Zeitschrift: Bulletin de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes

Band: 14 (1888)

Heft: 5

Titelseiten

14e ANNÉE AOUT 1888 No 5

BULLETIN

DE LA SOCIÉTÉ VAUDOISE

DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

PARAISSANT 8 FOIS PAR AN

CHEMINS DE FER FUNICULAIRES

RECHERCHES SUR LA TENSION
LE FLOTTEMENT ET LA COMPENSATION DU POIDS DES CABLES

par HENRI LADAME, ingénieur.

I

Considérations générales. Courbe des tensions.

La courbe théorique que forme une corde suspendue librement par ses extrémités, est une chaînette qui a pour équation :

$$y = \frac{b}{2}\left(e^{\frac{x}{b}} + e^{-\frac{x}{b}}\right)$$

mais les câbles ne possèdent pas une flexibilité parfaite, ensorte que cette équation ne représente pas rigoureusement la courbe qu'ils décrivent. Cette considération suffit à elle seule pour justifier l'emploi d'une formule plus simple, qu'on obtient en ne tenant compte que d'un certain nombre des termes de la série

$$e^{\frac{x}{b}} = 1 + \frac{x}{b} + \frac{x^2}{2\,b^2} + \ldots$$

En développant cette série jusqu'au troisième terme, ce qui donne une approximation suffisante, ainsi que nous le verrons plus loin, on arrive à une expression de la forme

$$y_1 = \frac{x_1{}^2}{2\,c}$$

équation d'une parabole rapportée à son sommet, et dont le paramètre est $2c$.

Si l'on prend pour origine le point A dont les coordonnées sont a et h (fig. 1)

$$x_1 = a - x \qquad y_1 = h - y \qquad c = \frac{a^2}{2\,h}$$

et l'on a pour équation générale de la courbe cherchée :

$$y = \frac{2\,h}{a}\,x - \frac{h}{a^2}\,x^2$$

Soit T l'effort de traction qu'un câble librement suspendu exerce sur ses points d'attache supposés de niveau.

H et V les composantes horizontale et verticale de cette force.

α l'angle qu'elle fait avec l'horizon.

p le poids du câble par mètre courant.

2 L la longueur de ce câble.

a et h les coordonnées du point S, sommet de la parabole qu'il décrit.

Le poids du câble étant $2p$L, et la longueur de l'arc AS, $\mathrm{L} = a + \frac{2}{3}\,\frac{h^2}{a}$

$$\mathrm{V} = \mathrm{T}\,sin\,\alpha = p\,\mathrm{L} = p\left(a + \frac{2}{3}\,\frac{h^2}{a}\right) \qquad (1)$$

et

$$\mathrm{H} = \mathrm{T}\,cos\,\alpha = \frac{a}{2\,h}\,\mathrm{V} \qquad (2)$$

d'où

$$\frac{\mathrm{T}}{p} = \left(\frac{a}{2h} + \frac{h}{3a}\right)\sqrt{4h^2 + a^2}$$

pour un point C quelconque, H étant constant, $\mathrm{V}' = \frac{a}{h}\,\frac{h'}{a'}\,\mathrm{V}$

et

$$\mathrm{T}' = \mathrm{V}\,\frac{a}{h}\sqrt{\left(\frac{h'}{a'}\right)^2 + \frac{1}{4}}$$

mais

$$\frac{h'}{a'} = \frac{h}{a^2}\,(a - x')$$

d'où

$$\mathrm{T}' = \mathrm{V}\,\frac{a}{h}\sqrt{\frac{h^2}{a^4}\,(a - x')^2 + \frac{1}{4}}$$

pour $x' = a$

$$\mathrm{T}_0 = \mathrm{H} = p\left(\frac{a^2}{2\,h} + \frac{h}{3}\right) \qquad (3)$$

T'—H varie donc de o à T—H. Cette force est la composante, suivant la tangente à un point donné, du poids de la partie du câble comprise entre le sommet de la courbe (S) et le point considéré.

q' q'' q''' étant les composantes du poids des différents éléments ds d'une courbe quelconque, suivant leur inclinaison ε' ε'' ε'''

$$q' = p\,ds\,sin\,\varepsilon'$$
$$q'' = p\,ds\,sin\,\varepsilon''$$
$$q''' = p\,ds\,sin\,\varepsilon'''$$
$$\vdots$$

$$\mathrm{T} - \mathrm{H} = \Sigma\,(q) = p\int sin\,\varepsilon\,ds$$

or

$$tg\,\varepsilon = \frac{dy}{dx} \qquad \text{d'où} \qquad sin\,\varepsilon = \frac{dy}{dx\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}$$