Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande

Band: 28 (1902)

Heft: 24

Artikel: Théorie générale de l'arc élastique continu sur appuis rigides (suite et fin)

Autor: Lossier, Henry

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-22896

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Ce phénomène n'est que passager ; lorsque la vidange des réservoirs souterrains sera en grande partie faite, la température remontera peu à peu sans toutefois ne jamais atteindre ce qu'elle eût été sans les sources, car, avant les percées de ces dernières, la roche avait déjà une température plus basse dans cette zone aquifère.

On peut remarquer, d'après le tableau des sources, que des venues d'eau très voisines possèdent une température différente, les unes sont relativement froides ou chaudes par rapport aux autres. Cette observation conduit M. Schardt à une intéressante hypothèse pour expliquer la circulation souterraine et particulièrement la cause motrice de cette circulation. Il y voit un phénomène comparable au thermosyphon. L'eau froide, pénétrant dans l'intérieur du sol, se réchauffe peu à peu et devient moins dense. Elle tend alors à remonter, mais elle est remplacée par une quantité égale d'eau froide. Ainsi, il s'établit une circulation en dehors de l'action de la gravitation. Mais, s'il y a circulation, et celle-ci n'est pas douteuse, il y a corrosion, dissolution de la roche. Ainsi, petit à petit, se forment ces canaux, ces réservoirs, qui dérivent d'une fissure, jadis capillaire.

Les observations faites jusqu'ici dans le tunnel semblent confirmer cette explication ingénieuse. En tout cas l'étude systématique, rationnelle et intelligente de tous les phénomènes rencontrés dans la percée du grand tunnel est d'une importance capitale. Il y a là une occasion féconde pour le progrès d'une foule de connaissances, tant en science appliquée qu'en science pure. Sous ces deux rapports, le premier mémoire de M. Schardt peut être considéré comme étant d'une importance capitale, et laisse bien augurer des autres travaux que ce géologue publiera certainement encore à propos de la percée du grand tunnel.

MAURICE LUGEON,
professeur de géologie à l'Université.

Théorie générale de l'arc élastique continu sur appuis rigides.

(Suite et fin)[1].

Quatrième type (fig. 16).

Ce type ne diffère du précédent que par le fait que l'encastrement sur les culées est remplacé par des articulations. La détermination des réactions V et H relatives aux travées centrales s'effectue comme pour l'arc du troisième type. Nous nous bornerons donc à envisager l'une des travées extrêmes.

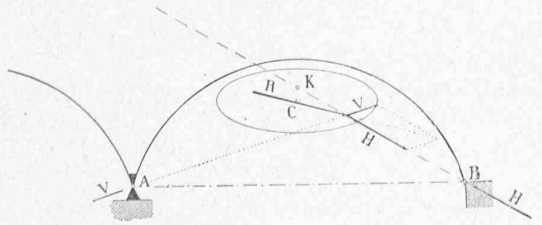


Fig. 16.

[1] Voir N° du 5 décembre 1902, page 306.

Considérons la travée AB et supposons qu'il agisse sur l'extrémité A de cette dernière, par l'intermédiaire de la travée adjacente, une force R.

Les appuis A et B étant munis chacun d'une articulation, les réactions V et H passeront respectivement par les points A et B.

En outre, grâce à la fixité de ces appuis, la longueur de la corde AB doit rester invariable durant la déformation de la travée.

Cette condition ne peut être réalisée que si la composante H de la poussée R passe par l'antipôle K de la corde AB par rapport à l'ellipse d'élasticité C de la travée considérée isolément.

En effet, supposons la travée encastrée en B et libre en A, hypothèse permise, car la réaction H passant par B, le moment fléchissant est nul en ce point.

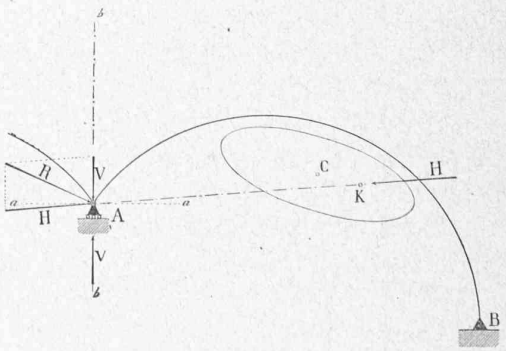
L'ellipse C coïncidera avec l'ellipse d'élasticité du point A.

Pour que la déformation de la travée, sous l'influence de la force H, n'engendre aucune variation de longueur de la corde AB ou, en d'autres termes, pour que le déplacement de l'extrémité A n'ait aucune composante parallèle à AB, il faut et il suffit que le centre de rotation relatif à la force H soit situé sur la corde AB elle-même, condition qui est réalisée si cette force passe par le point K.

Donc :

Toute force R agissant sur l'extrémité A de la travée extrême AB est équilibrée par deux réactions : celle de l'appui passant par A et celle de la travée passant par l'articulation B et par l'antipôle K de la corde AB par rapport à l'ellipse d'élasticité C de la travée considérée isolément.

Cinquième type (fig 17).



La détermination des réactions V et H relatives aux travées centrales s'effectuant comme pour l'arc du sixième type, nous nous bornerons à envisager l'une des travées extrêmes de l'arc.

Considérons la travée AB et supposons qu'il agisse sur l'extrémité A de cette dernière, par l'intermédiaire de la travée adjacente, une force R.

L'appui en A étant à rouleaux, la réaction V sera située sur la perpendiculaire bAb au déplacement du chariot.

L'extrémité A de la travée ne pouvant se déplacer que sur la parallèle aa au mouvement du chariot, le centre de rotation relatif à la réaction H doit être situé sur la droite bAb.

Cette condition ne peut être réalisée que si la réaction H passe par l'antipôle K de bAb par rapport à l'ellipse d'élasticité du point A supposé libre ou, ce qui revient au même, de l'ellipse de la travée considérée isolément.

En outre, l'appui en A étant muni d'une articulation, la réaction H passe par le point A.

Donc :

Toute force R agissant sur l'extrémité A de la travée extrême AB est équilibrée par deux réactions : celle de l'appui, située sur la perpendiculaire bAb au déplacement du chariot et celle de la travée passant par l'articulation A et par l'antipôle K de bAb par rapport à l'ellipse d'élasticité C de la travée considérée isolément.

Sixième type (fig. 18).

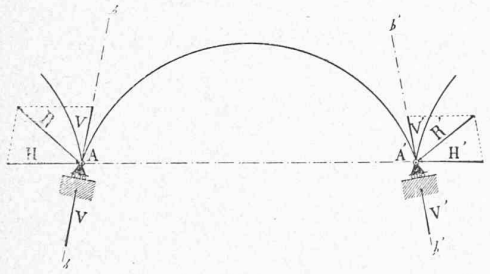


Fig. 18.

Considérons une travée AA' d'un arc continu du sixième type et supposons qu'il agisse sur l'extrémité A de cette dernière, par l'intermédiaire de la travée adjacente, une force R.

L'appui en A étant à rouleaux, la réaction V sera située sur la perpendiculaire bAb au déplacement du chariot.

En outre, la travée étant articulée à ses extrémités, la réaction H de cette dernière doit passer par les deux articulations, et sera par conséquent située sur la corde AA'.

Donc :

Toute force R agissant sur l'extrémité A de la travée AA' est équilibrée par deux réactions : celle de l'appui, située sur la perpendiculaire bAb au déplacement du chariot et celle de la travée située sur la corde AA' de cette dernière.

On démontrerait de même que :

Toute force R' agissant sur l'extrémité A' de la travée AA' est équilibrée par deux réactions : celle de l'appui, située sur la perpendiculaire b'A'b' au déplacement du chariot et celle de la travée située sur la corde AA' de cette dernière.

* * *

Les points ou droites fixes K, I, kk, ii étant obtenus, la transmission des efforts de travée à travée, et par suite l'action sur une travée quelconque des forces agissant sur les autres parties de l'arc, se détermine sans difficulté.

Pour obtenir la ligne de pression relative à l'arc entier pour un cas de charge particulier, la méthode la plus simple consiste à supposer, comme on le fait pour la poutre continue, qu'une seule travée se trouve chargée; on détermine les réactions aux extrémités de cette dernière comme nous l'avons indiqué au commencement de ce chapitre et l'on trace la ligne de pression pour l'arc entier en se servant des points ou droites fixes.

La combinaison de cette ligne de pression avec les lignes similaires relatives aux autres travées conduit à la courbe de pression cherchée pour l'arc entier.

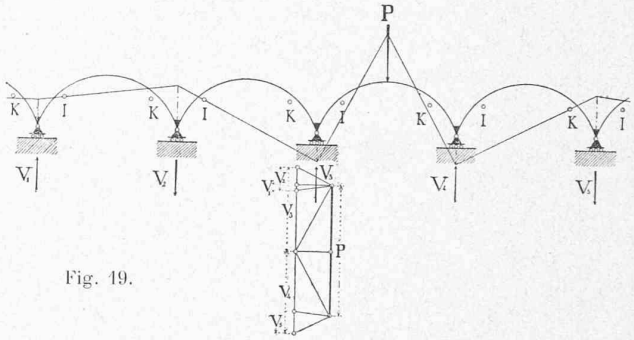


Fig. 19.

Dans la figure 19 nous avons représenté la ligne de pression relative à une force isolée P agissant sur un arc continu du premier type.

Il est intéressant de remarquer que les points et droites fixes jouent dans la théorie de l'arc continu sur appuis rigides le même rôle que les points d'inflexion dans la théorie de la poutre continue.

Influence d'une variatian de température.

Le calcul des efforts engendrés par une variation de température ne présente rien de particulier.

La poussée relative à chaque travée se détermine en envisageant cette dernière (voir page 307) comme un arc simple reposant sur appuis fixes par l'intermédiaire d'éléments élastiques infiniment petits dont les déformations coïncident avec les mouvements des appuis; l'action de cette poussée sur les autres travées s'obtient au moyen des points ou droites fixes.

La ligne de pression réelle pour l'arc entier se détermine en combinant les lignes de pression relatives à la dilatation des différentes travées.

V

Exemples.

Premier exemple : *Epure d'un arc continu à trois travées encastré aux extrémités et au-dessus des appuis à rouleaux.*

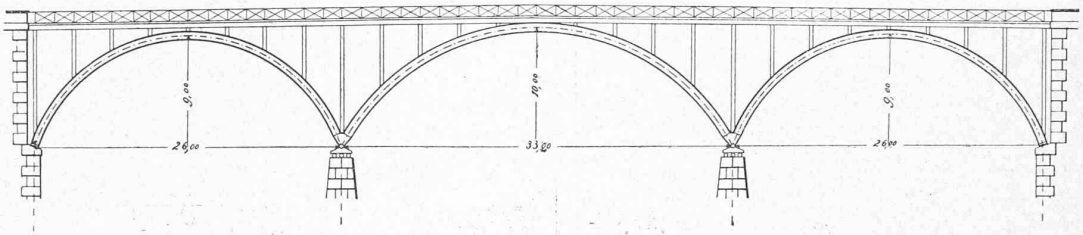
(Epure N° I).

Nous avons considéré un arc continu à trois travées du premier type.

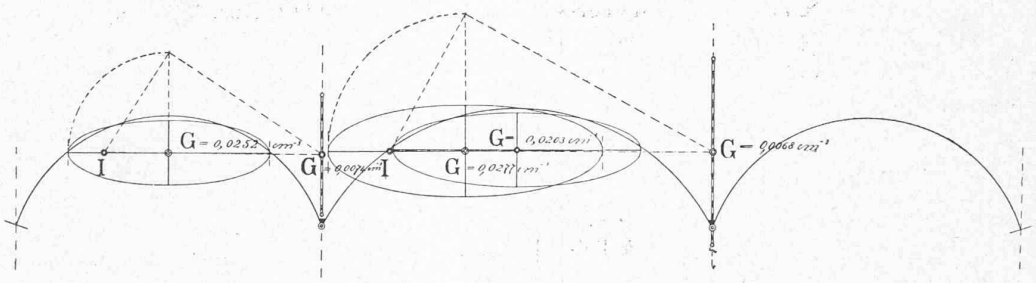
La travée centrale mesure 33 m. de corde et 10 m. de

EPURE N° I

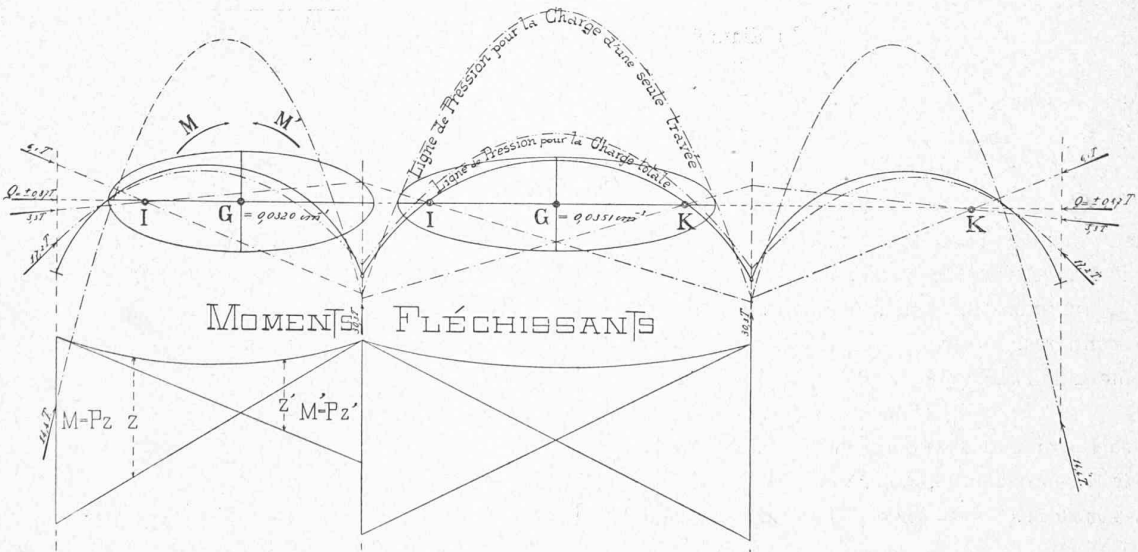
ÉPURE D'UN ARC CONTINU A 3 TRAVÉES
ENCASTRÉ AUX EXTRÊMITÉS ET AU-DESSUS DES APPUIS A ROULEAUX

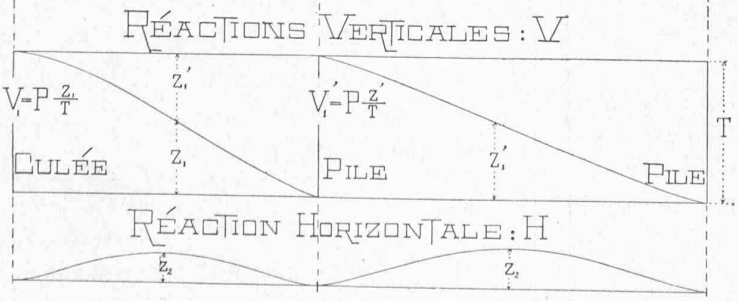


ELLIPSES D'ELASTICITÉ DES APPUIS ET POINTS FIXES



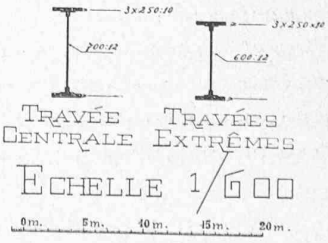
ELLIPSES D'ELASTICITÉ DES TRAVÉES





$H = P \frac{z_2}{T}$.

SECTIONS DE L'ARC



Henry Lossier, Arc élastique continu.

flèche, chacune des travées extrêmes 26 m. de corde et 9 m. de flèche.

Le corps de l'arc est constitué par une âme en tôle dont la hauteur, qui est de 600 mm. pour les travées extrêmes, atteint 700 mm. dans la travée médiane. Cette âme, qui mesure 12 mm. d'épaisseur, est munie à l'intrados et à l'extrados de trois semelles de 250 mm. $\times$ 10 mm.

Les piles et les culées sont prévues en maçonnerie.

Nous avons en premier lieu déterminé l'ellipse d'élasticité de chaque travée considérée isolément. Cette détermination (qui n'a pas été indiquée dans l'épure pour ne pas compliquer le tracé) a été effectuée par la méthode graphique qui consiste à combiner les poids élastiques des différents éléments par des polygones funiculaires.

L'ellipse d'élasticité de la travée de gauche nous a permis de déterminer celle du premier appui (voir Chap. III).

Les différentes travées affectant la forme d'arcs de cercle et ayant une corde commune horizontale, le centre de cette ellipse est situé à l'intersection de l'axe de la pile et du grand axe de l'ellipse de la première travée.

Ellipse du premier appui : $\begin{cases} \text{Axe} = 10{,}00 \text{ m.} \\ \text{Poids élastique} = 0{,}0074 \text{ cm}^{-3}. \end{cases}$

La combinaison de l'ellipse d'élasticité du premier appui avec celle de la travée centrale nous a conduit à l'ellipse de gauche de cette dernière travée, au moyen de laquelle nous avons déterminé l'ellipse d'élasticité du deuxième appui; le centre de cette ellipse se trouve à l'intersection de l'axe de la seconde pile et du diamètre conjugué à la direction verticale par rapport à l'ellipse de gauche de la travée médiane.

Ellipse du deuxième appui : $\begin{cases} \text{Axe} = 15{,}60 \text{ m.} \\ \text{Poids élastique} = 0{,}0068 \text{ cm}^{-3}. \end{cases}$

Nous n'avons pas effectué le même calcul en partant de la culée de droite; car, l'arc étant symétrique par rapport à l'axe vertical de la travée centrale, les secondes ellipses d'élasticité des appuis s'obtiennent par une simple permutation des premières.

L'antipôle K de l'axe de la première pile (pile de gauche), par rapport à l'ellipse de la première travée, et l'antipôle I de l'axe de la deuxième pile, par rapport à l'ellipse de gauche de la travée médiane, déterminent les points fixes de l'arc. C'est par ces points fixes que passe, pour chaque travée, la résultante de l'action des travées adjacentes.

Les ellipses d'élasticité définitives des travées ont été obtenues comme suit :

Pour chaque travée extrême : en combinant l'ellipse d'élasticité de la travée considérée isolément avec celle obtenue au-dessus du deuxième appui; pour l'arc central : en combinant l'ellipse d'élasticité de la travée considérée isolément avec les ellipses des appuis qui sont égales à celle obtenue au-dessus de la première pile.

Les lignes d'influence pour les réactions des appuis ont été déterminées par la méthode ordinaire relative à l'arc symétrique pour la travée centrale et à l'arc dissymétrique pour les travées extérieures.

En envisageant une charge uniformément répartie sur l'horizontale de 1 tonne par mètre linéaire, nous avons déterminé les lignes de pression relatives à la charge de chaque travée isolée (les autres travées étant supposées libres) et à la charge totale du pont.

Influence d'une variation de température de $\pm$ 25° *C.*

La poussée relative à une variation de température est donnée pour chaque travée par la formule :

$$Q = \pm \frac{E \,.\, \alpha \,.\, t \,.\, l}{G \,.\, i_2^2}.$$

La signification des différentes lettres est la suivante :

E = module d'élasticité du fer = 2000 tn. : cm².
α = coefficient de dilatation linéaire = 0,000012.
t = variation de la température = $\pm$ 25°.
l = corde de la travée.
G = poids élastique de la travée.
i_2 = demi-axe vertical de l'ellipse d'élasticité de la travée.

En introduisant les valeurs numériques nous obtenons :

Travée centrale.

$$Q_c = \pm \frac{2000 \text{ tn.} : \text{cm}^2 \times 0{,}000012 \times 25^\circ \times 3300 \text{ cm.}}{0{,}0351 \text{ cm}^{-3} \times 160\,000 \text{ cm}^2} = \pm 0{,}35 \text{ tn.}$$

Travées extrêmes.

$$Q_e = \pm \frac{2000 \text{ tn.} : \text{cm}^2 \times 0{,}000012 \times 25^\circ \times 2600 \text{ cm.}}{0{,}0320 \text{ cm}^{-3} \times 190\,000 \text{ cm}^2} = \pm 0{,}26 \text{ tn.}$$

Les poussées des trois travées étant situées sensiblement sur la même horizontale, la poussée totale peut être égalée à :

$$Q = Q_c + 2\, Q_e = \pm 0{,}35 \text{ tn.} \pm 2 \times 0{,}26 \text{ tn.} = \pm 0{,}87 \text{ tn.}$$

Deuxième exemple : *Epure d'un arc continu à trois travées articulé aux extrémités et au-dessus des appuis à rouleaux.*

(Epure N° II).

L'arc continu du sixième type représenté dans l'épure N° II ne diffère de celui que nous avons envisagé dans l'exemple précédent que par le fait que les encastrements sur les piles et les culées sont remplacés par des articulations.

Les ellipses d'élasticité des travées considérées isolément sont identiques à celles de l'arc continu du premier type.

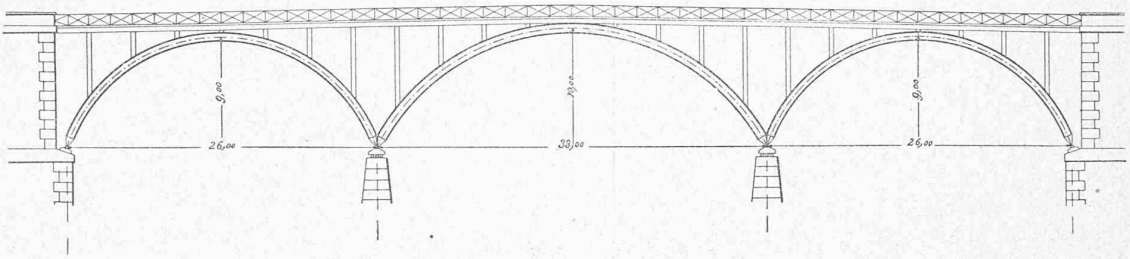
Au moyen de l'ellipse de la première travée (travée de gauche), nous avons déterminé (voir Chap. III) celle du premier appui.

Ellipse du premier appui : $\begin{cases} \text{Axe} = \infty = 2\, i \\ \text{Poids élastique} = 0 = G. \\ G \,.\, i^2 = 11000 \text{ cm}^{-1}. \end{cases}$

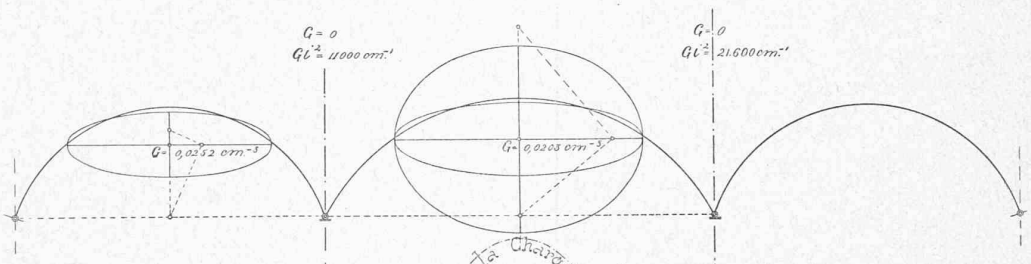
La combinaison de l'ellipse du premier appui avec celle de la travée centrale nous a conduit à l'ellipse de gauche de cette dernière travée; le poids élastique de l'appui étant

EPURE N° II

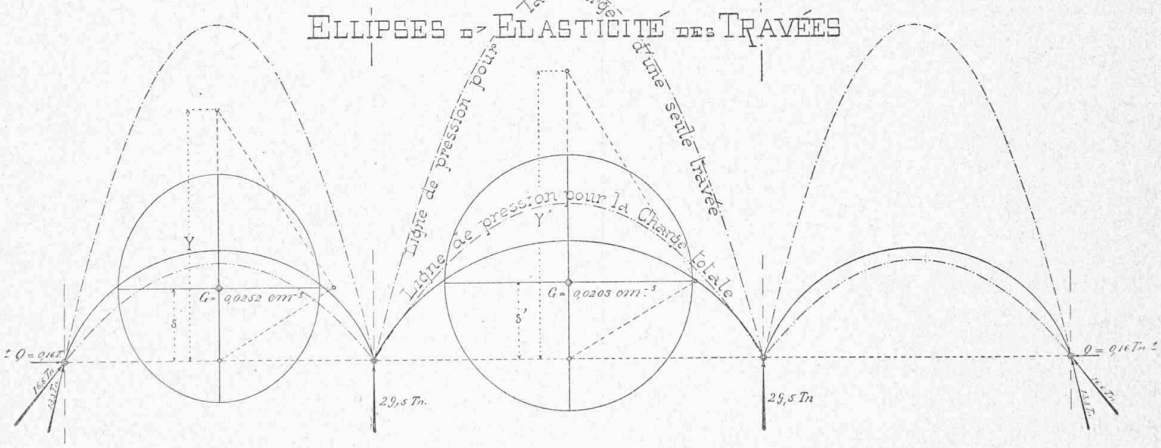
ARC CONTINU A 3 TRAVÉES
ARTICULÉ AUX EXTRÊMITÉS ET AU-DESSUS DES APPUIS A ROULEAUX

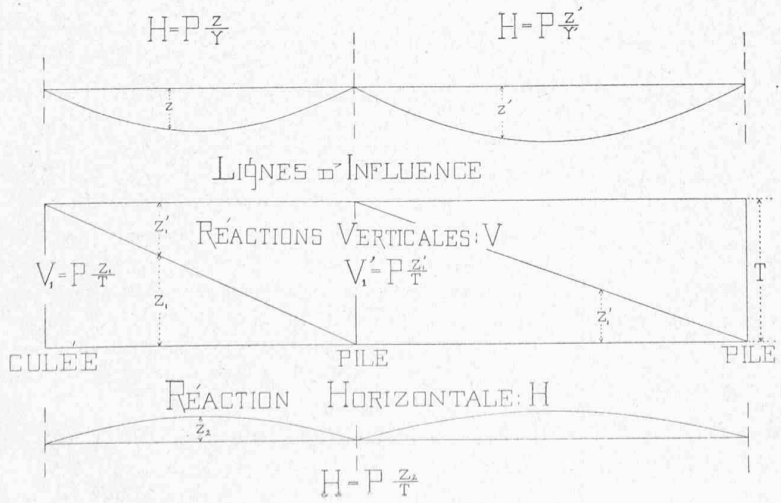


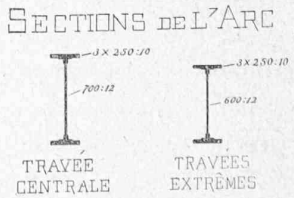
ELLIPSES D'ELASTICITÉ DES APPUIS



ELLIPSES D'ELASTICITÉ DES TRAVÉES







ECHELLE 1/600

0 5m. 10m. 15m. 20m.

Henry Lossier, Arc élastique continu

nul, le centre et l'axe horizontal de cette ellipse de gauche coïncident avec les éléments correspondants de l'ellipse de la travée considérée isolément.

Au moyen de l'ellipse de gauche de la travée médiane, nous avons déterminé celle du deuxième appui.

Ellipse du deuxième appui : $\begin{cases} \text{Axe} = \infty = 2\,i. \\ \text{Poids élastique} = 0 = G. \\ G\,.\,i^2 = 21600\ \text{cm}^{-1}. \end{cases}$

L'arc étant symétrique par rapport à l'axe vertical de la travée centrale, les secondes ellipses des appuis ont été obtenues par une simple permutation des premières.

Les ellipses d'élasticité définitives des différentes travées ont été obtenues comme suit :

Pour chaque travée extrême, en combinant l'ellipse de la travée considérée isolément avec celle obtenue au-dessus du deuxième appui.

Pour l'arc central, en combinant l'ellipse de la travée considérée isolément avec les ellipses des appuis qui sont égales à celle obtenue au-dessus de la première pile.

Les lignes d'influence relatives aux réactions des appuis ont été obtenues par la méthode ordinaire.

En envisageant une charge uniformément répartie sur l'horizontale de 1 tonne par mètre linéaire, nous avons déterminé les lignes de pression relatives à la charge de chaque travée isolée (les autres travées étant supposées libres) et à la charge totale du pont.

Influence d'une variation de température de ± 25° C.

La poussée relative à une variation de température est donnée pour chaque travée par la formule :

$$Q = \pm \frac{E\,.\,\alpha\,.\,t\,.\,l}{G\,.\,y\,.\,s}$$

La signification des différentes lettres est la suivante :

E = module d'élasticité du fer = 2000 tn : cm².

α = coefficient de dilatation linéaire = 0,000012.

t = variation de la température = ± 25° C.

l = corde de la travée.

G = poids élastique de la travée.

y = distance de la corde de l'arc à son antipôle par rapport à l'ellipse d'élasticité de la travée.

s = distance de la corde de l'arc au centre de l'ellipse d'élasticité de la travée.

En introduisant les valeurs numériques, nous obtenons :

Travée centrale :

$$Q_c = \pm \frac{2000\ \text{tn.} : \text{cm}^2 \times 0{,}000012 \times 25^\circ \times 3300\ \text{cm.}}{0{,}0203\ \text{cm}^{-3} \times 656\ \text{cm.} \times 2440\ \text{cm.}} = \pm\, 0{,}061\ \text{tn.}$$

Travées extrêmes :

$$Q_e = \pm \frac{2000\ \text{tn.} : \text{cm}^2 \times 0{,}000012 \times 25^\circ \times 2600\ \text{cm.}}{0{,}0252\ \text{cm}^{-3} \times 614\ \text{cm.} \times 2130\ \text{cm.}} = \pm\, 0{,}048\ \text{tn.}$$

La poussée totale est égale à :

$$Q = Q_c + 2\,Q_e = \pm 0{,}061\ \text{tn.} \pm 2 \times 0{,}048\ \text{tn.} = \pm\, 0{,}157\ \text{tn.}$$
$$Q = \pm\, 0{,}16\ \text{tn.}$$

Qu'il nous soit permis, en terminant, de remercier ici M. Adrien Paris, ingénieur, à Lausanne, qui a collaboré pour une large part à ce travail, et MM. G. Mantel, ingénieur, à Zurich, et Modesto Panetti, Docteur-ingénieur, à Turin, dont les conseils éclairés nous ont été du plus grand secours.

HENRY LOSSIER.

Divers.

Tunnel du Simplon.

Extrait du XVIme rapport trimestriel sur l'état des travaux au 30 septembre 1902.

Du 1er juillet au 30 septembre 1902, les progrès ont été les suivants :

	Brigue.		Iselle.		
	Progrès.	Etat fin sept.	Progrès.	Etat fin sept.	Total.
Galerie d'avancement	471	7888	575	5361	13,149
Abatages	550	7158	282	4575	11,733
Revêtements . . .	667	6896	431	4335	11,231

La température moyenne de l'air a été :

	Brigue.	Iselle.
A l'extérieur	16°,87	16°,63
A l'avancement	25°-28°	27°,5-29°,3
Aux chantiers de maçonnerie .	22°-27°	17°,5-21°

Du côté Nord, la roche traversée est du gneiss du Monte Leone sec. Sa température a donné lieu à d'intéressantes observations.

Au km. 7,400 à 40 m. du front d'attaque 47° le 3 juill. 35°,4 le 20 août.
» 7,600 » 22 » 48,1 » 10 août. 38,1 » 12 sept.
» 7,800 » 37 » 44,4 » 20 sept. 41,8 » 25 »

tandis que dans les trous de mine de l'avancement on avait trouvé

au km. 7,400 : 50°,7 ; au km. 7,600 : 51°,8 ; au km. 7,800 : 53°.

Le 8 juillet la ventilation secondaire a été interrompue pendant 24 heures ; on mesura ensuite la température de la roche aux deux avancements dans des trous de 3 m. de profondeur. Le thermomètre marqua 53° dans la galerie I et 52°,2 dans la galerie II.

Ces chiffres montrent que les observations faites dans les stations normales, après plusieurs jours de refroidissement par la ventilation, sont de 5-6° trop basses, que celles faites dans les trous de mine à l'avancement même sont encore de 1,5-2° au-dessous de la température réelle, ensuite du refroidissement que subit le rocher ambiant par la circulation de l'eau froide dans le trou pendant la perforation.

Cette haute température du rocher qui, à 7900 m., devrait être de 55° environ, est attribuable à l'extrême sécheresse du gneiss lité et à sa disposition peu inclinée, presque parallèle à la déclivité du terrain, ce qui assure une faible conductibilité calorifique. Ces mêmes circonstances sont, par contre, favorables au refroidissement des parois du tunnel, lesquelles, une fois refroidies à une certaine profondeur, ne se réchauffent que très lentement, en fonctionnant vis-à-vis de la chaleur ambiante comme un véritable tube isolateur.

Du côté Sud les observations ont donné les résultats suivants :

Km.	4,600	4,800	5,000	5,200
	21°,3 puis 20,5	23 puis 22,5	26 puis 25,2	29 puis 28,5.

Aux trois premières de ces stations, la température a baissé