Zeitschrift: Bulletin technique de la Suisse romande
Band: 28 (1902)
Heft: 22

Artikel: Théorie générale de l'arc élastique continu sur appuis rigides (suite)
Autor: [s.n.]
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-22890

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 10.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Les traverses en bois ont $2^m,70$ de long et 25×15 cm. de section.

L'attache des rails sur les traverses métalliques se fait à l'aide de plaques de serrage et de boulons à crochets système Rüppel, comme au Gothard. Sur les traverses en bois, ce sont des crampons à section rectangulaire, avec une forte selle en dévers permettant d'éviter le sabotage coûteux et toujours nuisible de la traverse.

Boulons d'éclisse et boulons à crochet ont le filetage métrique adopté par le congrès international de Zurich.

Voici un petit tableau permettant la comparaison du nouveau type de voie avec les meilleurs types des anciennes Compagnies formant aujourd'hui le réseau C. F. F.

	Moment d'inertie. cm⁴.	Module de résistance. Champignon. cm³.	Module de résistance. Patin. cm³.
Rail actuel de 36 kg. . . .	1006	152,3	157,2
Nouveau rail C. F. F. . . .	1623	215,5	232,9
		Fibre extrême.	
Traverse N. O. B., V. S. B. .	147	28,6	
» S. C. B.	151	28,8	
Nouvelle traverse C. F. F. .	256	41,3	
Eclisse N. O. B., V. S. B. .	149,9	27,3	
Bochum S. C. B., V. S. B. .	737	80	
Nouvelle éclisse C. F. F. . .	835	96,5	

Ces voies pesaient de 150 à 170 kg. par mètre courant et le nouveau type pèsera 207 kg. environ. Certains pays, notamment la Belgique et l'Amérique, sont allés plus loin; mais ce chiffre est voisin de la moyenne des meilleurs types introduits chez nos voisins, en France, en Wurtemberg et en Bavière, par exemple.

On compte qu'il faudra environ 25 ans pour unifier complètement les voies du réseau fédéral.

Les types prévoient un nombre variable de traverses suivant les rampes et les rayons (17 à 18 traverses par rail de 12 mètres).

Avec de bon ballast en abondance et une plateforme bien assainie, les C. F. F. auront là une voie excellente; il reste à leur souhaiter qu'elle tienne tout ce qu'elle promet. E.

Théorie générale de l'arc élastique continu sur appuis rigides.

(Suite)[1].

III

Détermination des ellipses d'élasticité des appuis.

Nous désignerons ainsi les ellipses d'élasticité des points de l'arc situés au-dessus des appuis, dans l'hypothèse que l'un ou l'autre des tronçons d'arc situés de chaque côté de l'appui considéré est supprimé.

[1] Voir N° du 5 novembre 1902, page 280.

Chaque appui possédera de la sorte deux ellipses d'élasticité distinctes : l'une relative aux travées situées à sa gauche, l'autre à celles situées à sa droite.

La recherche de ces ellipses, qui permettent de résoudre l'indétermination provenant de la continuité, est la principale difficulté du problème qu'a résolu le professeur W. Ritter.

Partant de l'une des culées, nous nous bornerons à déterminer, pour chaque type d'arc, l'ellipse d'élasticité du premier appui, la construction des ellipses relatives aux appuis suivants s'en déduisant sans aucune difficulté.

Premier type (Fig. 4).

L'arc est encastré en B et au-dessus de l'appui A sur lequel il repose au moyen d'un chariot.

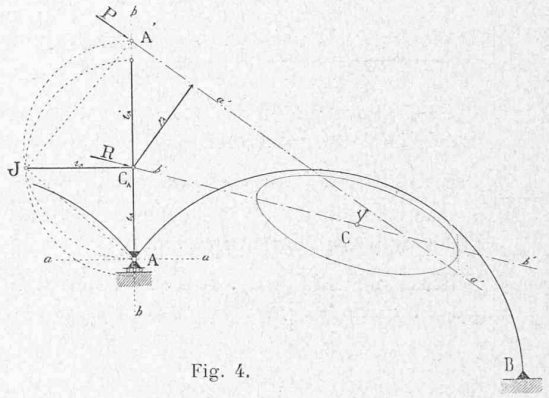

Fig. 4.

Le point A ne peut se déplacer que sur la droite aa parallèle au mouvement du chariot; le centre de rotation relatif à une force quelconque doit donc être situé sur la droite bb perpendiculaire à aa. Cette condition ne peut être réalisée que si l'axe de l'ellipse, parallèle à aa, est nul. Donc :

L'ellipse d'élasticité du point A se réduit à une droite passant par A et perpendiculaire au plan de déplacement du chariot.

Centre C_A de l'ellipse.

Supposons d'abord l'arc encastré en B et libre en A et désignons par C le centre de son ellipse d'élasticité et par G son poids élastique.

Sous l'action d'une force R située sur $b'b'$, diamètre conjugué de la direction bb par rapport à l'ellipse C, le point A se déplace sur aa sans subir de rotation.

La composante parallèle à bb de ce déplacement étant nulle, la force R ne provoque aucune réaction de l'appui en A dont la présence n'exerce, dans ce cas particulier, aucune influence sur la déformation de l'arc.

Toute force R située sur $b'b'$ infligeant au point A un déplacement sans rotation, passe donc par le centre de l'ellipse d'élasticité cherchée.

Le centre C_A de l'ellipse d'élasticité du point A est situé à l'intersection de la droite bb et du diamètre con-

jugué b'b' de la direction bb par rapport à l'ellipse d'élasticité C de l'arc AB.

Poids élastique G_A.

Supposons qu'il agisse sur le point A une force P située sur l'antipolaire $a'a'$ de ce point par rapport à l'ellipse d'élasticité C de l'arc AB; désignons par r et r_A les distances de cette force aux centres C et C_A.

Le centre de rotation coïncidant avec le point A lui-même, la force P n'engendre aucun déplacement de A et par conséquent aucune réaction de l'appui.

La valeur δ de l'angle de rotation devant être la même mesurée avec l'une ou l'autre des ellipses C et C_A, nous aurons la relation :

$$P \,.\, r \,.\, G = P \,.\, r_A \,.\, G_A$$

d'où :

$$G_A = G \frac{r}{r_A}$$

Le poids élastique du point A est égal à celui de l'arc AB multiplié par le rapport des distances des centres C et C_A à la droite a'a', antipolaire du point A par rapport à l'ellipse d'élasticité C de l'arc AB.

Axe 2 i_A de l'ellipse.

Le centre de rotation relatif à la force P coïncidant avec le point A, celui-ci est l'antipôle de la droite $a'a'$ par rapport à l'ellipse d'élasticité C_A. Donc :

Le demi-axe i_A de l'ellipse C_A est déterminé sur la perpendiculaire $C_A J$ à bb par le demi-cercle de diamètre AA', A' étant l'intersection de l'antipolaire a'a' avec l'axe bb de l'ellipse.

Deuxième type (Fig. 5).

L'arc est articulé en B et encastré au-dessus de l'appui A sur lequel il repose au moyen d'un chariot.

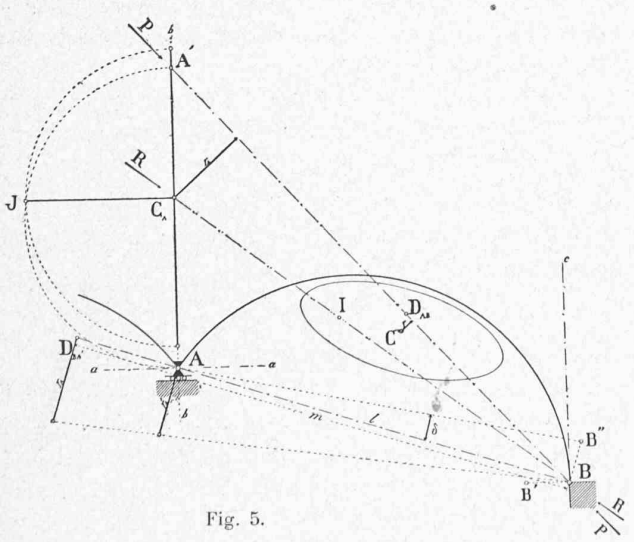

Fig. 5.

Pour les raisons que nous avons indiquées au sujet du premier type d'arc :

L'ellipse d'élasticité du point A se réduit à une droite passant par A et perpendiculaire au plan de déplacement du chariot.

Centre C_A de l'ellipse.

Toute force agissant sur le point A est annulée par deux composantes : la réaction du chariot perpendiculaire à aa et celle de la culée passant par l'articulation B. Si la force considérée passe par B, elle engendrera une réaction de la culée égale et de sens contraire.

Dans la suite, il est sous-entendu que les réactions R et P dont nous parlerons sont provoquées par des forces égales et de sens contraire agissant sur le point A.

Supposons d'abord l'arc encastré en A et libre en B et considérons une réaction R agissant sur l'extrémité B et passant par le point I, antipôle de la droite Bc, perpendiculaire à aa, par rapport à l'ellipse d'élasticité C de l'arc AB.

Le centre de rotation étant situé sur la droite Bc, le point B subira un déplacement BB' parallèle à aa. Pour ramener l'extrémité B dans sa position primitive, il suffira de faire effectuer à l'arc entier un mouvement parallèle à aa égal à $B'B$.

Le point A ayant subi de la sorte un déplacement sans rotation, la force R passe par le centre de son ellipse d'élasticité. Donc :

Le centre C_A de l'ellipse d'élasticité du point A est situé à l'intersection des droites bb et BI, I étant l'antipôle de la perpendiculaire Bc à aa par rapport à l'ellipse d'élasticité C de l'arc AB.

Poids élastique G_A.

Supposons l'arc encastré en A et libre en B et considérons une réaction P agissant à l'extrémité B et passant par le point D_{AB}, antipôle de la corde AB par rapport à l'ellipse C. Le centre de rotation $D_{BA'}$ étant situé sur la droite AB, le point B subira un déplacement perpendiculaire à cette droite égal à BB''.

Désignons par r et r_A les distances des centres C et C_A à la droite BA' et par m la distance de l'antipôle $D_{BA'}$ à l'extrémité B de l'arc.

Nous aurons :

$$BB'' = P \,.\, r \,.\, m \,.\, G \,.$$

Pour ramener le point B dans sa position primitive, il suffira de faire tourner l'arc entier autour du point A d'un angle $\delta = \frac{BB''}{l} = \frac{P \,.\, r \,.\, m \,.\, G}{l}$,

l étant la longueur de la corde AB.

Le point A subit de la sorte une rotation sans déplacement.

L'angle δ, calculé au moyen de l'ellipse C_A, étant égal à $\delta = P \,.\, r_A \,.\, G_A$, nous avons :

$$\frac{P \,.\, r \,.\, m \,.\, G}{l} = P \,.\, r_A \,.\, G_A$$

$$\text{d'ou :} \quad G_A = G \,.\, \frac{r}{r_A} \cdot \frac{m}{l} \,.$$

En posant : $r'_A = r_A \,.\, \frac{l}{m}$

la valeur de r_A pouvant être déterminée graphiquement (voir la figure), nous obtenons :

$$G_A = G \cdot \frac{r}{r'_A}$$

expression analogue à celle que nous avons obtenue pour le premier type.

Axe 2 . i_A de l'ellipse.

Le centre de rotation relatif à la force P coïncidant avec le point A lui-même, ce dernier est l'antipôle de la droite BA' par rapport à l'ellipse C_A.

Donc :

Le demi-axe i_A de l'ellipse d'élasticité du point A est déterminé sur la perpendiculaire $C_A J$ à bb par le demi-cercle de diamètre AA', A' étant l'intersection de l'axe bb de l'ellipse C_A avec la droite BD_{AB} passant par l'antipôle D_{AB} de la corde de l'arc par rapport à l'ellipse C.

Troisième type (Fig. 6).

L'arc est encastré en B et au-dessus de l'appui fixe A.

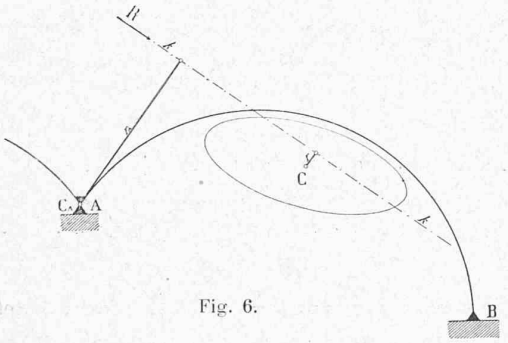

Fig. 6.

Le point A ne pouvant subir aucun déplacement doit coïncider avec le centre de rotation relatif à une force quelconque.

Cette condition ne peut être réalisée que si les axes de l'ellipse d'élasticité du point A sont nuls et si le centre C_A de cette ellipse est situé sur le point A.

L'ellipse d'élasticité du point A se réduit donc à un point coïncidant avec le point A lui-même.

Poids élastique G_A.

Supposons l'arc encastré en B et libre en A et considérons une force R agissant sur le point A et située sur l'antipôlaire kk de ce point par rapport à l'ellipse d'élasticité C de l'arc AB.

Le point A coïncidant avec le centre de rotation, la force R ne lui inflige aucun déplacement et ne provoque par suite aucune réaction de l'appui A dont la présence n'exerce aucune influence sur la déformation de l'arc.

La valeur de l'angle de rotation δ du point A devant donc être la même mesurée avec l'une ou l'autre des ellipses C et C_A, nous aurons la relation :

$$R \cdot r \cdot G = R \cdot r_A \cdot G_A$$

$$\text{d'ou : } G_A = G \cdot \frac{r}{r_A}.$$

Le poids élastique du point A est égal à celui de l'arc AB multiplié par le rapport des distances des points C et C_A à l'antipolaire du point A par rapport à l'ellipse d'élasticité C de l'arc AB.

Quatrième type (Fig. 7).

L'arc est articulé en B et encastré au-dessus de l'appui fixe A.

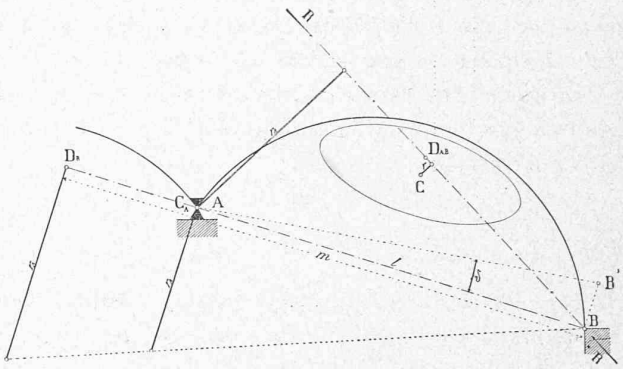

Fig. 7.

Pour les raisons que nous avons indiquées au sujet du troisième type :

L'ellipse d'élasticité du point A se réduit à un point coïncidant avec le point A lui-même.

Poids élastique G_A.

Supposons l'arc encastré en A et libre en B et considérons la réaction R agissant sur le point B et passant par l'antipôle D_{AB} de la corde AB par rapport à l'ellipse d'élasticité C de l'arc AB (R étant la réaction relative à une force égale et de sens contraire agissant sur le point A).

Le centre de rotation D_R étant situé sur la droite AB, le point B se déplacera perpendiculairement à cette droite d'une longueur :

$$BB' = R \cdot r \cdot m \cdot G \,.$$

$r =$ distance du centre C à la force R.

$m =$ distance de l'antipôle D_R au point B.

Pour ramener l'extrémité B dans sa position primitive, il suffira de faire tourner l'arc entier autour du point A d'un angle :

$$\delta = \frac{BB'}{l} = \frac{R \cdot r \cdot m \cdot G}{l}$$

$l =$ longueur de la corde de l'arc AB.

Le point A subira de la sorte une rotation égale à δ.

Cette rotation, mesurée au moyen de l'ellipse C_A étant égale à $R \cdot r_A \cdot G_A$, nous avons l'égalité :

$$R \cdot r_A \cdot G_A = \frac{R \cdot r \cdot m \cdot G}{l}$$

$$\text{d'où : } \quad G_A = G \cdot \frac{r}{r_A} \cdot \frac{m}{l}.$$

Si nous faisons $r_A' = r_A \cdot \frac{l}{m}$, r_A' pouvant être obtenu graphiquement (voir la figure), nous aurons :

$$G_A = G \cdot \frac{r}{r_A'},$$

expression analogue à celle trouvée pour le troisième type.

Cinquième type (Fig. 8).

L'arc est encastré en B et articulé au-dessus de l'appui A sur lequel il repose au moyen d'un chariot.

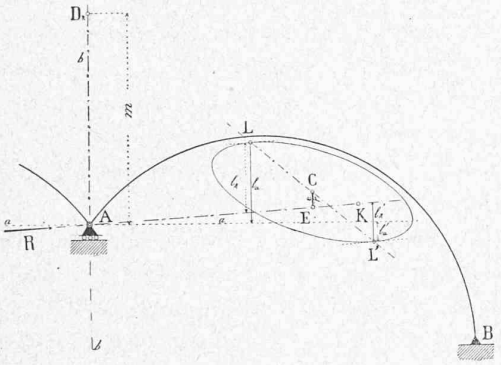

Fig. 8.

L'arc reposant sur le point A au moyen d'une rotule, toute force transmise par le chariot à l'arc AB passe par le point A.

D'autre part, grâce à l'articulation, les mouvements de rotation de l'extrémité de l'arc ne sont pas transmis au point A du chariot (fig. 9). Toute force agissant sur ce point ne peut donc lui faire subir qu'un déplacement sans rotation parallèle au mouvement du chariot. En d'autres termes, le centre de rotation relatif à une force quelconque est situé à l'infini sur la droite bb, perpendiculaire à la ligne de déplacement aa du point A.

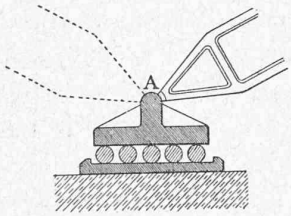

Fig. 9.

Cette condition entraîne les conséquences suivantes :

L'ellipse d'élasticité du point A se réduit à une droite passant par A perpendiculaire au plan de déplacement aa du chariot. L'axe 2 i_A de cette ellipse est infiniment grand et son poids élastique G_A est nul.

Produit $G_A \cdot i_A^2$.

Supposons l'arc encastré en B et libre en A et considérons la force R agissant sur l'extrémité A et passant par le point K, antipôle de la droite bb par rapport à l'ellipse d'élasticité C de l'arc AB.

Le centre de rotation D_r relatif à R étant situé sur bb, le point A se déplace sur la droite aa.

La composante parallèle à bb du déplacement étant nulle, la force R ne provoque aucune réaction de l'appui en A dont la présence n'exerce pas d'influence sur la déformation de l'arc.

Si nous désignons par r la distance du centre C à la force R et par m celle de l'antipôle D_r à la droite aa, le déplacement du point A est égal à :

$$h = R \cdot r \cdot m \cdot G \,.$$

soit R' la composante de la force R parallèle à aa et e la longueur de la droite CE, E étant l'intersection de la droite AK avec la perpendiculaire abaissée de C sur aa.

Nous avons : $\quad Rr = R'e$

d'où : $h = R' \cdot e \cdot m \cdot G$.

Le même déplacement h, mesuré avec l'ellipse C_A, étant égal à :

$$h = R' G_A \, i_A^2,$$

nous avons l'égalité : $R' \cdot e \cdot m \cdot G = R' G_A \, i_A^2$.

d'où : $\quad G_A \, i_A^2 = G \cdot e \cdot m$.

Le produit $G_A \cdot i_A^2$ est égal au poids G de l'arc AB multiplié par la distance parallèle à bb du centre C à la droite AK (K étant l'antipôle de bb par rapport à l'ellipse C) et par la distance de l'antipôle D_r de la droite AK au point A.

Dans le cas particulier où D_r est très éloigné ou situé à l'infini, on décompose le poids élastique G en deux et l'on applique chacune des moitiés à l'une des extrémités L et L' du diamètre conjugué à la direction AK par rapport à l'ellipse C.

En désignant par l_a, l_R, l'_a et l'_R les distances parallèles à bb des points L et L' aux droites aa et AK, nous avons l'égalité : $\quad e \cdot m = \frac{1}{2} [l_a \cdot l_R + l'_a \cdot l'_R]$

d'où : $\quad G_A \cdot i_A^2 = \frac{1}{2} G [l_a \cdot l_R + l'_a \cdot l'_R]$.

(A suivre).

Reconstruction du pont du Mont-Blanc, à Genève.

Le précédent Conseil Municipal fut nanti par le précédent Conseil Administratif, dans sa séance du *2 juillet 1901*, de trois projets de reconstruction du pont du Mont-Blanc[1], à savoir :

1. Projet Autran (métallique) coût primitif. Fr. 950,000
   réduit ultérieurement par suite de la
   baisse des fers à . . . . . » 850,000
2. Projet Poujoulat (béton armé) coût . . » 650,000
3. Projet Schmiedt (métallique) . . . . » 820,000

Le Conseil Administratif d'alors proposait le vote d'un crédit de fr. 600,000, destiné à la reconstruction du tablier du pont du Mont-Blanc d'après le projet Poujoulat en béton armé, système Hennebique, la différence de fr. 50,000 entre le devis Poujoulat et le crédit représentant la subvention de la Compagnie générale des tramways électriques.

La Commission de l'ancien Conseil Municipal, auquel cette proposition avait été renvoyée, fut nantie, au cours de ses travaux, de trois projets supplémentaires pour le pont du Mont-Blanc, à savoir :

[1] Voir N° du 20 avril 1902, page 99.