

Zeitschrift: Bulletin de la Société vaudoise des ingénieurs et des architectes
Band: 4 (1878)
Heft: 4

Artikel: Coups de bélier dans les conduites: étude des moyens employés pour en atténuer les effets
Autor: Michaud, J.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-5907>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 11.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN

DE LA SOCIÉTÉ VAUDOISE

DES INGÉNIEURS ET DES ARCHITECTES

PARAISANT 4 FOIS PAR AN

Prix de l'abonnement annuel : pour la SUISSE, 3 fr.; pour l'ÉTRANGER, 3 fr. 50 cent.

Pour les abonnements et la rédaction, s'adresser à M. Georges Bridel éditeur, place de la Louve, à Lausanne.

Sommaire : Coups de bélier dans les conduites, par J. MICHAUD, ingénieur. (*Suite et fin.*) — Note supplémentaire à la notice sur les chemins de fer de la Suisse Occidentale, par J. MEYER, ingénieur, — Murs de soutènement, avec une planche. (*Réd.*) — Société suisse des ingénieurs et des architectes. (*Réd.*) — Société vaudoise des ingénieurs et des architectes. (*Réd.*) — Bulletin bibliographique. (*Réd.*)

COUPS DE BÉLIER DANS LES CONDUITES

ÉTUDE DES MOYENS EMPLOYÉS POUR EN ATTÉNUER LES EFFETS

par J. MICHAUD, ingénieur.

(*Suite et fin.*)2^o Fermetures lentes en présence d'une chambre d'air.

Nous allons rechercher quels sont les effets d'une fermeture lente et régulière dont la durée est T , combinée avec la présence d'une chambre d'air.

L'eau, arrivant à l'extrémité de la conduite et y trouvant un orifice qui se rétrécit peu à peu, entrera dans la chambre d'air et y créera une surpression qui devra être suffisante pour détruire la puissance vive de la colonne d'eau en mouvement. Cette surpression sera nulle au commencement de la fermeture et ira d'abord en s'accroissant, puis variera selon une loi que le calcul suivant va nous faire connaître.

Reprenant la figure 1 nous avons, en négligeant les pertes de charge :

$$mu \, du = Sp_e u \, dt - Sp_e \frac{x_e}{x} u \, dt$$

$$\text{ou} \quad m \, du = Sp_e \, dt - Sp_e \frac{x_e}{x} \, dt$$

$$\text{posant} \quad \frac{Sp_e}{m} = a \quad \text{et} \quad \frac{Sp_e x_e}{m} = b \quad \text{il vient :}$$

$$1) \quad \frac{du}{dt} = a - \frac{b}{x}$$

L'égalité entre le débit dans la conduite avant la chambre d'air d'une part, et ceux qui existent dans la chambre et à travers l'orifice d'autre part, donne l'équation suivante :

$$2) \quad Su = -S' \frac{dx}{dt} + Su_1 \left(1 - \frac{t}{T}\right)$$

Pour la facilité du calcul nous négligeons, en écrivant cette équation, l'influence qu'a sur le débit par l'orifice la variation de la pression qui résulte du fait qu'il est entré de l'eau dans la chambre d'air ou qu'il en est sorti. Cela revient à supposer

que la vitesse de fermeture de l'orifice, toujours supposé rectangulaire, n'est pas parfaitement constante.

Remarquons en passant que cette équation 2) ne s'applique au problème que pour les valeurs de t comprises entre 0 et T , en sorte que toute solution qui donnerait à t une valeur négative ou supérieure à T est une solution algébrique, qui n'a rien de commun avec le mouvement de l'eau et les pressions dans la conduite.

$$\text{Posant ensuite} \quad 1 - \frac{t}{T} = y$$

$$\text{d'où} \quad -dt = T \, dy$$

les équations 1) et 2) deviennent

$$3) \quad \frac{du}{dy} = T \left(\frac{b}{x} - a \right)$$

$$4) \quad u = \frac{S'}{ST} \frac{dx}{dy} + u_1 y$$

éliminant dy entre 3) et 4) on a

$$u \, du = \frac{S'}{S} \left(\frac{b}{x} - a \right) dx + u_1 y \, du$$

$$5) \quad \int_{u_1}^u u \, du = \frac{S'}{S} \int_{x_1}^x \left(\frac{b}{x} - a \right) dx + u_1 \int_{u_1}^u y \, du$$

$$\text{or} \quad \int_{u_1}^u y \, du = uy - u_1 y_1 - \int_{y_1}^y u \, dy$$

et d'après l'équation 4)

$$\begin{aligned} \int_{y_1}^y u \, dy &= \frac{S'}{ST} \int_{x_1}^x dx + u_1 \int_{y_1}^y y \, dy \\ &= \frac{S'}{ST} (x - x_1) + \frac{u_1}{2} (y^2 - y_1^2) \end{aligned}$$

L'intégrale 5) se résout donc comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{u^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} &= \frac{S'}{S} b \text{Log} \frac{x}{x_1} - \frac{S'}{S} a (x - x_1) \\ &+ u_1 uy - u_1^2 y_1 - \frac{S' u_1}{ST} (x - x_1) - \frac{u_1^2}{2} (y^2 - y_1^2) \end{aligned}$$

Conservant dans le second membre les termes en x le premier devient

$$\frac{1}{2} (u^2 - 2u_1 uy + u_1^2 y^2) - \frac{1}{2} (u_1^2 - 2u_1^2 y^2 + u_1^2 y_1^2)$$

$$= \frac{1}{2} (u - u_1 y)^2 - \frac{1}{2} u_1^2 (1 - y_1)^2$$

$$\text{Or} \quad 1 - y_1 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{donc} \quad \frac{1}{2} (u - u_1 y)^2 &= \frac{1}{2} \frac{S'^2}{S^2 T^2} \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 \\ &= \frac{S'}{S} b \log \frac{x}{x_1} - \frac{S'}{S} \left(a + \frac{u_1}{T} \right) (x - x_1) \quad \text{et} \\ \left(\frac{S'}{S} \right)^2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 &= 2 \frac{S'}{S} b \log \frac{x}{x_1} - \frac{2S'}{S} \left(a + \frac{u_1}{T} \right) (x - x_1) \end{aligned}$$

remplaçant a et b par leurs valeurs :

$$\begin{aligned} \left(\frac{S'}{S} \right)^2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 &= \\ \frac{2}{m} \left[V_e p_e \log \frac{p_e}{p} - p_e (V - V_e) - \frac{m u_1}{TS} (V - V_e) \right] \end{aligned}$$

Pour les mêmes raisons et dans les mêmes circonstances que nous avons déjà rencontrées dans l'étude des chambres d'air, nous pourrions substituer à

$$V_e p_e \log \frac{p_e}{p} - p_e (V - V_e)$$

la valeur approchée $(V_e - V) \frac{p - p_e}{2}$ et nous aurons

$$6) \quad \frac{dx}{dt} = \frac{S}{S'} \sqrt{\left(\frac{2u_1}{TS} - \frac{p - p_e}{m} \right) (V_e - V)}$$

$\frac{dx}{dt}$ est la vitesse de l'eau qui entre dans la chambre d'air ou qui en sort. On sait *a priori* que cette vitesse doit être nulle, soit à l'origine de la fermeture, au moment où le volume de la chambre est V_e , soit à l'instant où la pression ayant atteint un maximum de valeur, s'il y en a un, l'eau change le sens de son mouvement pour ressortir de la chambre.

L'équation 6) montre que la vitesse $\frac{dx}{dt}$ est bien nulle pour $V = V_e$ et qu'elle l'est en outre lorsque

$$\frac{2u_1}{TS} = \frac{p - p_e}{m}$$

Désignons par p_2 le maximum de pression atteint quand $\frac{dx}{dt} = 0$, par V_2 le volume correspondant, enfin par H_{max} le maximum de surpression, en sorte que

$$1000 H_{max} = p_2 - p_e$$

On aura donc

$$\text{IX} \quad H_{max} = \frac{2 m u_1}{1000 TS} = \frac{2 L u_1}{g T}$$

Il résulte de la comparaison des formules VIII et IX que si la valeur de H_{max} trouvée ci-dessus se produit pendant la durée de la fermeture, c'est-à-dire pendant que t est compris entre 0 et T , la surpression causée par un coup de bélier en présence d'une chambre d'air sera, toutes choses égales d'ailleurs, le double de ce qu'elle serait en l'absence de ce genre d'appareil modérateur, si l'eau et les parois de la conduite étaient dépourvues d'élasticité. On voit en outre que le maxi-

mum de surpression produit par une fermeture lente est toujours le même, quel que soit le volume de la chambre d'air dont il est indépendant, à la condition toutefois qu'il ait lieu avant l'achèvement de la fermeture.

Cherchons donc à quel moment le maximum de surpression se produit, afin de bien constater si c'est dans l'intervalle de temps compris de 0 à T .

Dans l'hypothèse, déjà admise, de la substitution d'une droite à l'hyperbole représentative des variations de la pression dans la chambre d'air, on a :

$$\frac{p - p_e}{p_2 - p_e} = \frac{H}{H_{max}} = \frac{V_e - V}{V_e - V_2}$$

l'équation 6) devient

$$\frac{dx}{dt} = \frac{S}{S'} \sqrt{\frac{1000 H_{max}}{m (V_e - V_2)}} \sqrt{(V_e - V_2)(V_e - V) - (V_e - V)^2}$$

$$\text{or} \quad S'x = V \quad \text{d'où} \quad dx = \frac{dV}{S'} \quad \text{et}$$

$$dt = \frac{dV}{S \sqrt{\frac{1000 H_{max}}{m (V_e - V_2)}} \sqrt{(V_e - V_2)(V_e - V) - (V_e - V)^2}}$$

$$\text{posant} \quad (V_e - V_2) = a \quad \text{et} \quad V_e - V = z$$

$$\text{d'où} \quad -dV = dz$$

$$dt = - \frac{1}{S \sqrt{\frac{1000 H_{max}}{m (V_e - V_2)}}} \frac{dz}{\sqrt{az - z^2}}$$

Intégrant de 0 à t et de z_1 à z il vient :

$$t = - \frac{2}{S} \sqrt{\frac{m (V_e - V_2)}{1000 H_{max}}}$$

$$\times \left(\arctan \frac{z}{\sqrt{az - z^2}} - \arctan \frac{z_1}{\sqrt{az_1 - z_1^2}} \right)$$

$$\text{Or} \quad z_1 = V_e - V_e = 0$$

$$\text{donc} \quad t = \frac{2}{S} \sqrt{\frac{m (V_e - V_2)}{1000 H_{max}}}$$

$$\times \left(\arctan \frac{V_e - V}{\sqrt{(V_e - V_2)(V_e - V) - (V_e - V)^2}} \right)$$

$$\text{et 7) } t = \sqrt{\frac{2 (V_e - V_2) T}{Q}} \arctan \frac{1}{\sqrt{\frac{H_{max}}{H} - 1}}$$

H ne saurait être ni négatif ni supérieur à H_{max} puisque dans ces deux cas t devient imaginaire. Il ne se produit donc pas de dépression. En outre toutes les fois que H devient H_{max} on a :

$$8) \quad t_a = \sqrt{\frac{2 (V_e - V_2) T}{Q}} \arctan \infty$$

$$= n \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2 (V_e - V_2) T}{Q}}$$

n étant entier et impair.

L'équation 8) donne l'instant des maximums.

Quand H est devenu nul l'équation 7) donne

$$9) \quad t_b = \sqrt{\frac{2(V_e - V_2)T}{Q}} \arctan 0 \\ = n\pi \sqrt{\frac{2(V_e - V_2)T}{Q}}$$

n étant entier.

L'équation 9) donne l'instant des minimums.

Si donc on porte, dans la figure 8, comme abscisses les temps t et comme ordonnées les surpressions H correspondantes données par la formule 7), on aura une série d'ondulations parfaitement égales et symétriques, qui indiquent comment la pression varie avec le temps pendant la durée de la fermeture.

Dans la plupart des cas offerts par la pratique on peut calculer $V_e - V_2$ en posant simplement:

$$V_e - V_2 = V_e \frac{H_{max}}{h + \frac{p_0}{1000}} = V_e \frac{H_{max}}{h + 10} \\ \text{si } p_0 = 10000$$

En remplaçant $(V_e - V_2)$ et H_{max} par leurs valeurs respectives les équations 7) 8) et 9) deviennent:

$$7) \text{ bis } t = 2 \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}} \arctan \sqrt{\frac{1}{\frac{H_{max}}{H} - 1}}$$

$$8) \text{ bis } t_a = n\pi \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}} \quad n \text{ étant impair}$$

$$9) \text{ bis } t_b = 2 n\pi \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}} \quad n \text{ étant entier}$$

Appellant i l'intervalle de temps qui sépare l'instant d'un maximum de l'instant d'un minimum, on voit qu'il est égal à:

$$X \quad i = \pi \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}}$$

Cette formule assez curieuse et que je crois inédite, comme la plupart des développements qui précèdent ou qui suivent, montre que la durée des oscillations que subit la pression dans une conduite munie d'une chambre d'air dont on ferme lentement l'orifice débiteur, est régie par des lois tout à fait analogues à celles auxquelles obéit le pendule. L'intervalle i est en effet indépendant de la vitesse originelle de l'eau dans la conduite u , et de la durée de fermeture T . Il est proportionnel à la racine carrée du volume de la chambre d'air, ou plutôt de ce que nous définirons plus loin sous le nom de chambre élastique. On devait du reste s'attendre à ces résultats, puisque la chambre d'air est un ressort et que les oscillations d'un ressort sont isochrones.

Il serait intéressant de connaître la loi suivant laquelle la pression dans une chambre d'air varie avec le temps, pour le cas d'une fermeture instantanée.

Nous avons d'abord, en négligeant les pertes de charge,

$$\frac{1}{2} m u_1^2 - \frac{1}{2} m u^2 = S' (x_e - x) \frac{p - p_e}{2} \\ = S' (x_e - x) 1000 \frac{H}{2}$$

$$\text{or} \quad \frac{H}{H_2} = \frac{H}{H_{max}} = \frac{x_e - x}{x_e - x_2}$$

$$\text{donc} \quad u = \frac{S'}{S} \frac{dx}{dt} = u_1 \sqrt{1 - \left(\frac{x_e - x}{x_e - x_2}\right)^2}$$

$$\text{d'où} \quad dt = \frac{S'}{S u_1} \frac{dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{x_e - x}{x_e - x_2}\right)^2}}$$

et

$$t = \frac{S' (x_e - x_2)}{S u_1} \arcsin \frac{x_e - x}{x_e - x_2} = \frac{V_e - V_2}{Q} \arcsin \frac{H}{H_{max}}$$

ou

$$t = \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}} \arcsin \frac{H}{H_{max}}$$

Les valeurs possibles de H sont comprises entre $+H_{max}$ et $-H_{max}$. La durée qui sépare le moment d'un maximum de celui d'un minimum, ainsi que l'intervalle entre deux passages par la pression statique, ou par $H = 0$, est encore comme ci-dessus

$$i = \pi \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}}$$

Il en devait être ainsi puisque l'intervalle i donné par la formule X est indépendant de la durée de la fermeture et reste par conséquent le même lorsque cette durée est nulle.

Reprenant maintenant la figure 8, et l'hypothèse d'une fermeture lente, traçons à la hauteur

$$\frac{H_{max}}{2} = M = \frac{L u_1}{g T}$$

une parallèle à l'axe des t et rapportons-y la courbe tangentoïde que nous avons tracée.

Si la lettre \mathcal{H} désigne les ordonnées rapportées à ce nouvel axe, nous pourrions remplacer dans la formule 7) bis la valeur

$$2 \arctan \frac{1}{\sqrt{\frac{H_{max}}{H} - 1}}$$

$$\text{par} \quad \arcsin \frac{\mathcal{H}}{M} + \frac{\pi}{2}$$

et écrire

$$XI \quad t = \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}} \left(\arcsin \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_{max}} + \frac{\pi}{2} \right) \\ \text{puisque} \quad M = \mathcal{H}_{max}$$

Dans les deux cas étudiés jusqu'ici, d'une fermeture lente et d'une fermeture instantanée, on a donc en définitive une sinusoïde pour courbe représentative des variations de la pression en fonction du temps. Dans celui où la fermeture est instantanée, la sinusoïde décrit ses ondulations en dessus et en dessous de l'axe des t qui correspond à une surpression nulle, et dans le cas de la fermeture lente, ces ondulations se produisent en dessus et en dessous d'une parallèle à l'axe des t , tracée à une hauteur M égale à la surpression qui se produirait s'il n'y avait pas de chambre d'air et que l'eau et les parois de la conduite ne fussent pas élastiques.

Nous avons reconnu que, pour les fermetures lentes, le maximum de surpression qui est atteint par le fait de l'élasticité de la chambre d'air est le double de ce qu'il serait en l'absence de toute élasticité. Cherchons donc comment et dans quelle mesure il nous sera possible d'assimiler les effets de la double élasticité de l'eau et des parois de la conduite à ceux d'une certaine chambre d'air, et essayons d'en calculer le volume. Nous appellerons la chambre d'air idéale ainsi conçue *chambre*

élastique et son volume ajouté à celui de la chambre d'air réelle formera le volume de la *chambre élastique totale*.

En même temps que l'eau, arrêtée dans son mouvement par le rétrécissement de l'orifice, pénètre dans la chambre d'air et y accroît la pression, elle se loge aussi dans l'espace qui lui est livré par l'extension des parois de la conduite et par sa propre compressibilité. Les volumes créés ainsi le long de la conduite sont exactement proportionnels aux accroissements de pression, ce qui n'est semblablement vrai pour les volumes occupés par l'eau dans la chambre d'air que dans certaines limites, ainsi que nous l'avons vu : ces limites ne sont, il est vrai, généralement pas dépassées dans la pratique.

Il suffira donc, pour arriver à la capacité de la chambre élastique, de comparer les volumes occupés par l'eau en vertu des surpressions, soit dans la chambre d'air, soit tout le long de la conduite : c'est ce que nous allons faire, en supposant qu'il naisse à l'extrémité aval de la conduite une surpression de 10 mètres.

A. *Elasticité des parois*. — L'allongement du diamètre sera :

$$\Delta = \frac{R \times D}{E}$$

E est le coefficient d'élasticité des parois de la conduite ;

R la tension par unité de surface qu'une charge de dix mètres fait naître dans les parois ;

D le diamètre de la conduite.

L'accroissement de volume sur la longueur totale de la canalisation n'est pas proportionnellement le même dans tous les cas, parce que les surpressions se répartissent différemment suivant les diverses circonstances qui accompagnent la fermeture.

Lorsqu'on arrête un prisme rigide en mouvement, en lui opposant une force fixée à son extrémité, et qu'on étudie comment celle-ci transmet son effet d'une section transversale du prisme à l'autre, on voit immédiatement que les efforts transmis décroissent comme les masses qui restent devant eux et au mouvement desquelles ils s'opposent, c'est-à-dire proportionnellement aux longueurs. A la moitié de la longueur du prisme, il n'y a plus que la moitié de l'effort et aux $\frac{3}{4}$ de la longueur il ne reste plus que le $\frac{1}{4}$ de la force.

S'il s'agit d'une colonne liquide élastique, contenue dans un tube également élastique, on peut admettre que l'effort résistant ou la surpression se répartit de la même façon, mais à la condition toutefois que la fermeture soit lente, ou que, dans le cas d'une fermeture instantanée, la chambre d'air proprement dite soit relativement grande. Pour le prouver, admettons d'abord qu'il en soit effectivement ainsi. Le mouvement de la colonne entière est diminué, dans cette hypothèse :

1° En raison du travail qui lui est opposé à son extrémité inférieure et qu'on obtient en calculant le volume d'eau sorti par l'orifice ou entré dans la chambre d'air pendant le temps considéré, et le multipliant par les surpressions correspondantes ;

2° En raison du travail qui a été produit tout le long de la conduite par l'eau qui a trouvé logement soit en vertu du gonflement des parois, soit à cause de la compression même du liquide. Le volume d'eau logé ainsi en excès dans chaque mètre courant de conduite est proportionnel à la distance de l'extrémité amont et sa valeur totale peut être représentée par un triangle rectangle dont la longueur de la conduite constitue

l'un des côtés et dont l'autre est égal au volume logé dans le dernier mètre courant de conduite à l'aval. Le travail défini sous N° 2 est alors représenté par une pyramide dont le triangle des volumes est la base et dont la surpression d'aval est la hauteur.

Considérons maintenant la moitié supérieure de la colonne liquide : son mouvement sera amorti :

1° En raison du travail qui a été effectué sur sa section inférieure et qu'on calcule en déterminant le volume passé par cette section et qui n'est autre que le volume passé par la section aval de la colonne totale augmenté de celui qui s'est logé dans la moitié inférieure de la conduite, par l'effet de l'élasticité des parois et de la compressibilité de l'eau, et le multipliant par les surpressions correspondantes ;

2° En raison du travail effectué dans la portion supérieure de la conduite par l'eau qui s'y est logée en excès, en vertu de la double élasticité de l'eau et des parois.

Au moment où l'eau aura été immobilisée dans toute la longueur de la conduite, ou bien aura partout exactement la même vitesse, on devra, en comparant la somme des deux séries de travaux qu'on vient de définir, trouver que la première doit être exactement le double de la seconde. Cette proportion n'existe pas ; mais elle est d'autant plus approchée que le volume d'eau sorti par l'orifice ou entré dans la chambre d'air est plus grand relativement à celui qui a été logé grâce à l'existence des deux élasticités. L'hypothèse de la répartition proportionnelle des surpressions est donc dans ce cas admissible avec une grande approximation. Mais son exactitude diminue à mesure que le volume d'eau passé par l'aval diminue relativement à l'autre, et les surpressions vont alors en s'accroissant plus rapidement que les distances à l'extrémité amont de la conduite.

On remarquera que le temps nécessaire pour loger par l'effet des surpressions un certain volume d'eau dans l'espace créé par le gonflement des parois, tout le long de la conduite, doit être sensiblement le même que celui qui est nécessaire pour faire pénétrer le même volume dans une chambre d'air placée à l'aval. On pourra donc aussi, au point de vue du temps, assimiler ces deux volumes l'un à l'autre et considérer l'eau qui s'est logée en excès le long de la conduite comme étant entrée dans une chambre d'air supplémentaire située en aval.

L'accroissement de volume dû à l'élasticité des parois sur toute la longueur de la conduite est donc, lorsqu'on peut admettre la répartition proportionnelle des surpressions :

$$A_1 = \pi D \frac{\Delta}{2} \times \frac{L}{2} = \frac{\pi D^2}{4} \times \frac{LR}{E}$$

B. *Compressibilité de l'eau*. — Pour calculer l'effet de la compressibilité de l'eau, nous dirons que la diminution de volume due à 10 mètres de charge étant de $\frac{51}{1000000}$, l'accroissement A_2 pour toute la longueur de la conduite sera, en faisant les mêmes réserves que précédemment :

$$A_2 = \frac{\pi D^2}{4} \times \frac{51}{1000000} \times \frac{L}{2}$$

C. *Chambre d'air*. — Le volume occupé par l'eau dans la chambre d'air est, pour une surpression de 10 mètres :

$$V_e - V_2 = V_e \frac{10}{h + 10}$$

Le volume W de la *chambre élastique totale* est donc donné par le calcul suivant :

$$W_e - W_2 = V_e - V_2 + A_1 + A_2$$

$$W_e \frac{10}{h+10} = V_e \frac{10}{h+10} + A_1 + A_2$$

d'où

$$\text{XII} \quad W_e = V_e + (A_1 + A_2) \left(\frac{h}{10} + 1 \right)$$

Il est maintenant possible de construire la fig. 8 avec exactitude, puisqu'on peut calculer, par la formule XII, la véritable valeur qu'il faut substituer au V_e de la formule XI. Si on porte sur l'axe des abscisses la valeur T de la durée de la fermeture et en ordonnée, négative à l'origine, le débit Q primitif, le triangle OAB représentera les quantités d'eau sorties par l'orifice pendant la durée de la fermeture.

Cela fait, on pourra constater tout d'abord si oui ou non le maximum de pression a eu le temps de se produire avant la fin de la fermeture. Ensuite on déterminera avec quel point de la courbe la fermeture complète vient concorder : il peut se produire quatre cas différents :

1° Si c'est avec un point indiquant un minimum, comme le point A, la vitesse dans la conduite et dans la chambre sont nulles, la pression y est la pression normale, en sorte que, à partir de ce moment, tout demeure parfaitement immobile.

2° Si, au contraire, c'est un sommet de la courbe, tel que C, qui correspond à l'achèvement de la fermeture, il se produira après cet achèvement une série d'oscillations qui conduiront la pression alternativement en dessous et en dessus de sa valeur normale, jusqu'à ce que les frottements aient absorbé le travail contenu dans la chambre élastique totale au moment où la fermeture s'est terminée. La courbe déterminée par les oscillations de pression qui suivent l'achèvement de la fermeture est une sinusoïde ondulante autour de l'axe des t et atteignant la hauteur du point C comme maximum.

3° Si c'est une branche ascendante de la courbe qui est rencontrée, comme il reste à ce moment dans la conduite une vitesse précisément correspondante à celle qui existe dans la chambre élastique et que pour la détruire il ne reste que la compression de l'air de la chambre, ainsi que la dilatation des parois, la courbe doit se modifier pour devenir une sinusoïde rapportée à l'axe des t et se raccordant à la sinusoïde précédente de façon à avoir au moment final de la fermeture même ordonnée et même tangente. L'égalité des ordonnées découle de l'égalité des deux pressions et la coïncidence des tangentes provient de l'égalité des vitesses dans la chambre élastique.

4° Enfin, si c'est une branche descendante qui est rencontrée, nous aurons même passage d'une espèce de sinusoïde à l'autre. Les oscillations de pression qui succèdent à la fin de la fermeture sont, toutes choses égales d'ailleurs, de même importance que dans l'hypothèse N° 3, pourvu que la surpression finale soit la même dans les deux cas.

La figure 8 donne d'un côté de l'axe des t le triangle OAB représentatif des volumes sortis par l'orifice, et de l'autre les surpressions correspondantes. Or le produit de ces deux quantités l'une par l'autre représente le travail excédant emmené par l'eau sortante. Si l'on multiplie le triangle OAB par la surpression constante M , existant en l'absence de toute élasticité, on obtient le même produit qu'en multipliant les divers éléments de la surface de ce triangle par les diverses pressions

qui se produisent dans le cas défini ci-dessus sous N° 1. Mais cette égalité ne subsistant pas dans les trois autres cas, on s'explique pourquoi il se produit alors, après l'achèvement de la fermeture, la série d'oscillations qui doit détruire, soit le travail restant dans l'eau, soit celui qui est arrivé en excès dans la chambre élastique.

On peut maintenant résumer les résultats essentiels que nous venons d'obtenir dans ce paragraphe, en disant :

La fermeture lente et régulière de l'orifice terminal d'une conduite contenant de l'eau en mouvement fait naître une surpression dont le maximum de valeur est toujours le même, qu'il y ait ou qu'il n'y ait pas de chambre d'air, à la condition cependant que la chambre élastique totale soit telle que :

$$T > i$$

c'est-à-dire :

$$T > \pi \sqrt{\frac{W_e L}{Sg(h+10)}}$$

Ouvertures lentes. — Tout ce que nous avons dit sur la fermeture des orifices et toutes les formules que nous avons établies, se retrouvent identiquement de la même manière pour les ouvertures régulières. Seulement, ce qui dans les premières formules constituait une surpression, devient une dépression dans les secondes.

EXEMPLES. — 1° La conduite de la turbine qui fait mouvoir dans les salines de Bex les appareils du système Piccard, pour l'évaporation des dissolutions salées, a 140 mètres de longueur et 0^m80 de diamètre ; la chute h y est 18^m50. Lorsque les 15 orifices du distributeur sont ouverts, le débit est 550 litres et la vitesse u_1 dans la conduite atteint 1^m40. Pour fermer ces 15 orifices on ne saurait employer moins de 180 secondes. Il n'y a pas de chambre d'air et il est bien évident que pendant ce long espace de temps le maximum de surpression sera bien des fois atteint. Sa valeur est

$$H_{max} = \frac{2u_1 L}{gT} = \frac{2 \times 1,40 \times 140}{9,8 \times 180} = 1^m 74$$

2° Conduite du Lausanne-Ouchy.

Calculons d'abord le volume de la chambre élastique.

L'épaisseur des parois de fonte étant 18^m/_m, la tension par millimètre carré correspondante à 10 mètres de charge est 0^k14, ou 140 000^k par mètre carré. L'allongement du diamètre est

$$\Delta = \frac{140\,000 \times 0,5}{10^{10}} = 0^m,000\,007 \text{ ou } 0^m/_m,007.$$

L'accroissement du volume A_1 est

$$A_1 = \pi \times 0,5 \times \frac{0,000\,007}{2} \times \frac{2550}{2} = 0^m,007$$

L'accroissement A_2 est

$$A_2 = \frac{\pi \times 0,5 \times 0,5}{4} \times \frac{51}{1\,000\,000} \times \frac{2550}{2} = 0^m,0127$$

Le volume qu'il faut ajouter à V_e pour trouver W_e est donc

$$(0,007 + 0,0127) \left(\frac{140}{10} + 1 \right) = 0^m,300.$$

Par l'adjonction de la soupape de sûreté à ressort, dont il a été parlé plus haut, le volume primitif V_e avait été porté à 0,300.

La chambre élastique totale était donc de 0^m,600 et la durée de l'intervalle séparant un maximum d'un minimum de pression avait pour valeur :

$$i = \pi \sqrt{\frac{2550 \times 0,600}{g \times 0,20 \times 150}} = 7'',1$$

Sachant que chaque orifice du distributeur débite 35 litres par seconde, on peut calculer à l'aide de la formule IX divers maximums de surpression.

On trouve :

| | |
|--------------------|--|
| 7 ^m 40 | lorsque la durée de fermeture est 12'' par orifice |
| 14 ^m 90 | » » » » 6'' » |
| 22 ^m 30 | » » » » 4'' » |

Pour mettre les trains du Lausanne-Ouchy en mouvement on a établi une turbine avec deux couronnes à aubes de sens inverse. Les deux distributeurs ont leurs vannes commandées par des presses hydrauliques, capables de les ouvrir ou de les fermer avec une rapidité qui, à l'origine, dépendait uniquement de la manière dont on manœuvrait les robinets qui leur distribuent l'eau motrice. Malgré les nombreuses recommandations faites au mécanicien de chercher à faire mouvoir les vannes lentement, plusieurs inadvertances se produisirent et furent suivies de ruptures de tuyaux plus ou moins désastreuses.

Le frein hydraulique, adapté au mécanisme, ne pouvant exercer que son effort maximum, capable de contrebalancer l'effet des sept orifices du distributeur ouverts à la fois, ou un effort nul, il n'était pas possible de s'en servir pour l'arrêt des trains, qu'il produisait beaucoup trop brusquement. On avait dû remplacer son action par l'injection de l'eau motrice dans celle des turbines qui marchait à contre-sens. Il en résultait que, pour chaque parcours du train entre deux stations, il fallait ouvrir puis fermer chacun des deux distributeurs et produire ainsi deux séries d'oscillations négatives de pression et deux séries d'oscillations positives. L'importance de ces variations de pression était très variable et dépendait uniquement de l'habileté du mécanicien, qui parvenait souvent à supprimer ou du moins à diminuer l'importance d'une des séries d'oscillations en faisant simultanément une ouverture et une fermeture. Les coups de béliers positifs ou négatifs qui en résultaient, ordinairement trop faibles pour amener la rupture des tuyaux de fonte, avaient surtout pour effet de déboîter les joints en plomb, parce que ceux-ci, alternativement comprimés, ou dilatés, finissaient par perdre leur adhérence et sortir. Bien des milliers de francs furent employés pendant dix mois consécutifs à refaire ces joints, ou à placer des colliers en fer pour les empêcher de sortir de nouveau.

Au bout de ce laps de temps, l'auteur de ce petit travail ayant été consulté, fit intercaler dans les tubes amenant l'eau motrice aux presses des distributeurs des diaphragmes, percés d'un petit trou, dont le diamètre était tel qu'il était impossible au mécanicien d'opérer l'ouverture ou la fermeture de chaque orifice en un temps moindre de 6 secondes. En même temps, il modifia la manœuvre et l'agencement des robinets du frein hydraulique, de façon à ce que le mécanicien pût à volonté, et pendant un temps quelconque, faire exercer par celui-ci un effort donné variant de 0 jusqu'au maximum. Cette modification au frein permit de supprimer l'usage de la contre-eau et diminua considérablement le nombre des coups de bélier. L'autre amélioration avait limité à 15 mètres la valeur des surpressions

ou dépressions qui pouvaient se produire. En six semaines, sans augmenter le volume de la chambre d'air, les nombreuses plaies de la canalisation furent guéries.

Lorsqu'on compare au Lausanne-Ouchy les résultats du calcul avec l'expérience, on trouve que c'est la loi d'isochronisme qui se vérifie le mieux. La durée des oscillations, toujours la même, concorde à moins d'une demi-seconde près avec la valeur calculée.

En ce qui concerne l'amplitude des variations de la pression, elle est effectivement constante pour une même rapidité de fermeture, qu'il y ait ou qu'il n'y ait pas d'air dans la chambre. Cependant la présence des parois séparatrices des aubes du distributeur apporte une certaine perturbation dans la marche du phénomène et empêche la concordance complète entre les résultats observés et ceux que prévoit la formule IX. Nous verrons un peu plus loin comment on a pu tirer parti de cette circonstance, qui se présentait d'abord sous des apparences fâcheuses.

3^e Fermetures lentes dans les conduites à diamètre variable et à branchements.

La valeur du maximum de surpression ou de dépression qui est donnée par la formule IX est proportionnelle au quotient $\frac{u_1}{T}$, c'est-à-dire à la rapidité de l'ouverture ou de la fermeture, en sorte que si u_1 et T diminuent ou augmentent ensemble et proportionnellement, le maximum reste le même, abstraction faite de la question de savoir si la chambre élastique totale lui a laissé le temps de se produire. Ce maximum ne change donc pas quand on ferme ou qu'on ouvre l'orifice complètement ou qu'on le ferme ou l'ouvre partiellement, à la seule condition que la vitesse d'ouverture ou de fermeture soit la même dans les deux cas, et que réserve soit faite de la question de savoir s'il a le temps de se produire.

Appliquée au cas des fermetures ou ouvertures partielles, la formule IX devient :

$$\text{IX bis} \quad H_{\max} = \frac{2L(u_1 - u_2)}{gT}$$

en appelant u_2 la vitesse finale et T la durée du passage d'une vitesse à l'autre. Ceci dit, examinons les deux cas suivants, en supposant que, pour l'un et pour l'autre, le maximum ait le temps de se produire.

1^{er} cas. Conduite à diamètre variable avec orifices placés tous à l'extrémité ainsi que la chambre d'air. — On voit sans peine par la formule IX que H_{\max} reste identique si, ne changeant pas T , on s'arrange de façon à ce que le produit $L(u_1 - u_2)$ soit le même. Par conséquent, dans le cas énoncé ci-dessus, il faudra calculer le maximum de surpression en remplaçant $L(u_1 - u_2)$ par la somme des produits analogues et poser :

$$H_{\max} = \frac{2 \Sigma L(u_1 - u_2)}{gT}$$

De même l'intervalle i se calculera en remplaçant dans la formule X le quotient $\frac{L}{S}$ par la somme des quotients analogues $\Sigma \frac{L}{S}$

EXEMPLE. — Au Lausanne-Ouchy on peut substituer sur une longueur de 710 mètres à la conduite avec diamètre de 0^m500

un tronçon de canalisation de secours qui a 0m35 de diamètre et 1570 mètres de long. A durée de fermeture égale, les deux variations de pression doivent être dans le rapport de :

$$\frac{2550}{1840 + 1570 \frac{0,50^2}{0,35^2}} = \frac{1}{1,97}$$

L'expérience confirme les résultats du calcul, à la condition de tenir compte dans chacun des cas de l'importance de la perte de charge. C'est ce qu'on fait approximativement, en retranchant les $\frac{2}{3}$ du maximum de la perte de charge de la valeur de la surpression et en l'ajoutant à celle de la dépression. Cette remarque est importante dans le cas particulier, puisque l'une des pertes de charge est le quadruple de l'autre.

2^e cas. Conduite à diamètre variable munie de branchements et ne possédant pas de chambre d'air intermédiaire ou n'en possédant que de très petites, telles que les volumes d'eau qui y entrent ou en sortent soient négligeables relativement au débit total.

En admettant qu'on puisse négliger l'effet des accroissements de charge sur les débits par les divers branchements situés entre le réservoir et l'orifice qu'on ferme, on pourra encore employer la formule :

$$H_{max} = \frac{2\pi L (u_1 - u_2)}{gT}$$

Il ne faut considérer que les tronçons partant de l'orifice qu'on ferme ou qu'on ouvre, pour arriver jusqu'au réservoir débiteur, sans s'occuper des branchements qu'on rencontre à droite ou à gauche, et remplacer chaque fois l'expression $(u_1 - u_2)$ par la diminution de vitesse qui résulte, dans le tronçon dont on s'occupe, de la valeur du débit supprimé ou ajouté.

4^e Fermetures lentes avec changements dans la vitesse de fermeture.

L'étude des coups de bélier spéciaux qui se produisent dans les conduites terminées par des machines à colonne d'eau, ou par des pompes élévatoires, exige au préalable la résolution du problème suivant :

Etant donnée une conduite dans laquelle l'eau en mouvement se divise en deux parts dont l'une entre dans la chambre d'air, où la pression diffère de la pression statique, et dont l'autre sort par un orifice, examiner comment la pression varie lorsqu'on vient à fermer entièrement ou partiellement l'orifice débiteur. — Soient en outre des notations déjà admises :

$v = - \frac{dx}{dt}$ la vitesse d'entrée dans la chambre d'air,

$u_1 - w_1 = u_1 - \frac{S'}{S} v_1$ la vitesse correspondant au débit à

l'origine de la fermeture, vitesse qui existe dans le tronçon de conduite supposé de section S précédant immédiatement l'orifice débiteur.

T le temps pendant lequel on ferme entièrement l'orifice, ou qu'il faudrait employer pour fermer régulièrement et complètement, dans le cas où la fermeture n'est que partielle.

Au moment t (toujours inférieur à T), la vitesse correspondant au débit est donc, en négligeant les accroissements de débit dus aux accroissements de charge :

$$(u_1 - w_1) \left(1 - \frac{t}{T}\right)$$

En suivant la même marche que précédemment on aura successivement :

$$mdu = Sp_e dt - Sp_e \frac{x_e}{x} dt$$

$$\text{Si } \frac{Sp_e}{m} = a \quad \text{et} \quad Sp_e \frac{x_e}{x} = b$$

$$1) \quad \frac{du}{dt} = a - \frac{b}{x}$$

$$2) \quad u = - \frac{S'}{S} \frac{dx}{dt} + (u_1 - w_1) \left(1 - \frac{t}{T}\right)$$

$$\text{Si } 1 - \frac{t}{T} = y \quad \text{et} \quad -dt = Tdy$$

$$3) \quad \frac{du}{dy} = T \left(\frac{b}{x} - a \right)$$

$$4) \quad u = \frac{S'}{S} \frac{1}{T} \frac{dx}{dy} + (u_1 - w_1) y$$

$$5) \quad \int_{u_1}^u u du = \frac{S'}{S} \int_{x_1}^x \left(\frac{b}{x} - a \right) dx + (u_1 - w_1) \int_{u_1}^u y du$$

$$\frac{u^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = \frac{S'}{S} b \text{Log} \frac{x}{x_1} - \frac{S'}{S} a (x - x_1)$$

$$+ (u_1 - w_1) uy - (u_1 - w_1) u_1 y_1 - \frac{S' (u_1 - w_1)}{ST} (x - x_1) - \frac{(u_1 - w_1)^2}{2} (y^2 - y_1^2)$$

$$\text{or} \quad y_1 = 1$$

$$\text{donc} \quad \frac{1}{2} \left[(u - (u_1 - w_1) y)^2 - \frac{1}{2} w_1^2 \right]$$

$$= \frac{S'}{S} b \text{Log} \frac{x}{x_1} - \frac{S'}{S} a (x - x_1) - \frac{S' (u_1 - w_1)}{ST} (x - x_1)$$

$$\text{ou} \quad \left(\frac{S'}{S} \right)^2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - w_1^2$$

$$= 2 \frac{S'}{S} \left[b \text{Log} \frac{x}{x_1} - a (x - x_1) - \frac{u - w_1}{T} (x - x_1) \right]$$

Substituant une ligne droite à la portion d'hyperbole qui représente les variations de la pression en fonction du volume, il vient :

$$\left(\frac{S'}{S} \right)^2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

$$= \frac{1000}{m} \left[\frac{2m (u_1 - w_1)}{1000 ST} - (H + H_1) \right] (V_1 - V) + w_1^2$$

Posons

$$\text{XIII} \quad 2M = \frac{2m (u_1 - w_1)}{1000 ST} = \frac{2L (u_1 - w_1)}{gT}$$

$$\text{on aura} \quad \left(\frac{S'}{S} \right)^2 \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

$$= \frac{1000}{m} \left[(M - H) + (M - H_1) \right] (V_1 - V) + w_1^2$$

Posant encore $H - M = \mathcal{H}$, et admettant l'exactitude de l'équation approximative :

$$V_1 - V = H \frac{V_e}{h + 40}$$

on peut écrire enfin :

$$\left(\frac{S'}{S}\right)^2 \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{V_e g}{SL(h+10)} [\mathcal{H}_1^2 - \mathcal{H}^2] + w_1^2$$

$\frac{dx}{dt}$ devient nul lorsque \mathcal{H} est un maximum ou un minimum, donc :

$$0 = \frac{V_e g}{SL(h+10)} (\mathcal{H}_1^2 - \mathcal{H}_{max}^2) + w_1^2$$

$$w_1^2 = \frac{V_e g}{SL(h+10)} (\mathcal{H}_{max}^2 - \mathcal{H}^2)$$

$$\left(\frac{S'}{S}\right)^2 \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{V_e g}{SL(h+10)} (\mathcal{H}_{max}^2 - \mathcal{H}^2)$$

$$\left(\frac{S'}{S}\right) \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{V_e g}{SL(h+10)}} \sqrt{\mathcal{H}_{max}^2 - \mathcal{H}^2}$$

enfin

$$\text{XIV} \quad \frac{S'}{S} v = B \sqrt{\mathcal{H}_{max}^2 - \mathcal{H}^2}$$

$$\text{si} \quad B = \sqrt{\frac{V_e g}{SL(h+10)}}$$

$$\text{On sait que} \quad S' dx = \frac{V_e}{h+10} d\mathcal{H}$$

$$\text{donc} \quad \int_0^t dt = \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}} \int_{\mathcal{H}_1}^{\mathcal{H}} \frac{d\mathcal{H}}{\sqrt{\mathcal{H}_{max}^2 - \mathcal{H}^2}}$$

$$\text{XV} \quad t = \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}} \left(\arcsin \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_{max}} - \arcsin \frac{\mathcal{H}_1}{\mathcal{H}_{max}} \right)$$

$$\text{ou} \quad At = \left(\arcsin \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_{max}} - \arcsin \frac{\mathcal{H}_1}{\mathcal{H}_{max}} \right)$$

$$\text{si} \quad A = \sqrt{\frac{Sg(h+10)}{V_e L}}$$

Il résulte de la formule XV que c'est toujours une sinusoïde qui représente les variations que subit la pression dans une conduite munie d'une chambre d'air, lorsqu'on ferme ou qu'on ouvre un orifice débiteur. Seulement cette sinusoïde est différemment placée suivant le cas et sa convexité est plus ou moins grande.

Pendant que le débit diminue ou augmente régulièrement, les ondulations de la sinusoïde se produisent autour d'une parallèle à l'axe des t , distante de ce même axe de la valeur M , donnée par la formule XIII et qui est précisément égale à la surpression ou à la dépression qui serait nécessaire pour diminuer ou pour augmenter le débit de l'eau exactement de même manière dans le cas où il n'y aurait aucune élasticité. Ce sont les circonstances de vitesse et de pression, existant dans la conduite à l'origine du changement dans l'ouverture ou la fermeture, qui décident de la quantité dont la sinusoïde s'écarte au maximum de la droite autour de laquelle elle ondule. Si le débit cesse de varier ou s'il est nul, les ondulations, avant d'être détruites par les frottements, se produisent autour de l'axe des t lui-même et l'amplitude de ces oscillations dépend des circonstances de pression et de vitesse qui existaient dans la conduite au moment où le débit a cessé de varier.

Toutes ces sinusoïdes interceptent sur la droite autour de laquelle elles ondulent une seule et même longueur qui est

$$i = \pi \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}}$$

Lorsqu'on ferme régulièrement la vanne obturatrice (supposée unique) du distributeur d'une turbine, on ne fait pas en réalité varier régulièrement le débit de la conduite, puisque, pendant tout le temps que la vanne emploie à passer au-dessus d'une paroi séparatrice des aubes, et même un peu après elle ne modifie pas du tout le débit, qui reste constant. Il en résulte que les ondulations dessinées dans la figure 8 ne s'appliquent pas complètement à ce cas particulier de fermeture.

A l'origine d'une fermeture (ou d'une ouverture) du distributeur d'une turbine, si la pression dans la chambre d'air est la pression statique (abstraction faite des pertes de charge) et que la vitesse d'entrée de l'eau y soit nulle, une première portion, plus ou moins grande, de la sinusoïde représentée fig. 8 sera applicable. Mais pendant tout le temps que, au passage de la vanne sur la première paroi, le débit cessera de varier ou variera très peu, la sinusoïde représentative des pressions changera et au lieu d'onduler autour de la droite EF, ondulera autour de l'axe Ot. Ce deuxième segment de sinusoïde se raccordera avec le premier de façon à ce qu'ils aient même tangente (c'est-à-dire même vitesse d'entrée dans la chambre d'air) et même ordonnée (c'est-à-dire même pression) au moment du raccordement.

Si cette rencontre de l'obturateur avec la première paroi d'aube se trouve vers le milieu de la partie ascendante de la première sinusoïde, elle aura pour effet d'infléchir plus rapidement la tangente à la courbe vers une parallèle à l'axe Ot, de façon à ce que le troisième tronçon de sinusoïde, qui lui aussi, comme le premier, doit onduler autour de la droite EF, s'écartera beaucoup moins que le premier soit en dessus soit en dessous de cette droite EF. Le maximum de surpression sera ainsi inférieur à ce qu'il aurait été sans la présence de l'aube. Les rencontres subséquentes de parois séparatrices d'aubes n'auront qu'une faible influence sur la forme générale de la courbe, parce que les tangentes à celle-ci ne s'écarteront plus beaucoup de la parallèle à l'axe Ot.

Si, au contraire, cette première rencontre de la vanne avec une paroi d'aube a lieu vers le milieu de la portion descendante de la première sinusoïde, elle aura pour effet d'infléchir la tangente à la courbe contre une verticale à l'axe Ot, en sorte que les sinusoïdes subséquentes onduleront en descendant au-dessous de Ot, pour remonter d'autant en dessus de EF, de façon que le maximum primitif se trouvera dépassé.

Si les parois séparatrices sont rencontrées vers les sommets C ou A, la substitution d'une portion de sinusoïde ondulant autour de Ot à la portion correspondante de sinusoïde ondulant autour de EF n'a que très peu d'influence sur la forme générale de la courbe.

Ceci dit, nous sommes en mesure de résoudre complètement la question de savoir dans quel cas il faut munir une conduite d'une chambre d'air, et quelles sont les dimensions à donner à celle-ci, lorsque son emploi est préférable.

1° Si la fermeture et l'ouverture des orifices est très lente (vannes manœuvrées par des vis ou des engrenages), il n'est pas nécessaire de mettre de chambre d'air, puisque la force du

coup de bélier étant très petite, il importe peu d'avoir un plus ou moins grand nombre de passages d'un maximum à un minimum de pression.

2° Si, comme au Lausanne-Ouchy, les ouvertures et fermetures sont assez lentes pour que le coup de bélier positif ou négatif ne soit pas très dangereux pour la conduite, il peut être bon cependant de mettre une chambre d'air, parce que celle-ci a comme premier effet de diminuer le nombre des oscillations de pression (la durée de l'intervalle i qui sépare un maximum d'un minimum est, ainsi que nous l'avons vu, proportionnelle à la racine carrée du volume de la chambre élastique), et secondement, parce que lorsqu'il s'agit de fermetures à vitesse irrégulière, comme c'est le cas pour certains distributeurs de turbine, un choix judicieux des dimensions de la chambre d'air peut diminuer la valeur du coup de bélier.

En application des principes ci-dessus, on a, au Lausanne-Ouchy, remplacé l'ancienne chambre d'air par une nouvelle. Celle-ci contient habituellement 1200 litres d'air, en sorte que l'intervalle i est de 11"3. Cette proportion entre i et la durée nouvelle de la fermeture d'un orifice (7" à 8") fait que le maximum de surpression est inférieur de 3 ou 4 mètres à ce qu'il serait sans l'interruption causée dans la fermeture par la présence de la première paroi d'aube. On pourrait obtenir de meilleurs résultats dans ce sens en agrandissant la chambre, mais il vaut mieux ne pas lui donner un trop gros volume, parce que la vitesse restant après l'achèvement de la fermeture est, toutes choses égales d'ailleurs, d'autant plus grande que la chambre d'air est plus vaste, et qu'il faut en conséquence d'autant plus de temps pour que les frottements puissent la détruire. Plus cette vitesse mettra de temps à disparaître, et plus il y aura de chance pour qu'elle existe encore au moment d'une ouverture ou d'une fermeture subséquente et qu'elle vienne modifier défavorablement le système d'ondulations de pression qui les aurait normalement accompagnées.

3° Enfin, lorsque les fermetures et ouvertures sont instantanées, ou plutôt quasi-instantanées, ce qui doit se rencontrer bien rarement dans la pratique, il sera préférable d'employer une chambre d'air au lieu d'une soupape, puisque la chambre d'air empêche les dépressions d'être trop fortes, ce qu'une soupape ne peut faire que très indirectement et très incomplètement. Les dimensions de la chambre d'air se calculent par les formules I et III.

Etudions maintenant les coups de bélier spéciaux aux hydromoteurs et aux pompes élévatoires. Nous supposons que le système de distribution de l'eau dans ces appareils, comme c'est du reste presque toujours le cas, est suffisamment bien fait pour que ce soit la vitesse du piston qui règle la vitesse du débit et qu'on n'ait pas à tenir compte d'étranglements aux orifices distributeurs. — Nous commencerons par le cas plus facile de deux hydromoteurs accouplés à 90°.

Les résultats obtenus seront d'ailleurs applicables à deux pompes à double effet accouplées de même façon.

Coups de béliers produits par deux hydromoteurs accouplés à 90°.

Nous supposons d'abord, pour la commodité du calcul, que la conduite principale, les deux petits tronçons de conduite qui conduisent aux hydromoteurs, la chambre d'air et le cylin-

dre de l'hydromoteur lui-même ont la même section S . Ces sections disparaissant des résultats, ceux-ci en sont donc indépendants, et subsistent lors même que l'égalité supposée ci-dessus n'existe pas.

Soit ω le maximum de vitesse d'un des pistons et θ la durée de $\frac{1}{8}$ de tour de la manivelle.

La vitesse de rotation de l'arbre qui accouple les deux hydromoteurs est supposée constante et nous admettons qu'on peut négliger l'influence de la courte bielle sur les débits.

Quand l'un des pistons est au point mort, l'autre est à son maximum de vitesse et la vitesse totale de débit est ω . Après une rotation de 45° le débit de l'ensemble des deux cylindres est un maximum et la vitesse totale de débit a pour valeur $\omega\sqrt{2}$. Une seconde rotation de 45° fait retomber la vitesse totale de débit à la valeur ω . La courbe représentative de la variation du débit s'obtient en sommant les ordonnées de deux sinusoïdes faciles à construire. Cette courbe peut se remplacer, sans grave erreur, par une ligne brisée dont les sommets sont placés alternativement à une distance de l'axe Ot de $1,075\omega$ et $1,475\omega$ et qui se reproduisent à des distances égales à θ , soit à la durée de $\frac{1}{8}$ de tour de manivelle.

La partie supérieure de la figure 9 représente les variations de la vitesse de débit et la partie inférieure la variation correspondante de la pression.

Pendant le premier intervalle de temps θ , le débit va en s'accroissant; en conséquence la sinusoïde représentative des variations de pression oscille autour de la parallèle AB , située en dessous de l'axe des t . Pendant le second intervalle θ , la sinusoïde ondule autour de la droite CD située en dessus de l'axe des t , puisqu'il s'agit d'une diminution de débit ou autrement dit d'une fermeture. Calculons d'abord la distance M qui sépare les droites telles que AB , ou les droites telles que CD , de l'axe des t .

La formule XIII donne

$$M = \frac{L(u_1 - v_1)}{gT}$$

puisque

$$S = S' \quad \text{et} \quad w_1 = v_1$$

Or en divisant $(u_1 - v_1)$ la vitesse originelle de débit par le temps T qu'on emploie réellement ou qu'il faudrait employer pour opérer la fermeture complète, on obtient le même résultat qu'en divisant la portion $0,4\omega$ de vitesse de débit qui disparaît par le temps θ employé à opérer la fermeture partielle,

$$\text{donc} \quad M = \frac{0,4L\omega}{g\theta}$$

Cette distance M est la même pour l'augmentation du débit que pour sa diminution.

Ensuite d'un examen assez court, on voit facilement que, dans la plupart des cas de la pratique, c'est la portion de sinusoïde voisine de l'axe des t qui sera conservée, en sorte que, contrairement à ce qui paraît naturel à première vue, il y a plutôt des dépressions pendant les fermetures et plutôt des surpressions pendant les ouvertures. A chaque tour de l'arbre d'accouplement, il y a 4 maximums et 4 minimums de pression, soit 4 oscillations en tout.

Reste à calculer maintenant les limites entre lesquelles les sommets des sinusoïdes s'écartent de l'axe des t .

La formule générale XV

$$At = \arcsin \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}_{\max}} - \arcsin \frac{\mathcal{H}_1}{\mathcal{H}_{\max}}$$

devient

$$\mathcal{H}_{max}^2 \sin A\theta = \mathcal{H}_2 \sqrt{\mathcal{H}_{max}^2 - \mathcal{H}_1^2} - \mathcal{H}_1 \sqrt{\mathcal{H}_{max}^2 - \mathcal{H}_2^2}$$

en substituant d'abord à t sa valeur finale θ et à \mathcal{H} la valeur finale correspondante, que nous appellerons \mathcal{H}_2 , puis en utilisant la formule connue

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

En faisant disparaître les radicaux on trouve

$$\mathcal{H}_{max}^2 \sin^2 A\theta = \mathcal{H}_1^2 + \mathcal{H}_2^2 - 2\mathcal{H}_1\mathcal{H}_2 \cos A\theta$$

Pour déterminer cette première sinusoïde nous n'avons donc qu'une équation avec trois inconnues, qui sont : l'ordonnée du sommet et celles des deux extrémités du segment considéré. Mais une fois qu'on connaît cette première sinusoïde, elle détermine toutes les suivantes.

En effet, pour calculer les trois ordonnées inconnues du segment de la seconde sinusoïde, nous aurons d'abord une première équation de même forme que la précédente :

$$\mathcal{H}_{max}'^2 \sin^2 A\theta = \mathcal{H}_1'^2 + \mathcal{H}_2'^2 - 2\mathcal{H}_1'\mathcal{H}_2' \cos A\theta$$

Le fait que les deux sinusoïdes ont un point commun donne la seconde équation :

$$2M = -\mathcal{H}_2 - \mathcal{H}_1'$$

(Ces deux ordonnées sont en effet négatives.)

Enfin la coïncidence des tangentes au point de raccordement, ou ce qui revient au même, l'égalité des vitesses d'entrée dans la chambre d'air, au moment du passage d'une ouverture à une fermeture, donne d'après la formule XIV, la 3^e équation :

$$B \sqrt{\mathcal{H}_{max}^2 - \mathcal{H}_2^2} = B \sqrt{\mathcal{H}_{max}'^2 - \mathcal{H}_1'^2}$$

ou

$$\mathcal{H}_{max}^2 - \mathcal{H}_2^2 = \mathcal{H}_{max}'^2 - \mathcal{H}_1'^2$$

Ainsi donc, dès qu'une sinusoïde est déterminée, toutes les autres le sont aussi. Est-ce à dire qu'elles soient quelconques ? Non, évidemment, car il faut, pour que la régularité du mouvement se maintienne, que la symétrie soit complète entre les ondulations en dessus et en dessous de l'axe des t , afin que le travail qui tend à arrêter l'eau arrivante et qui est représenté par le produit des surfaces des sinusoïdes supérieures multipliées par le débit correspondant soit parfaitement égal au travail accélérateur, représenté par le produit des surfaces des sinusoïdes inférieures multipliées par les débits respectifs.

Le système de symétrie le plus simple qu'on puisse se représenter, est celui qui suppose que les deux extrémités de chaque segment de sinusoïde sont sur l'axe des t , en sorte que la symétrie est parfaite entre un huitième de tour de la manivelle et le huitième suivant. Dans cette hypothèse, la formule XV modifiée devient :

$$\mathcal{H}_{max}^2 \sin^2 A\theta = 2M^2 (1 - \cos A\theta)$$

$$\text{d'où} \quad \mathcal{H}_{max} = M \sqrt{\frac{2}{1 + \cos A\theta}} = \frac{M}{\cos \frac{A\theta}{2}}$$

Le maximum de surpression ou de dépression est ainsi

$$H_{max} = M - \mathcal{H}_{max}$$

ou

$$\text{XVI} \quad H_{max} = M \left(\frac{1 - \cos \frac{A\theta}{2}}{\cos \frac{A\theta}{2}} \right)$$

L'arc $\frac{A\theta}{2}$ est ordinairement très petit, en sorte qu'on peut poser

$$\text{d'abord} \quad H_{max} = \frac{M}{2} \sin^2 \frac{A\theta}{2}$$

puis substituant l'arc à son sinus et remplaçant M et $A\theta$ par leurs valeurs respectives, il vient :

$$H_{max} = \frac{0,04 \theta Q (h + 10)}{V_e}$$

formule dans laquelle Q est le débit moyen de l'ensemble des deux hydromoteurs.

Ce système d'équilibre n'est évidemment pas le seul qui puisse exister, mais c'est à la fois celui qui donne les moindres variations de pression et celui qui paraît le plus probable.

La formule XVI modifiée, admissible seulement lorsque l'arc $A\theta$ est suffisamment petit, conduit aux résultats suivants qui sont assez curieux :

1^o Les coups de bélier produits à chaque coup de piston dans la chambre d'air d'une conduite alimentant deux hydromoteurs ou alimentée par deux pompes accouplées à 90° sont indépendants de la longueur de cette conduite.

2^o Pour une même installation le produit θQ étant constant, le coup de bélier ne varie pas quand la vitesse des moteurs ou des pompes varie, résultat d'ailleurs confirmé par l'expérience. Cette remarque nous permet d'écrire la formule XVI sous la forme plus simple

$$\text{XVI bis} \quad H_{max} = \frac{0,02C (h + 10)}{V_e}$$

C étant le volume d'un des cylindres.

3^o Le rapport entre le maximum de surpression H_{max} et la surpression M , capable, lorsqu'il n'y a pas d'élasticité, de faire varier la vitesse dans la conduite principale exactement comme la vitesse du débit, est ordinairement très petit, en sorte que la régularité de la vitesse dans la conduite est ordinairement très grande.

Rien n'est plus facile, au reste, que de calculer cette régularité.

La vitesse v_1 d'entrée de l'eau dans la chambre d'air supposée de même section que la conduite, est, au moment où le débit atteint un minimum :

$$v_1 = B \sqrt{\mathcal{H}_{max}^2 - M^2} = BM \sqrt{\frac{2}{1 + \cos A\theta} - 1} = BM \tan \frac{A\theta}{2}$$

Si l'arc $\frac{A\theta}{2}$ est petit, on peut remplacer la tangente par l'arc lui-même et l'on a $v_1 = 0,2 \omega$

La vitesse dans la conduite est en ce moment

$$u_1 = 1,075 \omega + 0,2 \omega = 1,275 \omega$$

La vitesse de l'eau sortant de la chambre d'air au moment d'un maximum de débit est aussi $0,2 \omega$; par conséquent la vitesse dans la conduite est au même instant de

$$u_2 = 1,475 \omega - 0,2 \omega = 1,275 \omega$$

La vitesse u_1 est le maximum de u , puisqu'elle succède à une période où il y a eu travail accélérateur. La vitesse u_2 est le minimum de u , puisqu'elle vient après une période de travail de retard. Il en résulte que la vitesse u est parfaitement constante, dans les limites où il est loisible de substituer l'arc $\frac{A\theta}{2}$ à sa tangente. Cette substitution ne peut strictement avoir lieu que si $\frac{A\theta}{2}$ est nul, c'est-à-dire si V_e est infiniment grand.

Ordinairement il n'est pas nécessaire que V_e soit bien considérable pour rendre l'arc $\frac{A\theta}{2} = \frac{\theta}{2} \sqrt{\frac{Sg(h+10)}{V_e L}}$ suffisamment petit, et que l'erreur commise en faisant cette substitution soit tout à fait négligeable.

Si l'on a au contraire $A\theta = \pi$

$$\mathcal{H}_{\max} = \frac{M}{\cos \frac{\pi}{2}} = \infty \quad \text{et} \quad H_{\max} = \infty$$

Expliquons ce résultat :

$$\text{On sait que} \quad i = \pi \sqrt{\frac{V_e L}{Sg(h+10)}}$$

donc alors

$$i = \theta$$

En se reportant à la figure 9 on voit facilement que lorsque, $\theta = i$, ou même lorsque i n'est que légèrement supérieur à θ , que le système de symétrie qu'on a supposé dans les ondulations des sinusoides n'est plus possible et que les résultats déduits de cette supposition n'ont plus de valeur.

Coups de bélier produits par un hydromoteur seul.

Nous conserverons les mêmes notations et supposerons les mêmes circonstances que dans le paragraphe précédent.

La vitesse de débit est représentée par une sinusoïde unique, à laquelle, pour la commodité du calcul, nous pourrions substituer une ligne brisée que représente la figure 10. Cette substitution se fait avec une très grande approximation pour le premier huitième de tour; elle est moins approchée pour le second.

La courbe indicatrice des variations de pression sera formée d'une suite de segments de sinusoides, ondulant successivement autour des droites AB, CD, EF, GH, etc.

La droite AB, autour de laquelle ondule la première portion de sinusoïde, doit être à une distance de l'axe des t qui est

$$M = \frac{0,75 L\omega}{g\theta}$$

Les droites CD et EF sont situées à la distance

$$M' = \frac{0,25 L\omega}{g\theta} = \frac{1}{3} M$$

On se rend très facilement compte que, dans la pratique, les portions utilisées de sinusoides sont telles qu'on a encore, contrairement à ce qui paraît naturel au premier abord, des surpressions pendant les ouvertures et des dépressions pendant les fermetures. Quiconque a vu marcher des hydromoteurs a pu entendre ou sentir, en appuyant la main sur la chambre d'air, que le maximum de surpression ou le coup de bélier se

produit toujours un certain temps après le passage au point mort.

Le système le plus simple d'accélération et de retard successifs qui puisse se produire dans la vitesse de la conduite, en lui maintenant une valeur moyenne constante, est évidemment celui qui existe lorsque l'axe des t est rencontré par les sinusoides aux deux points morts et aux deux points à maximum de débit. On a alors par chaque révolution de la manivelle deux maximums et deux minimums de pression, ou, si l'on préfère, deux ondulations. Le maximum de vitesse dans la conduite correspond aux deux points morts, tandis que le minimum a lieu aux deux points à maximum de débit. Ce système d'équilibre est celui qui donne les coups de bélier les plus faibles, mais rien ne prouve que ce soit celui qui existe en réalité, quoique cependant il soit très probable.

La portion de sinusoïde ondulant autour de AB satisfait à l'équation

$$1) \quad \mathcal{H}_{\max}^2 \sin^2 A\theta = M^2 + \mathcal{H}_2^2 - 2M\mathcal{H}_2 \cos A\theta$$

La portion de sinusoïde qui ondule autour de CD donne comme seconde équation

$$2) \quad \mathcal{H}_{\max}^2 \sin^2 A\theta = \left(\mathcal{H}_2 - \frac{2}{3} M\right)^2 + \left(\frac{M}{3}\right)^2 - 2\left(h_2 - \frac{2}{3} M\right) \frac{M}{3} \cos A\theta$$

Enfin, la condition de la coïncidence des tangentes ou de l'égalité des vitesses dans la chambre d'air au point de raccordement fournit la troisième équation.

$$3) \quad \mathcal{H}_{\max}^2 - \mathcal{H}_2^2 = \mathcal{H}_{\max}^2 - \left(\mathcal{H}_2 - \frac{2}{3} M\right)^2$$

Tirant de l'équation 3) la valeur de \mathcal{H}_{\max}^2 et la substituant dans l'équation 2), il devient possible d'éliminer \mathcal{H}_{\max}^2 entre 1) et 2) et de tirer la valeur de \mathcal{H}_2 qui est

$$\mathcal{H}_2 = M \left(\frac{2 + \cos A\theta}{3 \cos A\theta} \right)$$

Cette valeur de h_2 substitué dans l'équation 1) donne enfin pour \mathcal{H}_{\max} la valeur

$$\mathcal{H}_{\max} = \frac{M}{3 \cos A\theta} \sqrt{\frac{2 \cos^2 A\theta + 4(1 + \cos A\theta)^2}{(1 + \cos A\theta)}}$$

d'où XVII

$$H_{\max} = M \left(\frac{1}{3 \cos A\theta} \sqrt{\frac{2 \cos^2 A\theta + 4(1 + \cos A\theta)^2}{(1 + \cos A\theta)}} - 1 \right)$$

L'arc $A\theta$ étant ordinairement petit, on peut simplifier la valeur ci-dessus et écrire

$$\mathcal{H}_{\max} = M \left(1 + \frac{25}{72} \sin^2 A\theta \right)$$

$$\text{et} \quad H_{\max} = \frac{25}{72} \sin^2 A\theta$$

Remplaçant le sinus par l'arc correspondant, il vient enfin

$$\text{XVII bis} \quad H_{\max} = \frac{0,4 Q\theta (h+10)}{V_e} = \frac{0,1 C (h+10)}{V_e}$$

C étant le volume du cylindre.

Toutes choses égales d'ailleurs, un hydromoteur unique ou une pompe à double effet engendre donc à chaque coup de

piston dans la chambre d'air un coup de bélier décuple de celui qui est engendré par deux pompes ou deux hydromoteurs accouplés.

Malgré cela, la régularité de la vitesse de l'eau dans la conduite peut être presque aussi considérable qu'avec deux machines accouplées, ainsi que nous allons le démontrer.

La vitesse moyenne de l'eau dans la conduite qui alimente un hydromoteur unique est $\frac{2}{\pi} \omega = 0,6375 \omega$. La ligne brisée que, dans le but de faciliter le calcul, nous avons substituée à la sinusoïde représentative de la variation du débit de l'hydromoteur, a une forme telle, qu'elle suppose une vitesse moyenne réduite à $0,625 \omega$.

Pendant le passage au point mort, la vitesse dans la conduite est égale à la vitesse d'entrée de l'eau dans la chambre d'air supposée de même section ; par conséquent :

$$u_1 = v_1 = B \sqrt{\mathcal{H}_{max}^2 - M^2} = BM \sqrt{\left(1 + \frac{25}{72} \sin^2 A\theta\right)^2 - 1}$$

Remplaçant B et M par leurs valeurs respectives, négligeant les puissances supérieures de $\sin A\theta$ et substituant enfin l'arc $A\theta$ à son sinus, on trouve

$$v_1 = 0,75 \sqrt{\frac{50}{72}} \omega$$

ou bien

$$v_1 = 0,625 \omega$$

C'est-à-dire que, dans les limites où l'arc ne diffère pas du sinus, on a une régularité de vitesse parfaite. Or, comme précédemment, pour que l'arc $A\theta$ ne diffère pas de son sinus, il faut que l'un et l'autre soient nuls, c'est-à-dire que la chambre d'air soit infiniment grande. Elle peut toutefois être de dimensions très modérées et cependant amoindrir considérablement les coups de bélier et procurer une grande régularité de vitesse dans la conduite principale.

EXEMPLES. Dans les salines de Bex un hydromoteur Schmidt est placé à l'extrémité d'une conduite en fonte de 640 mètres de longueur et de 0,10 de diamètre avec une chute totale de 115 mètres. L'hydromoteur a un diamètre de 0,09, une course de 0,10 et fait 70 à 80 tours par seconde. Une chambre d'air en cuivre fixée à l'hydromoteur ne contient plus d'air du tout, car elle fonctionne depuis longtemps, sans qu'on ait jamais cherché à renouveler celui qui s'y trouvait probablement à l'origine et qui a été peu à peu dissous dans l'eau.

Les formules XVII ou XVII bis ne peuvent s'appliquer à ce cas puisqu'il n'y a pas de chambre d'air. La chambre élastique, assez importante cependant, ne se trouvant ni en présence d'une chambre d'air réelle, ni d'un débit qui ne s'interrompt qu'incomplètement, ne saurait ni se calculer comme nous l'avons fait jusqu'ici, ni fonctionner exactement comme une chambre d'air réelle. Les surpressions qui s'y produisent doivent être très importantes, à en juger par la violence des chocs qu'on entend à chaque demi-tour de manivelle, et qui, répercutés par les échos de la galerie dans laquelle se trouve la machine, produisent un effet peu rassurant sur le spectateur. A chaque coup de bélier toute la conduite est ébranlée, elle vibre violemment, le dernier coude à angle droit qui précède l'hydromoteur se déplace de plusieurs millimètres. Il serait cependant très facile, à l'aide d'un petit récipient auxiliaire, analogue à celui qui est décrit à propos des soupapes à

air comprimé, de remplir avec de l'air à la pression de 151 mètres le réservoir de cuivre dont la capacité est de 15 litres.

L'arc $A\theta$ devenant alors petit (environ 7°) on peut employer la formule XVII bis et l'on trouve pour maximum de surpression :

$$H_{max} = \frac{0,1 \times 125 \times 0,64}{15} = 0,53$$

Remarquons en passant qu'une vitesse irrégulière de rotation de l'hydromoteur pourrait augmenter notablement cette valeur.

Il existe dans les villes qui ont des distributions d'eau en pression, comme Lausanne, Genève, etc., plusieurs hydromoteurs, munis de récipients d'air de diverses formes et de diverses couleurs, qui ne contiennent pas d'air du tout. Ils produisent en marchant un bruit continu et souvent assourdissant, dû à des coups de bélier trop violents. Ce bruit peut, dans certains cas, être fort désagréable aux voisins en même temps que les variations de pression sont préjudiciables aux joints de plomb des canalisations principales. Je crois que les administrations intéressées feraient bien de s'assurer que, dans chaque cas, il y ait des chambres d'air d'un volume suffisant, remplies d'air renouvelable en temps utile. Si l'on n'a pas de récipient auxiliaire pour envoyer de l'air comprimé dans la chambre d'air, celle-ci doit être assez grande pour que l'air qu'on y introduit à la pression atmosphérique occupe encore un volume raisonnable, une fois qu'il sera comprimé.

Comme exemple d'appareil à deux cylindres accouplés à 90° , je citerai les pompes élévatoires installées d'après les plans de M. Callon dans le bâtiment de la machine hydraulique de Genève.

Le diamètre des cylindres est $0,435$, la course $0,700$ et le nombre de tours était 15 le jour de l'observation. La chambre d'air a un volume utile de $1,900$ et la hauteur de chute y atteint 45 mètres. La conduite, de $0,33$ de diamètre, partant du récipient d'air et alimentée par les deux pompes accouplées est très courte; elle n'a que 7 mètres de long. Elle aboutit en effet à une seconde et énorme chambre d'air, qui est le point commun où viennent se réunir tous les volumes d'eau que fournissent les diverses pompes renfermées dans le même bâtiment. La régularité dans le débit des conduites qui alimentent cette seconde chambre est suffisante pour que la pression y demeure presque absolument constante. Pour le calcul que nous avons à faire, elle peut être assimilée au réservoir amont de la canalisation dont on s'occupe.

L'arc $A\theta$ est

$$A\theta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{0,0855 \times 55 \times g}{1,9 \times 7}}$$

et correspond à 54° .

La valeur M est :

$$M = \frac{0,4 \times 7 \times 0,96}{\frac{1}{2} \times g} = 0,537$$

donc d'après la formule XVI

$$H_{max} = 0,537 \left(\frac{1 - \cos 27^\circ}{\cos 27^\circ} \right) = 0,066$$

La formule XVI bis aurait donné.

$$H_{max} = \frac{0,02 \times 0,104 \times 55}{1,900} = 0,06$$

L'oscillation totale de pression, ou l'intervalle compris entre un maximum et un minimum, devrait donc être de 13 centimètres.

L'observation a démontré que les oscillations sont comprises entre 20 et 30 centimètres. Elles n'occupent pas toutes la même position sur l'échelle manométrique et ne sont pas parfaitement égales entre elles. Cela prouve que le système particulier de symétrie entre les sinusoides, dont nous avons supposé l'existence pour établir la formule XVI, ne se réalise pas dans le cas particulier. En outre, au moment où les observations ont été faites, il existait un fort jeu dans les coussinets des bielles de commande des pistons, en sorte que, à chaque point mort, la manivelle décrivait un arc relativement long pendant lequel le piston restait immobile. Il en résultait que la ligne brisée représentative des débits devait avoir chaque sommet d'angle aplati et remplacé par une droite. Cette circonstance a pour résultat d'augmenter la valeur des maximums de la surpression ou de la dépression, ainsi qu'il est facile de s'en rendre compte.

Au reste les coups de bélier principaux, auxquels est soumis l'appareil dont nous parlons, se produisent dans les tuyaux d'aspiration et dans les tubulures de refoulement comprises entre les corps de pompe et la chambre d'air.

Les tuyaux de refoulement pour chaque corps de pompe ont 0^m30 de diamètre et environ 3 mètres de long, dont la moitié à peu près est commune pour les deux extrémités d'un même cylindre. Ils n'ont naturellement pas de chambre d'air à leur extrémité aval; la chambre élastique étant très petite peut se calculer par la formule XII et fonctionner comme une vraie chambre d'air pendant une grande partie de la course du piston, parce qu'il peut se produire plusieurs oscillations complètes de pression pendant que le débit s'accélère ou pendant qu'il diminue. Les sinusoides représentatives de la pression ondulent autour de parallèles à l'axe des t placées successivement comme dans la première portion supposée retournée de la figure 10. La plus grande distance M de l'une de ces parallèles à l'axe des t est

$$M = \frac{L \times 0,75 \omega}{g^0} = \frac{3 \times 0,75 \times 1^{m}15}{\frac{1}{2} g} = 0^{m}52$$

Le coup de bélier au départ est donc probablement de 1^m04, il peut s'augmenter ou se diminuer en passant d'une espèce de sinusoides à l'autre. Au moment du changement dans le sens du mouvement du piston, il doit se produire des phénomènes assez complexes, car la partie commune aux deux tubes de refoulement vibre encore suivant une sinusoides inférieure et doit tout à coup, avec le second branchement, vibrer selon une sinusoides supérieure.

Ces phénomènes se reproduisent avec plus de force encore dans les tuyaux d'aspiration dont la longueur est le double.

Ces coups de béliers particuliers n'ont aucun effet dangereux pour la solidité des appareils, mais ils sont probablement la cause qui fait de temps à autre *taper* les soupapes. Ce qui semble le prouver, c'est que lorsqu'on ferme le robinet qui, placé sur l'aspiration, sert à admettre dans les tuyaux une certaine quantité d'air qui se mélange à l'eau et qui est refoulée avec elle jusque dans la chambre d'air du refoulement, les soupapes tapent plus facilement. Cela s'explique, puisque l'espace de récipient d'air ainsi créé a disparu, et que les oscilla-

tions de pression doivent être plus nombreuses et plus rapides.

Dans l'installation voisine et analogue, M. Roy a placé de petites chambres auxiliaires sur les tuyaux d'aspiration et de refoulement, mais comme la valeur de i y est trop peu différente de 0, elles n'ont qu'une petite influence sur le jeu des soupapes.

Nous pensons que, dans une semblable installation, il faut prendre les deux précautions suivantes :

1^o Rapprocher autant que possible du corps de pompe la chambre d'air du refoulement et celle de l'aspiration, qu'on ne doit presque jamais supprimer, celle-ci étant tout aussi importante que l'autre.

2^o Rendre indépendantes l'une de l'autre pour chaque cylindre les deux tubulures d'aspiration et les deux tubulures de refoulement.

NOTE SUPPLÉMENTAIRE

A LA NOTICE

SUR LES CHEMINS DE FER DE LA SUISSE OCCIDENTALE,

par M. J. MEYER, ingénieur.

La rapidité avec laquelle nous avons dû faire procéder au tirage de cette notice, pour qu'elle pût être remise en temps utile à la commission de l'exposition universelle, ne nous a pas permis de faire intercaler les lignes qui suivent et que nous avons rédigées; elles n'ont pu paraître non plus dans notre bulletin, qui a utilisé la même composition.

Nous nous étions contenté de donner l'énumération sommaire des travaux de parachèvement et d'extension de l'ancien réseau, avec le coût de chacun d'eux.

Pour établir la part qu'a pris dans ces travaux, chacun de nos collègues et collaborateurs, nous ajouterons que pour les études et la direction de ces travaux nous avons été particulièrement secondé par MM. les ingénieurs Colomb et Perey; que ceux qui concernaient spécialement les voies ont été exécutés sous la direction de M. Gilliéron, ingénieur en chef de la voie, et de MM. Rau, Ch^s Perret, L^s Perret, Fayod et Jundzill, ingénieurs de section.

En ce qui concerne en particulier les études pour l'agrandissement des ateliers d'Yverdon et des dépôts de Fribourg et de Neuchâtel, nous avons été aidé des conseils de notre collègue M. Rodieux, ingénieur en chef de la traction. Il en a conçu l'idée générale et s'est spécialement occupé des installations mécaniques intérieures, avec M. l'ingénieur Imer. Nous espérons, avec le concours de ces Messieurs, vous donner une fois une description plus complète de ces installations importantes.

M. Rodieux nous a aussi prêté son concours actif dans tout ce qui concernait les acquisitions de matériel roulant, soit comme étude, soit comme surveillance de l'exécution et réception. En ce qui concerne les voitures et wagons, nous devons tout particulièrement mentionner le concours de M. l'ingénieur Gagg, inspecteur du matériel roulant. A partir de 1872, M. Rodieux s'est occupé exclusivement de ces questions, qui rentraient dans son service par suite de la nouvelle organisation de la Compagnie, et je n'ai eu qu'à m'occuper de l'enregistrement de ces dépenses.