

**Zeitschrift:** Bulletin technique de la Suisse romande  
**Band:** 26 (1900)  
**Heft:** 2

**Artikel:** De l'encastrement des poutres et dalles en béton armé  
**Autor:** Schüle, F.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-21447>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 27.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Bulletin Technique de la Suisse Romande

ORGANE EN LANGUE FRANÇAISE DE LA SOCIÉTÉ SUISSE DES INGÉNIEURS ET ARCHITECTES. — PARAISSANT DEUX FOIS PAR MOIS

Rédacteur en chef et Editeur responsable : E. IMER-SCHNEIDER, Ingénieur-Consell, GENÈVE, Boulevard James-Pazy, 8

**SOMMAIRE :** De l'encastrement des poutres et dalles en béton armé (*Prof. Schüe*). — Exposition Universelle (Exposition de la Ville de Genève). — Tunnel du Simplon (Rapport mensuel). — Ecole des Beaux-Arts de la Ville de Genève. — Réunion de la G. e. P. (3 phot. instant.). — Dix ans de science (*D<sup>r</sup> Guillaume*). — Bibliographie.

**ILLUSTRATIONS :** Bâtiment des turbines à la Coulouvrenière. — Bâtiment des turbines à Chèvres. — Instantanés. — Une planche aquarelle : ornementation architecturale.

## De l'encastrement des poutres et dalles en béton armé



ES solives et les fers **I** usités généralement dans la construction des planchers ont une section constante qui n'est pleinement utilisée que dans leur partie médiane, le calcul étant fait en supposant ces poutrelles librement appuyées à leurs extrémités. Si cette condition ne se trouve pas réalisée en exécution, il ne peut en résulter qu'une diminution du travail de ces poutrelles au milieu de la portée, l'encastrement plus ou moins parfait réalisé aux extrémités ne pouvant pas fatiguer celles-ci. Du reste, à l'exemple de ce qui s'est fait pour les poutres de ponts ou de charpentes de grandes dimensions, le constructeur s'est parfois appliqué à réaliser l'appui libre à l'aide de plaques appropriées destinées à répartir sur une surface bien définie des murs, les réactions du plancher. L'invention du béton armé a produit une révolution dans la construction des planchers et malgré bien des questions théoriques non encore résolues, les avantages de l'emploi judicieux du béton de ciment et du fer se démontrent par des applications toujours plus nombreuses. A sécurité égale, la solution qui se verra préférée sera la plus économique. A cet égard une lutte assez vive est engagée entre les inventeurs et propagateurs des divers systèmes de béton armé, et les architectes ne pourraient que s'en féliciter si la durée d'une construction et sa sécurité n'étaient pas appelées à payer les frais de la concurrence. Divers faits récents ont attiré l'attention de l'auteur de cette étude, sur la question très importante de l'appui et de l'encastrement des planchers en béton armé, et l'ont convaincu de l'utilité qu'il y a de mettre chacun à même de s'éclairer sur ce sujet.

Le plancher en béton armé est un monolithe formé d'une simple dalle d'épaisseur uniforme, si l'espace à recouvrir est exigu, ou d'une dalle munie de nervures parallèles placées à sa partie inférieure dans les cas habituels. Chaque nervure avec les deux demi-panneaux de dalle adjacents constitue la poutre proprement dite en béton armé et s'appuie à ses extrémités sur des murs ou sur des colonnes, parfois aussi sur d'autres nervures ou poutres principales ; la dalle qui relie les nervures et fait corps avec celles-ci est le second élément de résistance du plancher ; poutre et dalle sont sollicitées à la flexion par la charge permanente et les surcharges. La détermination des tensions intérieures dans le béton et dans les barres de fer ou d'acier englobées dans

celui-ci a été faite tout d'abord par des procédés plutôt empiriques, puis par des méthodes qui tiennent compte de l'élasticité du béton et du fer ; une des plus simples est celle qui a été donnée par M. le prof. Dr W. Ritter dans la *Schweiz. Bauzeitung*, vol. XXXIII, nos 5, 6 et 7, en 1899, dans son étude sur le système Hennebique. Nous nous proposons d'examiner les conditions de résistance des appuis des poutres en béton armé puis celles des dalles qui relient les nervures.

**Appuis des poutres en béton armé.** — Nous prenons comme poutre-type celle du système Hennebique, la plus connue et la plus fréquemment usitée jusqu'ici. En désignant par  $p$  la charge totale par mètre courant et en supposant des appuis libres, le moment fléchissant au milieu est donné par la formule  $M = \frac{pl^2}{8}$  où  $l$  est la distance des appuis ; c'est le cas des poutres d'une terrasse, d'une toiture reposant simplement sur des murs, sans ancrage des extrémités. Dans les planchers des divers étages, la nervure de la poutre pénètre dans le mur, parfois sur toute l'épaisseur de celui-ci et un encastrement se produit. C'est pour ce motif que le moment fléchissant au milieu est diminué dans les calculs ; on lui donne la valeur  $M = \frac{pl^2}{10}$ . Cette réduction est justifiée, mais elle entraîne la nécessité de vérifier les dimensions de la poutre à ses abouts. C'est ce qu'a fait remarquer M. Ritter avec raison dans son étude ; toutefois les exemples de calcul qu'il donne pour démontrer que les sections adoptées en général sont insuffisantes ne répondent pas à la réalité ; en effet, il ne peut être exact de prendre comme moment d'encastrement le moment  $\frac{pl^2}{10}$ , égal mais de sens contraire à celui qui correspond au milieu de la poutre ; l'encastrement parfait des deux extrémités ne donne qu'un moment  $-\frac{pl^2}{12}$  et pour ce cas le moment au milieu n'est que  $\frac{pl^2}{24}$ . Au moment  $\frac{pl^2}{10}$  au milieu de la poutre correspond un moment d'encastrement  $-\frac{pl^2}{40}$  et non pas  $-\frac{pl^2}{10}$ . D'autre part, la nervure seule pénètre dans le mur ; la dalle adjacente est simplement appuyée sur une faible saillie du mur ; ce n'est donc pas la section en **T** mais la section de la nervure, y compris l'épaisseur de la dalle, qui doit servir de base au calcul de la section d'encastrement. En reprenant le second exemple donné par M. Ritter, on a donc une section symétrique :

sa surface est :

$$16 \times 35 + 20 \times 6,2 = 684 \text{ cm}^2;$$

le moment d'inertie est de :

$$\frac{16 \times 35^3}{12} + \frac{20}{2} \times 62 = 57170 + 26071 = 83241 \text{ cm}^4;$$

le moment de résistance est :

$$\frac{83241}{17,5} = 4756 \text{ cm}^3;$$

et pour le moment :

$$\frac{pl^2}{40} = 89600 \text{ cm}^3;$$

le travail du béton devient :

$$\sigma_d = \frac{89600}{4756} = 18,8 \text{ kg.} = \sigma_z$$

quant au fer il a à supporter une force de :

$$\frac{89600}{27} = 3320 \text{ k.}$$

correspondant à un travail :

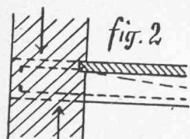
$$\sigma_e = 535 \text{ k.}$$

la résistance du béton tendu étant négligée.

L'encastrement complet donnerait pour le travail du béton sur la fibre extérieure  $\sigma_d = 62,5 \text{ k./cm}^2$ .  
du fer à l'extension  $\sigma_e = 1780 \text{ k./cm}^2$ .

La situation est donc sensiblement moins grave que d'après M. Ritter, puisque le travail du fer indiqué à  $2362 \text{ k./cm}^2$ , varie en fait suivant la nature de l'encastrement entre 535 et  $1780 \text{ k./cm}^2$ , ce dernier chiffre répondant à l'encastrement parfait.

Il y a lieu maintenant de rechercher quel peut bien être entre les limites 0 et  $\frac{pl^2}{12}$  le moment probable d'encastrement. Cette étude donnera, suivant les cas, des résultats très variables, mais on peut fixer approximativement les conditions à réaliser pour avoir un encastrement parfait. Prenons



le cas où la nervure traverse le mur sur toute son épaisseur (fig. 2), supposons que les barres formant armature soient convenablement scellées pour qu'il n'y ait pas de glissement de ces barres dans leur gaine de béton. Le

centre de la compression exercée sur le mur peut être pris au tiers de son épaisseur, en sorte que toute la surface inférieure de l'appui soit comprimée; l'encastrement ne sera parfait que si les faces latérales et supérieures de la nervure encastrée donnent une réaction dont le moment fléchissant, par rapport au centre de l'appui inférieur, soit égal au moment d'encastrement parfait, la résistance du mur à l'extension étant négligée. En désignant par  $Q$  cette réaction,  $b$  l'épaisseur du mur, nous devons avoir la relation :

$$\frac{Qb}{3} = \frac{pl^2}{12}, \text{ d'où } Q = \frac{pl^2}{4b}.$$

**Premier exemple:** Nervures espacées de  $1^m,5$ ;  $p = 3,5^t$  par mètre courant;  $l = 3^m,2$ ,  $b = 0^m,45$ , nous trouvons  $Q = 19,9$  tonnes,

C'est le poids du mur qui donne cette réaction; il faut donc environ  $10^m,3$  de mur pour assurer l'encastrement

parfait; la section du mur qui intéresse une nervure est de  $1,50 \times 0,45 = 0^m,675$ ; il faudrait donc environ  $15^m$  de hauteur de mur plein pour assurer dans les conditions favorables un encastrement parfait, ou une charge égale de murs et de planchers.

**Deuxième exemple:** Nervures espacées de  $1^m,5$ ;  $p = 3,7^t$  par mètre courant;  $l = 6^m,40$ ;  $b = 0^m,60$ ; nous trouvons  $Q = 63,1$  tonnes soit  $32^m,3$  de mur. La section du mur étant  $1,5 \times 0,6 = 0^m,9$ , il faudrait une hauteur de mur plein de 35 mètres ou tout autre charge de cette importance.

Nous voyons donc que malgré les circonstances assez favorables supposées dans ce qui précède, l'encastrement parfait ne peut pas être réalisé sans des ancrages spéciaux et coûteux. Le travail du béton et du fer dans la section d'encastrement est donc toujours fortement au-dessous de la limite supérieure donnée par l'encastrement parfait. Exiger autant de résistance dans la section au ras du mur qu'au milieu de la poutre est une exagération inutile.

Il y a, par contre, dans les planchers intermédiaires d'un édifice, encastrement partiel des extrémités des poutres noyées dans la maçonnerie, et le constructeur en béton armé qui voudrait éviter cet encastrement partiel en calculant sa poutre pour le moment fléchissant  $\frac{pl^2}{8}$  en son milieu,

sans se préoccuper des sections extrêmes, risquerait fort (et cela s'est vu) de voir une déchirure se produire au ras du mur et compromettre sa construction. La poutre Hennebique, dont toutes les armatures sont placées au bas de la nervure, vers le milieu de la travée, et dont la moitié de celles-ci sont relevées vers les extrémités, présentera en général une résistance suffisante à ses extrémités pour le moment d'encastrement partiel qui se produira.

Rappelons enfin que l'encastrement partiel correspond à une petite inclinaison de la fibre neutre aux extrémités de la poutre; cette inclinaison qui pour des appuis libres est

$$tg\alpha = \frac{pl^3}{24EI}$$

devient pour un moment d'encastrement  $\frac{pl^2}{40}$

$$tg\alpha = \frac{0,7pl^3}{24EI}$$

et pour un moment d'encastrement  $\frac{pl^2}{20}$

$$tg\alpha = \frac{0,4pl^3}{24EI};$$

il n'y a que l'encastrement parfait

$$\frac{pl^2}{12} \text{ qui donne } tg\alpha = 0;$$

ces valeurs supposent un moment d'inertie constant de la poutre ce qui n'est qu'imparfaitement réalisé puisque la position des armatures varie suivant les sections. Cette inclinaison pourra dans certains cas provoquer une légère fissure du mur à l'opposé du plancher en béton armé.

**Dalles en béton armé.** — Il s'agit d'examiner les conditions de résistance des dalles faisant corps avec les nervures et sollicitées à la flexion entre celles-ci. Dans le système Hennebique, ces dalles ont une épaisseur uniforme, les

armatures en fer rond sont disposées parallèlement, la moitié suit la fibre inférieure à faible distance, l'autre moitié est disposée près de la fibre inférieure dans la partie médiane et relevée sur les nervures. C'est une disposition analogue à celle des armatures dans les nervures; le calcul se fait d'une façon semblable en tenant un peu compte de la continuité et en appliquant pour le moment fléchissant, au milieu de la dalle, la formule  $M = \frac{pl^2}{10}$ . Les

dimensions obtenues sont relativement fortes et ont conduit les inventeurs du système, par raison d'économie, à ne pas dépasser 2<sup>m</sup>5 à 3<sup>m</sup> pour l'espacement des nervures; à cause de la continuité plus considérable que ne l'admet le calcul, ces dalles présentent une résistance plus grande que celle qui résulte du calcul précédent; cette augmentation de sécurité se trouve pleinement justifiée si l'on remarque que les surcharges concentrées et les chocs peuvent provoquer une répartition très différente des tensions à l'intérieur de la dalle. L'emploi d'étriers qui complètent les armatures assure une transmission rationnelle des efforts tranchants sur les appuis.

On comprend que la marge importante de sécurité que présentent les dalles dont nous venons de parler puisse, par motif d'économie, être sensiblement réduite et il ne faut pas s'étonner que d'autres systèmes aient vu le jour, basés sur l'économie à réaliser sur la dalle Hennebique. Un système récent a franchi d'un bond cette marge de sécurité en calculant ses dalles intermédiaires comme si l'encastrement aux extrémités était parfait, c'est-à-dire pour un moment de flexion  $M = \frac{pl^2}{24}$  au milieu de la dalle; nous voulons parler de la dalle système Kœnen inventée en 1897. Cette dalle est d'épaisseur uniforme jusque près des fers I qui la supportent; puis son épaisseur augmente par un arrondi de la fibre inférieure en sorte que le raccord de la dalle se fait sur toute la hauteur des fers à I. L'armature est formée de fers ronds parallèles, placés près de la fibre inférieure dans le milieu de la dalle et se relevant graduellement vers les extrémités, de manière à passer sur l'aile supérieure des fers I, sur le bord opposé de laquelle ces armatures sont recourbées.

Examinons les conditions de résistance de ces deux types de dalles.

Les charges, abstraction faite du poids permanent dont le rôle est secondaire, sont soit uniformément réparties sur toute la portée de la dalle, soit concentrées et placées en divers points de celle-ci; en désignant par  $p$  la charge par mètre courant, la charge totale uniformément répartie est  $pl$ , le moment au milieu d'une dalle non continue est  $\frac{pl^2}{8}$ ; le même moment sera produit par la charge concentrée  $P = \frac{pl}{2}$ ; nous supposons donc, comme cas extrêmes, celui de la surcharge uniforme  $p$  par mètre courant et celui de la charge  $P$  circulant sur la dalle. Pour la surcharge uniformément répartie, la courbe des moments fléchissants est une parabole; suivant que les appuis sont libres ou parfaitement

encastrés le moment au milieu varie de  $\frac{pl^2}{8}$  à  $\frac{pl^2}{24}$  et le moment aux extrémités de 0 à  $-\frac{pl^2}{12}$ . La condition de l'encastrement parfait est l'invariabilité de la tangente sur appui; les nervures en béton armé ou en fer I doivent, pour réaliser cet encastrement, être capables de résister sans aucune déformation élastique au moment de torsion qui les sollicite, ce qui n'est le cas qu'à leurs extrémités noyées dans la maçonnerie. La continuité de trois dalles successives de même portée donne pour la charge uniformément répartie, les résultats suivants:

la dalle centrale seule chargée, moments:

$$\frac{pl^2}{13,33} \text{ au milieu; } -\frac{pl^2}{20} \text{ sur appuis;}$$

les trois dalles chargées:

$$\frac{pl^2}{40} \text{ au milieu; } -\frac{pl^2}{10} \text{ sur appuis.}$$

Tant que l'invariabilité de la tangente sur les appuis n'aura pas été démontrée, la condition la plus favorable de résistance d'une dalle Hennebique ou Kœnen résulte de l'hypothèse de la continuité et alors le moment fléchissant maximum au milieu de la dalle est  $\frac{pl^2}{13,33}$ ; prétendre calculer une dalle pour le moment  $\frac{pl^2}{24}$  est une témérité injustifiée.

La surcharge concentrée  $P = \frac{pl}{2}$  donne le moment  $\frac{pl^2}{8}$  au milieu d'une dalle discontinue; si nous supposons les extrémités parfaitement encastées et que nous fassions circuler la force d'un bout à l'autre de la dalle, nous trouvons au droit de la force des moments:

$$\frac{pl^2}{83,6} \quad \frac{pl^2}{28,3} \quad \frac{pl^2}{18,2} \quad \frac{pl^2}{16}$$

suivant que la force agit au  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{1}{2}$  de la portée; les moments d'encastrement correspondants sont sur l'appui voisin de la force

$$-\frac{pl^2}{21}, -\frac{pl^2}{14,2}, -\frac{pl^2}{13,6}, -\frac{pl^2}{16}$$

le moment le plus fort  $-\frac{pl^2}{13,5}$  étant produit quand la force agit au  $\frac{1}{8}$  de la portée. L'invariabilité de la tangente aux extrémités n'existant pas dans la partie médiane des nervures; les résultats qui précèdent sont trop favorables en ce qui concerne le moment maximum au milieu de la dalle. Dans le cas de trois dalles successives continues, une charge concentrée  $P = \frac{pl}{2}$  agissant au milieu de la dalle médiane, produit en ce point un moment fléchissant:  $\frac{pl^2}{11,43}$  et sur les appuis les moments  $-\frac{pl^2}{26,67}$ . Les conditions de résistance de la dalle sont plus défavorables que pour la charge uniformément répartie  $p$  par mètre courant, bien que la charge totale soit moitié moindre.

Pour établir une comparaison entre les tensions intérieures provoquées par les moments ci-dessus dans les deux systèmes de dalles, nous devons admettre que la même méthode de calcul est appliquée, ainsi que les mêmes limites de travail d'extension du fer et de compression du



béton ; les dimensions des deux types de dalles, répondent au milieu de celles-ci aux moments

$$\frac{pl^2}{10} \text{ (Hennebique) et } \frac{pl^2}{24} \text{ (Kœnen)}$$

alors que ces moments peuvent atteindre  $\frac{pl^2}{13}$  et  $\frac{pl^2}{11,4}$  comme nous l'avons vu précédemment pour les deux cas de surcharges considérés.

Dans l'axe du support (nervure en béton armé ou fer I) la dalle Hennebique résiste sans tenir compte de la nervure au moment  $\frac{pl^2}{20}$ , mais cette valeur se trouve sensiblement augmentée par la nervure ; la dalle Kœnen présente sur les appuis une hauteur assez grande pour résister aux moments indiqués plus haut. Il suffirait d'étendre et d'arrondir le congé qui relie la dalle Hennebique à ses nervures pour qu'elle se présente dans des conditions plus favorables à proximité des appuis.

Cette comparaison des deux systèmes de dalles, dans le cas de la continuité de celles-ci sur les nervures, n'a été faite que pour les deux cas qui donnent le moment maximum au milieu de la dalle considérée, mais cette étude présenterait un véritable intérêt à être étendue aux cas où la surcharge est disposée seulement sur les dalles adjacentes ; le moment fléchissant sur toute l'étendue de la dalle médiane non chargée devient négatif et peut atteindre  $-\frac{pl^2}{20}$  dans le cas de trois dalles de même portée. Dans la dalle Hennebique calculée pour le moment  $+\frac{pl^2}{10}$  le moment de flexion négatif  $\frac{pl^2}{20}$  provoquera des tensions du béton de  $+15 \text{ k. au plus par cm}^2$  (si  $-30 \text{ k.}$  est la limite admissible à la compression), dans la dalle Kœnen calculée pour le moment  $+\frac{pl^2}{24}$ , le moment  $-\frac{pl^2}{20}$  provoquera un

travail d'extension dans le béton de  $+36 \text{ k./cm}^2$ . Le poids propre corrige un peu ces résultats, mais d'une manière très peu appréciable, surtout dans la dalle Kœnen.

Quant aux efforts tranchants, leur transmission dans la dalle Hennebique est assurée d'une façon rationnelle, grâce aux étriers, pour une position quelconque de la surcharge. Dans la dalle Kœnen, il n'y a qu'un seul cas, celui de la charge uniformément répartie totale où le polygone funiculaire coïncide à peu près avec la position des armatures et rend une disposition spéciale inutile pour la transmission des efforts aux appuis ; dans tous les autres cas, spécialement pour les charges concentrées, cette disposition fait entièrement défaut.

Nous devons donc conclure que l'économie notable qui résulterait de l'emploi de dalles Kœnen est faite au détriment de la sécurité et de la durée de ces dalles, comparées aux dalles Hennebique.

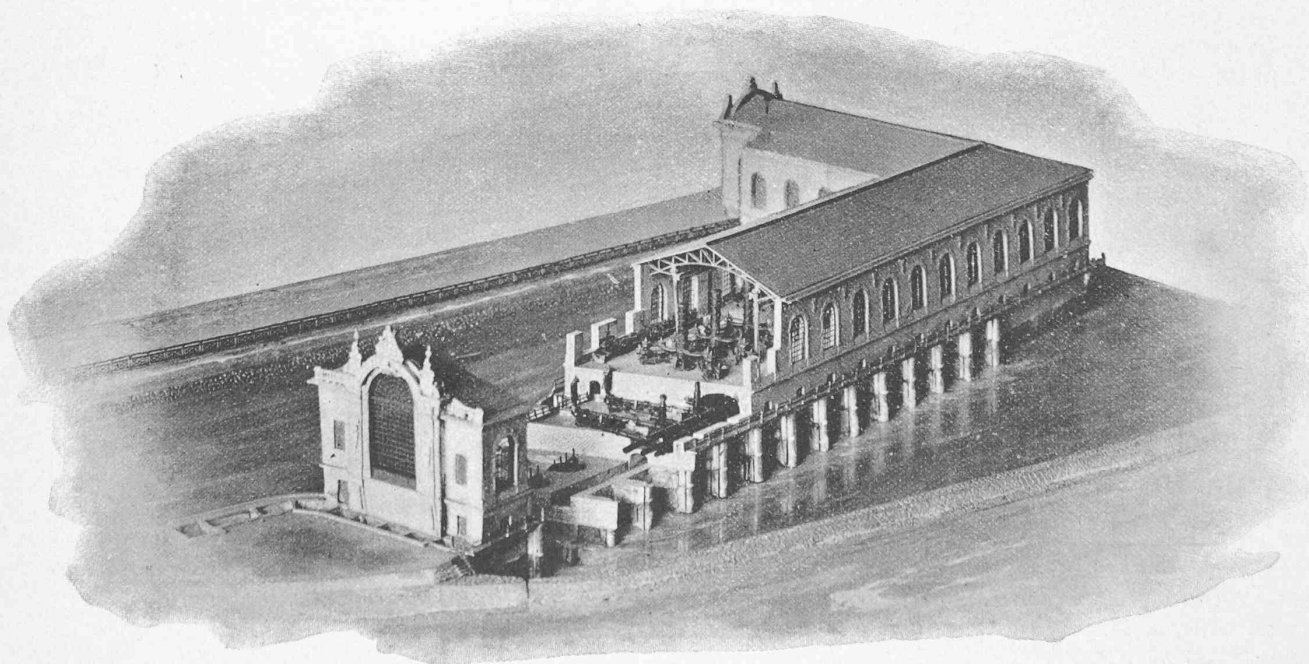
Prof. F. SCHÜLE.

Lausanne, 19 mai 1900.

## EXPOSITION UNIVERSELLE PARIS 1900

### Modèles exposés par la Ville de Genève

La Ville de Genève a fait exécuter, pour les faire figurer au Salon d'honneur d'électricité de l'Exposition universelle de Paris, deux reliefs représentant au 1/250 les usines de la Coulouvrenière et de Chèvres. Les dessins d'exécution et la direction générale du travail ont été l'œuvre des Services Industriels de la Ville ; l'exécution a été confiée à Monsieur Jacob Maurer, mécanicien, qui,



USINE HYDRAULIQUE DE LA COULOUVRENIÈRE