppes[1].

25. — La substitution des éléments finis Δs aux ds n'est pas seulement possible pour les opérations graphiques indiquées dans la figure 18, ce qui est évident, mais aussi pour la construction directe de l'épure de pression pour un cas de charge déterminé, comme la figure 19 le montre dans une construction corrélative à celle de la figure 10. Il s'agit alors d'un arc dissymétrique en maçonnerie et de section variable. La construction connue des axes x' et x'_1 a été enlevée. Supposons en effet nos éléments u et v, dont l'ensemble forme le tronçon Δs, projetés verticalement sur le côté du polygone des pressions qui représente la résultante des forces extérieures pour Δs. Si nous appliquons en ces projections les moments statiques wy, par rapport à l'axe x', des poids élastiques w des points u et v, leur résultante Σwy passera naturellement par la projection sur le dit côté de l'antipôle de x' par rapport à l'ellipse centrale de Δs. Le moment centrifuge $\Sigma (wy\eta')$, moment statique des wy par rapport à x', sera celui de la résultante Σwy, mais à la condition toutefois que la résultante admise du polygone des pressions puisse l'être pour le tronçon Δs entier.

Il faut noter que, si dans les constructions indiquées ici pour les arcs à paroi pleine on avait négligé d'opérer le déplacement de la ligne d'action des moments statiques des w relatifs aux tronçons Δs, et donnés par l'ellipse d'élasticité de Δs, on aurait, tout en substituant les Δs aux ds, négligé les déformations longitudinales dues à l'effort normal aux sections de l'arc.

26. — Poussée déterminée par une variation de température. Elle se détermine par les règles développées au N° 16 pour l'arc à treillis, mais simplifiées par le fait que, généralement, l'appui est normal à l'axe géométrique de l'arc, ce qui donne $\psi = \psi' = 90°$. La poussée passe alors par le centre élastique G.

Les droites qui déterminent les longueurs l'' et l''' (fig. 13 et 14) passent par le centre de gravité des sections d'appui. Si l'arc est symétrique, on a $l'' = 0$ et alors, comme dans l'arc à treillis, la poussée est l'horizontale passant par G. Son expression est donnée par la formule 29) dans laquelle on fait $l''' = l$, l représentant la corde de l'axe géométrique de l'arc.

27. — La réaction produite par un affaissement des appuis ou un défaut de construction se détermine par la formule 30) en prenant pour A et B les centres de gravité des sections d'appui.

28. La rotation $\Delta\varphi_c$ d'une section transversale quelconque C de l'arc et **les déplacements** Δy_c et Δd_c de son centre de gravité sont à déterminer par les formules 9) où A et C représentent les centres de gravité de la section d'appui gauche et de la section considérée.

Pour construire la ligne d'influence de Δy_c, nous renvoyons à ce qui a été dit au N° 21 sur l'arc à treillis.

(A suivre).

[1] Voir la note [2] du n° 8.

Divers.

Festival du centenaire vaudois.

LE CHAR DE LA VIGNE

Le prologue du Festival du centenaire vaudois, tableau symbolique de l'introduction de la culture de la vigne dans le canton de Vaud, mettait en scène, au milieu d'un cortège de vignerons et vigneronnes de nos jours, la Vigne, personnifiée par une jeune femme debout sur un char allégorique et entou-