

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Herausgeber:** Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Band:** 73 (1976-1977)  
**Heft:** 350

**Artikel:** Recherches expérimentales sur les propriétés thermiques et hydrauliques des sols  
**Autor:** Bovet, Daniel / Cotton, Louis / Menjoz, André  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-277055>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Recherches expérimentales sur les propriétés thermiques et hydrauliques des sols

PAR

DANIEL BOVET <sup>1</sup>, LOUIS COTTON <sup>2</sup>, ANDRÉ MENJOZ <sup>3</sup>  
et EDOUARD RECORDON <sup>4</sup>

*Abstract.* — Theoretical Introduction: The material properties of a porous medium are presented by means of field thermo-dynamics.

Experimental investigations: Devices have been developed for measurements of both an eventual thermo-osmotic coupling and the Darcy and Fourier coefficients. In fine silty sand the thermo-osmose is, if present, of no importance, at least in underground flow problems. Darcy's coefficient was studied for the sand of Fontainebleau in relation to different parameters. The most remarkable fact is that the permeability depends on the direction of flow with respect to the gravity field. Fourier's coefficient was studied, especially for the sand of Fontainebleau, with very low moisture ratios. Formations of pellicular water followed by the formation of capillary water can be demonstrated by this procedure.

### 1. BUTS ET CADRE DE L'ÉTUDE

Les rejets, de plus en plus fréquents, d'eaux chaudes industrielles dans les nappes souterraines et l'utilisation de ces nappes comme réservoirs pour le stockage des eaux d'alimentation, conduisent les autorités responsables de la protection de l'environnement à devenir de plus en plus exigeantes dans leurs prescriptions pour la protection des nappes. En effet, au-delà d'un certain seuil de température, la qualité des eaux au point de vue chimique et bactériologique décroît rapidement, ce qui peut les rendre inutilisables pour l'alimentation.

Un groupe de recherche multidisciplinaire formé il y a quelques années dans le but d'entreprendre des études dans le domaine des écoulements

<sup>1</sup> Ingénieur physicien EPFL.

<sup>2</sup> Docteur ès sciences.

<sup>3</sup> Ingénieur génie physique INSA.

<sup>4</sup> Professeur de mécanique des sols.

souterrains a choisi, parmi ses objectifs, celui de créer un outil de calcul permettant l'évaluation des températures et leur évolution dans le temps dans une nappe souterraine en mouvement.

Il est bon de remarquer d'emblée que les problèmes de diffusion chimique dans les nappes pourraient être résolus de manière analogue, mais pour l'instant, le groupe s'est concentré sur la diffusion thermique. Les études sont actuellement très avancées, néanmoins, de nombreuses questions se posent encore, particulièrement en ce qui concerne les phénomènes thermiques dans la zone non saturée, au-dessus du niveau phréatique.

Ce groupe de recherche, composé de trois Instituts universitaires, a obtenu l'appui financier du Fonds national suisse de la recherche scientifique et a, jusqu'ici, atteint en grande partie les objectifs suivants:

- Mise au point d'un modèle mathématique, basé sur la méthode des éléments finis, permettant le calcul à l'ordinateur des températures en tout point d'un milieu poreux à 3 dimensions soumis à un flux thermique superposé à un flux hydraulique. (IPEN).<sup>1</sup>
- Etude de plusieurs nappes souterraines du point de vue des températures, de la qualité des eaux et de leurs caractéristiques hydrogéologiques générales. Test du modèle de calcul sur ces nappes, en collaboration avec l'IPEN. (Centre d'hydrogéologie).<sup>2</sup>
- Définition des paramètres physiques nécessaires pour caractériser, du point de vue thermique et hydraulique, le milieu poreux. Conception et construction des appareillages nécessaires à la détermination expérimentale de ces paramètres de diffusion. Mise au point des méthodes d'interprétation des résultats des mesures. Exécution de premières séries de mesures. (LEGEP).<sup>3</sup>

L'objet de ce texte est de donner les résultats des recherches entreprises par le LEGEP jusqu'à ce jour, d'en tirer de premières conclusions, tout en rendant le lecteur attentif au fait que des essais systématiques sont encore en cours et feront l'objet d'un rapport de synthèse, ultérieur.

Le texte qui suit comprend deux parties:

- le chapitre 2 est une analyse des phénomènes de flux du point de vue de la *thermodynamique théorique*. Cette première phase de nos études a permis de définir les coefficients caractérisant le milieu poreux.
- Le chapitre 3 rend compte des *travaux expérimentaux*. Il décrit les appareillages de laboratoire et les méthodes utilisées pour déterminer les coefficients; il comprend aussi de premiers résultats.

---

<sup>1</sup> IPEN: Institut de production d'énergie de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne — Prof. A. Gardel.

<sup>2</sup> Centre d'hydrogéologie de l'Université de Neuchâtel — Prof. A. Burger.

<sup>3</sup> LEGEP: Laboratoire de géotechnique de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne — Prof. E. Recordon.

Le Laboratoire de géotechnique étudie depuis de très nombreuses années l'influence du gel sur les chaussées et plus particulièrement la propagation du froid dans les chaussées et les sols. Des modèles mathématiques ont également été mis au point pour l'étude de cette question.

La détermination en laboratoire des caractéristiques thermiques des sols présente donc pour le LEGEP un intérêt plus large que la seule étude des nappes souterraines.

## 2. PARAMÈTRES THERMO-HYDRAULIQUES D'UN SOL

### 2.1 *Le rôle de l'énergie dans l'interaction des champs*

Lorsque plusieurs champs physiques se superposent, les grandeurs qui les définissent sont mesurées dans des unités propres à chacun des groupes auxquels elles appartiennent. Il y a néanmoins un trait d'union : c'est l'énergie. Chaque champ physique contient une certaine énergie répartie dans l'espace avec une *densité* qui peut varier soit d'un point à l'autre, soit avec le temps ; les déplacements d'énergie que ces variations impliquent donnent lieu à un *flux* d'énergie, et les points où de l'énergie est apportée ou enlevée au champ sont le siège de *sources* d'énergie, positives ou négatives. Un champ isolé ne peut interagir qu'avec lui-même, d'un point à l'autre de son support, ou avec l'extérieur, à travers ses frontières. Deux champs qui coexistent dans une même portion de l'espace peuvent en plus interagir entre eux ; mais alors, si l'on suppose que l'énergie se conserve, en tout point où les deux champs échangeront de l'énergie, il y aura une source d'énergie positive pour l'un et négative pour l'autre, exactement comme s'il s'agissait de virements bancaires.

Il est donc important d'adopter pour chaque champ des unités cohérentes avec le choix d'une unité commune pour l'énergie ; nous prendrons les unités légales, et nous emploierons donc des joules [J], des mètres [m], des secondes [s] et des degrés Kelvin [K].

### 2.2 *Champ thermique*

Commençons par considérer un champ purement thermique. Nous désignerons par  $T$  la température absolue d'un point quelconque de l'espace et nous poserons

$$\theta = - \text{grad } T; \quad (1)$$

le vecteur  $\theta$  est le gradient de température changé de signe et se mesure en  $[K \text{ m}^{-1}]$ .

D'autre part, nous devons considérer la *densité d'entropie*  $S$  ; la nécessité de former avec la température une expression  $T\delta S$  qui soit un



accroissement de densité d'énergie nous oblige à prendre la densité d'entropie plutôt que la densité de chaleur, la chaleur étant précisément déjà une énergie. Mais il faut faire la remarque suivante: du moment que nous restons au voisinage d'une température ambiante fixe  $T_0$ , d'environ 300 [K], la densité d'entropie et la densité de chaleur sont liées à peu près par un facteur constant; par exemple, à 3 % près si  $T - T_0$  n'est que d'une dizaine de degrés en valeur absolue.  $S$  se mesurera en  $[J K^{-1} m^{-3}]$ . Les déplacements d'entropie d'un point à l'autre de l'espace donnent lieu à un *flux d'entropie* que nous représenterons par  $q$ ; et les sources d'entropie, positives ou négatives suivant qu'il s'agit d'un apport ou d'un retrait, sont réparties avec une densité que nous représenterons par  $\sigma$ . Le bilan de l'entropie s'exprime par la relation

$$\dot{S} + \text{div } q = \sigma, \quad (2)$$

le point surmontant le  $S$  représentant une dérivation partielle par rapport au temps; le vecteur  $q$  se mesure en  $[W K^{-1} m^{-2}]$ , et la densité  $\sigma$  en  $[W K^{-1} m^{-3}]$ .

Le bilan de l'énergie, qu'il ne faut pas confondre avec le bilan de l'entropie, se calculera, dans le cas purement thermique, en multipliant l'équation (1) scalairement par  $q$ , et l'équation (2) par  $T$ :

$$\begin{array}{rcl} \text{grad } T = -\theta & | & q \\ \dot{S} + \text{div } q = \sigma & | & T \\ \hline T\dot{S} + \text{div } (Tq) = T\sigma - \theta \cdot q & , & \end{array} \quad (3)$$

où nous avons tenu compte de l'identité  $\text{grad } T \cdot q + T \text{div } q = \text{div } (Tq)$ .  $T\dot{S}$  est la dérivée de la densité d'énergie (c'est-à-dire de chaleur) par rapport au temps,  $Tq$  est le flux de chaleur, tandis que le second membre  $T\sigma - \theta \cdot q$  représente les sources de chaleur (positives ou négatives).

### 2.3 Champ hydraulique

Passons au champ hydraulique. Nous avons tout d'abord la pression  $p$ , mesurée en pascal  $[N m^{-2}$  ou  $J m^{-3}]$ , dont le gradient a pour première cause, la seule qui subsiste en hydrostatique, la pesanteur; cette partie de  $\text{grad } p$  s'exprime par le terme  $-\rho g$ ,  $\rho$  étant la densité de masse  $[Kg m^{-3}]$ , et  $-g$  le vecteur accélération de la pesanteur, mesuré en  $[m s^{-2}]$ . En plus de cela,  $\text{grad } p$  peut avoir d'autres causes, en particulier les forces de *percolation*, qui apparaissent en régime quasi statique. Nous poserons donc, en l'absence d'effets dynamiques:

$$\text{grad } p = -(\rho g + i), \quad (4)$$

le vecteur  $i$  représentant la part de  $-\text{grad } p$  due à la percolation.

Nous aurons ensuite à considérer le *contenu d'eau*. La définition du contenu d'eau (qui n'est pas la teneur en eau de la géotechnique) exige quelques explications. Il faut d'abord choisir un *état de référence*, défini par une température  $T_0$  et une pression  $p_0$ ; dans cet état, une masse d'eau donnée occupe un volume bien déterminé, qu'on peut prendre comme mesure de cette quantité d'eau; on conçoit donc, ce qui surprend à première vue, que si un mètre cube d'eau est comprimé ou contracté par refroidissement, on ait dans un mètre cube d'espace plein d'eau un peu plus qu'un mètre cube d'eau.

Cela posé, le contenu d'eau  $\varepsilon$  dans un milieu poreux sera le nombre de mètres cubes d'eau par mètre cube d'espace.  $\varepsilon$  sera donc un nombre pur dépendant, assez peu il est vrai, du choix préalable de  $T_0$  et  $p_0$ . Dans un milieu saturé, le contenu d'eau est égal à la *porosité* si l'on néglige la compressibilité de l'eau.

Le flux de contenu d'eau est la *vitesse de filtration*  $v$ , vecteur qui se mesure en  $[m\ s^{-1}]$ ; le rapport  $\frac{v}{\varepsilon}$  est la *vitesse moyenne des particules d'eau*. Enfin, si nous introduisons la *densité de source de contenu d'eau*  $\zeta$ , pratiquement toujours nulle, mais qui pourrait servir par exemple à exprimer la formation d'eau à partir de glace, nous aurons le bilan du contenu d'eau:

$$\dot{\varepsilon} + \operatorname{div} v = \zeta. \quad (5)$$

Des équations (4) et (5), nous tirerons enfin le bilan de l'énergie dans le cas purement hydraulique, exactement comme nous l'avons fait en (3):

$$\begin{array}{rcl} \operatorname{grad} p & = & -(\rho g + i) \cdot v \\ \dot{\varepsilon} + \operatorname{div} v & = & \zeta \\ \hline p\dot{\varepsilon} + \operatorname{div}(pv) & = & p\zeta - (\rho g + i) \cdot v \end{array} \quad (6)$$

#### 2.4 Bilan total de l'énergie lorsque les deux champs se superposent

Si nous supposons maintenant qu'un champ hydraulique et un champ thermique se superposent dans une même région de l'espace, nous obtiendrons le bilan total de l'énergie en additionnant membre à membre les deux bilans partiels (3) et (6):

$$p\dot{\varepsilon} + T\dot{S} + \operatorname{div}(pv + Tq) = p\zeta + T\sigma - (\rho g + i) \cdot v - \theta \cdot q. \quad (7)$$

Désignons par  $V$  le volume occupé par le système considéré, et par  $\Sigma$  sa frontière, orientée par sa normale extérieure. Par le théorème d'Ostrogradsky, nous avons

$$\int_V \operatorname{div} (pv + Tq) dV = \oint_{\Sigma} (pv + Tq) \cdot d\Sigma, \quad (8)$$

de sorte qu'en intégrant l'équation (7) nous obtenons

$$\begin{aligned} \int_V (p \dot{\varepsilon} + T \dot{S}) dV = & - \oint_{\Sigma} (pv + Tq) \cdot d\Sigma + \int_V (p\zeta + T\sigma) dV - \\ & \int_V \{(\rho g + i) \cdot v + \theta \cdot q\} dV \end{aligned} \quad (9)$$

Posons

$$\int_V (p \dot{\varepsilon} + T \dot{S}) dV = \dot{U}, \quad (10)$$

$$- \oint_{\Sigma} pv \cdot d\Sigma + \int_V (p\zeta - \rho g \cdot v) dV = \dot{W}, \quad (11)$$

$$- \oint_{\Sigma} Tq \cdot d\Sigma = \dot{Q}, \quad (12)$$

$$\int_V T\sigma dV = \dot{Q}_i, \quad (13)$$

$$\int_V (i \cdot v + \theta \cdot q) dV = \dot{D}. \quad (14)$$

Toutes ces intégrales sont des fonctions du temps:  $U$  est l'énergie totale du système,  $W$  est le travail mécanique apporté au système,  $Q$  est la quantité de chaleur apportée au système,  $Q_i$  est la quantité de chaleur produite à l'intérieur du système, et  $D$  est l'énergie dissipée par le système.

L'équation (9) peut se récrire ainsi:

$$\dot{U} = \dot{W} + \dot{Q} + \dot{Q}_i - \dot{D}. \quad (15)$$

Nous admettrons l'égalité de l'énergie dissipée et de la chaleur produite

$$\dot{Q}_i = \dot{D}. \quad (16)$$

On en déduit

$$\dot{U} = \dot{W} + \dot{Q}, \quad (17)$$

qui est le premier principe de la thermodynamique.

Le *second principe de la thermodynamique* affirme que la puissance dissipée, égale à la production interne de chaleur, est constamment positive:

$$\dot{Q}_i = \dot{D} \geq 0. \quad (18)$$

## 2.5 Coefficients matériels

On a souvent dit que la thermodynamique était un cadre vide dans lequel devaient s'insérer les propriétés concrètes d'un système donné; le bilan (7) peut être considéré comme un pur théorème fondé sur les équations (1), (2), (4) et (5) prises comme axiomes: leur fondement expérimental est extrêmement général, et de ce fait leur signification physique très faible. Pour décrire un comportement physique réel, il faut faire des hypothèses plus fortes, exprimant des expériences plus précises, mais qui respectent les principes et les théorèmes de la thermodynamique.

La forme même de l'équation (7) nous suggère des hypothèses simples qui sont compatibles avec elle, ainsi qu'avec les conditions (17) et (19): il s'agit de porter particulièrement son attention sur les termes  $p\dot{\epsilon} + T\dot{S}$ , d'une part, et  $i \cdot v + \theta \cdot q$  d'autre part, d'où nous dégagerons respectivement les notions de *densité d'énergie* et de *densité de puissance dissipée*.

### 2.5.1 Densité d'énergie

Une hypothèse compatible avec l'équation (10), c'est d'admettre que l'énergie totale  $U$  est répartie dans le système avec une densité  $\mu$ , fonction, en plus des coordonnées et du temps, de  $\epsilon$  et de  $S$ :

$$\mu = \mu(\epsilon, S); \quad (19)$$

on a, en différentiant par rapport à  $\epsilon$  et  $S$ :

$$\delta\mu = \frac{\partial\mu}{\partial\epsilon}\delta\epsilon + \frac{\partial\mu}{\partial S}\delta S. \quad (20)$$

L'équation (10) sera identiquement satisfaite si l'on suppose

$$p = \frac{\partial\mu}{\partial\epsilon}, \quad T = \frac{\partial\mu}{\partial S}; \quad (21)$$

différentions les équations (21):

$$\begin{aligned} \delta p &= \frac{\partial^2\mu}{\partial\epsilon^2}\delta\epsilon + \frac{\partial^2\mu}{\partial\epsilon\partial S}\delta S, \\ \delta T &= \frac{\partial^2\mu}{\partial S\partial\epsilon}\delta\epsilon + \frac{\partial^2\mu}{\partial S^2}\delta S. \end{aligned} \quad (22)$$

Les dérivées secondes qui figurent dans (22) sont des fonctions de  $\varepsilon$  et de  $S$  qui peuvent être regardées comme constantes dans un voisinage suffisamment restreint d'un état défini par des valeurs données de  $\varepsilon$  et  $S$ ; nous écrirons donc :

$$\begin{bmatrix} \delta p \\ \delta T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^H & C^{HT} \\ C^{TH} & C^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \varepsilon \\ \delta S \end{bmatrix}; \quad (23)$$

les indices H et T rappellent respectivement les mots *hydraulique* et *thermique*. En vertu de la définition (22), la matrice de l'équation (23) est symétrique :

$$C^{HT} = C^{TH}. \quad (24)$$

L'équation (24) peut être résolue par rapport à  $\delta \varepsilon$  et  $\delta S$ , et nous écrirons :

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon \\ \delta S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_H & C_{HT} \\ C_{TH} & C_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p \\ \delta T \end{bmatrix}. \quad (25)$$

En posant

$$\begin{vmatrix} C_H & C_{HT} \\ C_{TH} & C_T \end{vmatrix} = \Delta_c \quad (26)$$

et

$$b_c = \frac{C_{HT}}{\sqrt{C_H C_T}}, \quad (27)$$

nous aurons

$$\Delta_c = C_H C_T (1 - b_c^2), \quad (28)$$

$$\Delta_c^{-1} = C^H C^T (1 - b_c^2), \quad (29)$$

puis

$$C^H = \frac{C_T}{\Delta_c} = \frac{1}{C_H (1 - b_c^2)}, \quad (30)$$

$$C^T = \frac{C_H}{\Delta_c} = \frac{1}{C_T (1 - b_c^2)},$$

$$C^{HT} = -\frac{C_{HT}}{\Delta_c} = -\frac{1}{C_{HT}} \frac{b_c^2}{1 - b_c^2}.$$

On voit donc que  $C^H$  et  $C_H$  d'une part,  $C^T$  et  $C_T$  d'autre part, sont inverses au facteur  $\frac{1}{1 - b_c^2}$  près; ce facteur est voisin de 1 si  $|C_{HT}|$  est petit par rapport à la moyenne géométrique de  $C_H$  et  $C_T$ .

### 2.5.2 Interprétation des coefficients de la matrice (C)

Observons tout d'abord que les équations (19) et (21) impliquent que  $p$  et  $T$  sont des fonctions de  $\varepsilon$  et  $S$ , ou, en inversant, que  $\varepsilon$  et  $S$  sont des fonctions de  $p$  et  $T$ ; une fois fixés les paramètres non thermo-hydrauliques (granulométrie, contrainte effective dans le squelette, teneur en air, etc.) l'état thermo-hydraulique dépend de deux paramètres, les deux autres étant alors univoquement déterminés: on exclut donc l'hystérèse.

Le coefficient  $C_H$  représente la variation du contenu d'eau rapportée à la variation de pression dans un processus *isotherme*; cette variation peut être due à deux causes: premièrement la compressibilité de l'eau; deuxièmement, une variation du volume disponible pour l'eau qui est égal à la porosité moins le volume de l'air: il s'agit donc d'un *coefficient d'emmagasinement*, au sens des hydrogéologues.

Le coefficient  $C_T$  est l'*entropie spécifique* du sol à *pression constante*; c'est pratiquement la *chaleur spécifique par unité de volume*  $C$  divisée par la température ambiante  $T_o$ :

$$C_T = \frac{C}{T_o} \quad (31)$$

Les coefficients  $C_{HT}$  et  $C_{TH}$ , qui sont égaux, ont néanmoins des interprétations distinctes:  $C_{HT}$  est l'augmentation de contenu d'eau entraînée par une augmentation unitaire de température à pression constante; en général  $C_{HT}$  est négatif, car lorsque  $T$  augmente, il y a presque toujours une diminution de  $\varepsilon$ , due à la dilatation de l'eau, et aussi à la diminution du volume disponible.  $C_{HT}$  représente l'augmentation d'entropie du sol, généralement négative, qui résulte d'une augmentation unitaire de la pression à température constante: en effet, si  $p$  augmentait adiabatiquement,  $T$  aurait tendance à croître, et il faut enlever de l'entropie pour ramener  $T$  à sa valeur.

Nous n'insisterons pas sur l'interprétation des coefficients  $C^H$ ,  $C^T$ ,  $C^{HT} = C^{TH}$ , qui découle de ce qui vient d'être dit; remarquons seulement que  $C^H$  est un coefficient de compressibilité *adiabatique*, et  $C^T$  l'inverse de l'entropie spécifique à *contenu d'eau constant*.

### 2.5.3 Densité de puissance dissipée: matrice (K)

L'équation (16) sera toujours vérifiée si nous supposons

$$T\sigma = i \cdot v + \theta \cdot q; \quad (32)$$

de plus, nous supposons entre  $i$  et  $\theta$  d'une part,  $v$  et  $q$  d'autre part, une relation linéaire, conformément aux hypothèses classiques de la thermodynamique des phénomènes irréversibles (DE GROOT et MAZUR, 1969; PRIGOGINE, 1968), et nous posons

$$\begin{bmatrix} v \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_D & K_{DF} \\ K_{FD} & \bar{K}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ \theta \end{bmatrix} \quad (33)$$

les indices D et F rappellent respectivement les noms de Darcy et Fourier, car les lois auxquelles sont attachés les noms de ces deux auteurs sont contenues dans l'équation (33) quand les *coefficients de couplage*  $K_{DF}$  et  $K_{FD}$  sont nuls. Nous avons placé une barre sur le coefficient  $\bar{K}_F$ , afin de rappeler que  $q$  est un courant d'entropie, et de réserver  $K_F$  au coefficient de Fourier, relatif à un courant de *chaleur*; on a  $\bar{K}_F \cong \frac{K_F}{T_o}$ .

Posons

$$\begin{vmatrix} K_D & K_{DF} \\ K_{FD} & \bar{K}_F \end{vmatrix} = \Delta_K. \quad (34)$$

La condition

$$T\sigma = i \cdot v + \theta \cdot q \geq 0, \quad (35)$$

d'où découle l'inégalité (18), s'exprime par

$$\Delta_K \geq \left( \frac{K_{DF} - K_{FD}}{2} \right)^2. \quad (36)$$

En adoptant la relation d'Onsager, généralement admise, mais parfois contestée {TRUESDELL, 1969}, la matrice de (33) est symétrique

$$K_{DF} = K_{FD}; \quad (37)$$

on peut alors définir le *paramètre de couplage*  $b_K$  :

$$b_K = \frac{K_{DF}}{\sqrt{K_D K_F}}. \quad (38)$$

Dans ce cas la relation (36) se réduit à

$$\Delta_K \geq 0, \quad (39)$$

qui est équivalente à

$$|b_K| \leq 1. \quad (40)$$

Si  $\Delta_K \neq 0$ , la relation (33) peut être inversée

$$\begin{bmatrix} i \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^D & K^{DF} \\ K^{FD} & \overline{K}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ q \end{bmatrix}, \quad (41)$$

et l'on pourrait refaire des calculs analogues à ceux que nous avons faits pour les coefficients (C).

Les coefficients non diagonaux des matrices (33) et (41) sont des coefficients de couplage analogues aux coefficients thermo-électriques. Le phénomène qu'ils décrivent est nommé *thermo-osmose*: il consisterait, par exemple, dans une vitesse de filtration qui aurait pour cause un gradient thermique, ou dans un gradient de pression qui serait provoqué par un flux d'entropie. Le cas de transport d'entropie par convection est écarté ici.

## 2.6 Conclusion de la partie théorique

Les développements que nous venons de présenter permettent l'inventaire systématique des coefficients matériels impliqués par certaines hypothèses, établissent les relations qui existent entre eux, et montrent les conditions auxquelles ils sont soumis.

Les mesures dont nous allons rendre compte n'exigent pas que l'on s'en tienne à une si grande généralité. Et tout d'abord, nous ne nous astreindrons pas à l'emploi de l'entropie et de la température absolue, qu'avait exigé jusqu'ici notre point de vue thermodynamique. Nous mesurerons les températures en degrés Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ); cependant, lorsqu'il s'agit de gradients et de différences, l'origine n'importe pas, et nous continuerons dans nos formules dimensionnelles à désigner le degré centigrade par la lettre K. A part cela, nous prendrons le joule comme unité d'énergie de toute forme, et de chaleur en particulier; le pascal [ $\text{N m}^{-2}$  ou  $\text{J m}^{-3}$ ] sera l'unité de pression et le watt [ $\text{W} = \text{J s}^{-1}$ ] l'unité de puissance.

Voici les coefficients matériels sur lesquels nous porterons notre attention dans la partie expérimentale:

- 1<sup>o</sup> Le coefficient de couplage  $K^{DF}$  figurant dans la matrice de l'équation (41); nous en tirerons une estimation du paramètre de couplage  $b_K$  (38).
- 2<sup>o</sup> Le coefficient de Darcy,  $K_D$  figurant dans la matrice de l'équation (33).
- 3<sup>o</sup> Le coefficient de Fourier,  $K_F$ , égal à  $T_0 \overline{K}_F$ ,  $\overline{K}_F$  étant le coefficient de conductivité de l'entropie figurant dans l'équation (33).
- 4<sup>o</sup> La capacité calorifique volumique C, égale à  $T_0 C_T$  suivant l'équation (31).



Afin de faciliter la comparaison de nos résultats avec ceux que l'on trouve ailleurs, nous donnerons ici quelques formules de conversion.

1° Pression :

$$1 [\text{Nm}^{-2}] = 1,020 \cdot 10^{-2} [\text{cm d'eau}], \quad 1 [\text{cm d'eau}] = 0,981 \cdot 10^2 [\text{Nm}^{-2}].$$

2° Gradient de pression

$$1 [\text{Nm}^{-3}] = 1,020 \cdot 10^{-4} [\text{cm d'eau/cm}], \quad 1 [\text{cm d'eau/cm}] = 0,981 \cdot 10^4 [\text{Nm}^{-3}].$$

3° Perméabilité (1 darcy = 1 cm<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>/cm d'eau)

$$1 [\text{m}^3 \text{N}^{-1} \text{s}^{-1}] = 0,981 \cdot 10^6 [\text{darcy}], \quad 1 [\text{darcy}] = 1,020 \cdot 10^{-6} [\text{m}^3 \text{N}^{-1} \text{s}^{-1}].$$

4° Capacité calorifique (nous considérons toujours la capacité calorifique volumique, que nous désignons par C):

$$1 [\text{Jm}^{-3} \text{K}^{-1}] = 0,239 \cdot 10^{-6} [\text{cal cm}^{-3} \text{K}^{-1}], \quad 1 [\text{cal cm}^{-3} \text{K}^{-1}] = 4,19 \cdot 10^6 [\text{Jm}^{-3} \text{K}^{-1}].$$

5° Conductivité thermique:

$$1 [\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}] = 0,239 \cdot 10^{-2} [\text{cal cm}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}], \quad 1 [\text{cal cm}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}] = 4,19 \cdot 10^2 [\text{Wm}^{-1} \text{K}^{-1}].$$

### 3. MÉTHODES DE MESURE, RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS

#### 3.1 *Couplage entre les flux thermique et hydraulique*

##### 3.1.1 Principe des mesures

Pour tenter de mettre en évidence le phénomène de thermo-osmose, et d'en mesurer les coefficients, nous avons constitué le dispositif représenté par la figure 1: il s'agit d'un perméamètre de hauteur  $h$  dans lequel le flux de liquide est vertical; la partie inférieure et la partie supérieure de l'appareil sont reliées chacune à un tube piézométrique, de sorte que l'on applique une pression  $p_2$  au haut et  $p_1$  au bas de l'échantillon, d'où résulte une différence de pression

$$\Delta p = p_2 - p_1. \quad (1)$$

Au moyen de deux serpentins dans lesquels circule de l'eau à température déterminée, les faces supérieure et inférieure de l'échantillon sont portées à des températures respectivement égales à  $T_2$  et  $T_1$ , d'où la différence

$$\Delta T = T_2 - T_1. \quad (2)$$

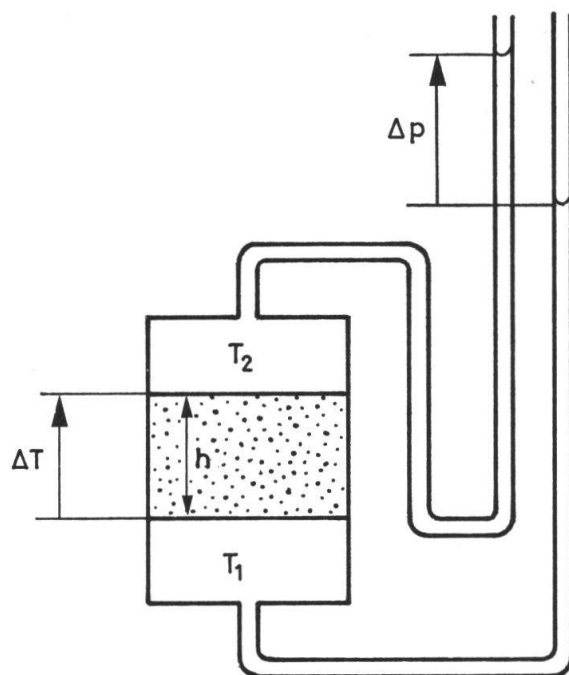


Fig. 1. — Schéma du dispositif pour la mesure de la thermo-osmose.

En supposant les flux et les gradients uniformes à l'intérieur de l'échantillon, et en orientant l'axe vertical positivement vers le haut, nous aurons

$$i = -\frac{\Delta p}{h},$$

$$\theta = -\frac{\Delta T}{h}.$$

De l'équation (2.41) nous tirons que, si le débit  $v$  est nul, on a  $i = K^{DF}q$  et  $\theta = K^F q$ , d'où

$$\frac{K^{DF}}{K^F} = \frac{i}{\theta} \quad (v = 0). \quad (4)$$

Le phénomène de thermo-osmose se manifesterait donc par le fait que, en régime permanent, et en l'absence de tout écoulement, une différence de température appliquée entre les deux faces de l'échantillon provoquerait une différence piézométrique dans les tubes, et l'on aurait

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{K^{DF}}{K^F}. \quad (5)$$

Notons qu'une autre expérience (que nous n'avons pas faite) consisterait à laisser s'écouler le fluide sous le seul effet de  $\theta$  en maintenant  $i$  nul; il faudrait alors se référer à l'équation (2.33) qui nous donnerait

$$v = K_{DF} \theta . \quad (6)$$

Nous avons opéré sur des échantillons de *sable limoneux*; des expériences faites sur du sable de Fontainebleau ont d'ailleurs donné des résultats analogues.

Lorsqu'on commence à appliquer une différence de température, une nette montée d'eau, qui peut aller jusqu'à 2 cm dans le cas du sable limoneux, se produit dans le piézomètre qui se trouve du côté chauffé; ce phénomène ne doit pas faire illusion: il n'est que transitoire, et il faut l'attribuer à la dilatation, et peut-être aussi à la cavitation; il nous montre cependant ce fait pratiquement important que l'envoi d'une onde thermique dans un milieu peu perméable peut y provoquer des augmentations de pression.

La thermo-osmose, si elle existe, doit provoquer une différence de hauteur *permanente* entre les deux tubes. Nous avons donc prolongé l'expérience, en enregistrant la différence de pression sur bande de papier;  $\Delta p$  était mesuré au moyen d'un capteur électrique de pression différentielle, dont la sensibilité est de l'ordre de  $1 \text{ Nm}^{-2}$ . La figure 2 montre le déroulement d'une expérience: tandis que  $\Delta T$  monte pour se stabiliser,  $\Delta p$  atteint un maximum pour redescendre à une valeur très petite.

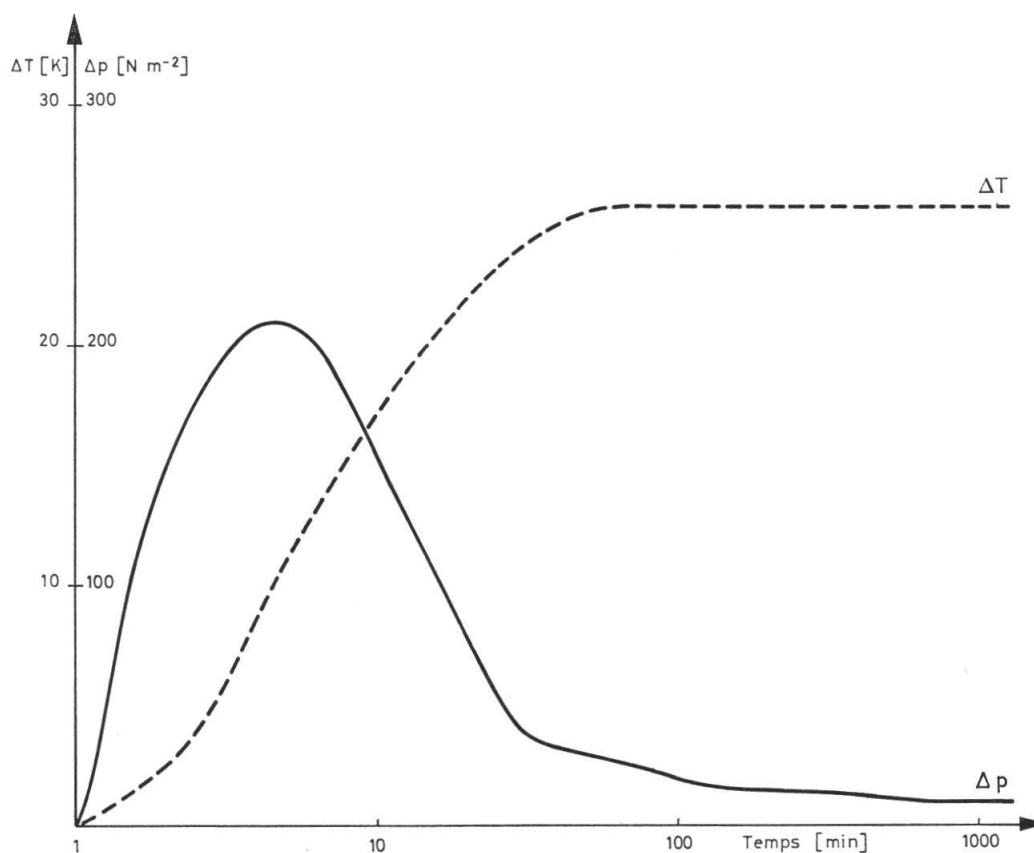


Fig. 2. — Déroulement d'une mesure de thermo-osmose (sable fin très limoneux).

### 3.1.3 Résultats obtenus

Les plus longues expériences que nous ayons réalisées ont laissé subsister pour un  $\Delta T$  de  $25^\circ \text{C}$ , un  $\Delta p$  de  $10 \text{ Nm}^{-2}$  après 1000 minutes dans le cas du sable limoneux. Étant donné la petitesse de cette valeur, il n'est pas certain qu'elle ne soit pas due à des différences de densité dans le circuit piézométrique, ou à des effets capillaires, etc.; étant donné la longueur de l'expérience, il faut aussi tenir compte d'une éventuelle dérive des appareils. Toutefois, nous pouvons prendre cette valeur de  $10 \text{ Nm}^{-2}$  comme une limite supérieure du  $\Delta p$  provoqué par thermo-osmose pour un  $\Delta T$  de 25 degrés. Nous admettrons donc, pour le sable limoneux

$$\frac{K^{DF}}{\bar{K}_F} \leq \frac{10}{25} = 0,4 \quad [\text{Nm}^{-2}\text{K}^{-1}] \quad (7)$$

Tirons de là une limite supérieure pour le paramètre de couplage  $b_K$  (2.38)

$$b_K = \frac{K^{DF}}{\sqrt{K^D \bar{K}_F}} = \frac{K^{DF}}{K^F} \sqrt{\frac{\bar{K}_F}{K^D}} \quad (8)$$

En admettant pour borne inférieure de  $K_F$  (coefficient de conductibilité thermique)  $0,5 [\text{WK}^{-1}\text{m}^{-1}]$ , nous aurons  $\bar{K}_F \geq 0,5/300 \cong 1,5 \cdot 10^{-3} [\text{JK}^{-2}\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}]$ , et nous admettrons  $K_D \leq 10^{-9} [\text{J}^{-1}\text{m}^5\text{s}^{-1}]$ ; en remarquant que,  $\sup \frac{\bar{K}_F}{K^D} = \sup \frac{K_D}{\bar{K}_F}$ , nous aurons finalement

$$b_K \leq 0,4 \sqrt{\frac{10^{-9}}{1,5 \cdot 10^{-3}}} = 3,3 \cdot 10^{-4} \quad (9)$$

### 3.1.4 Conclusion

Disons que le paramètre de couplage thermo-osmotique, dans le cas d'un sable limoneux, est compris entre 0 et  $10^{-3}$ . On peut donc affirmer que dans tous les problèmes d'écoulement souterrain, on ne fera pas de grandes erreurs en négligeant les termes non diagonaux des matrices  $K$  et  $K^{-1}$ . Cependant, la thermo-osmose n'est pas entièrement exclue en géotechnique, en particulier, elle a été observée dans des argiles (SRIVASTAVA et AVASTHI, 1975).

## 3.2 Coefficient de Darcy, $K_D$

### 3.2.1 Dispositif expérimental

Nous avons utilisé, pour mesurer le coefficient de Darcy, un perméamètre formé d'un cylindre de plexiglas (fig. 3). L'échantillon est placé dans le cylindre préalablement enduit de graisse de silicone entre

deux pierres poreuses recouvertes d'un papier filtre; la pierre poreuse supérieure est solidaire d'un piston perméable. Une force, mesurée au moyen d'un dynamomètre, peut être exercée sur le piston, de manière à soumettre le squelette de l'échantillon à une contrainte effective verticale  $P$ : on simule ainsi l'effet des couches supérieures d'un sol en place.

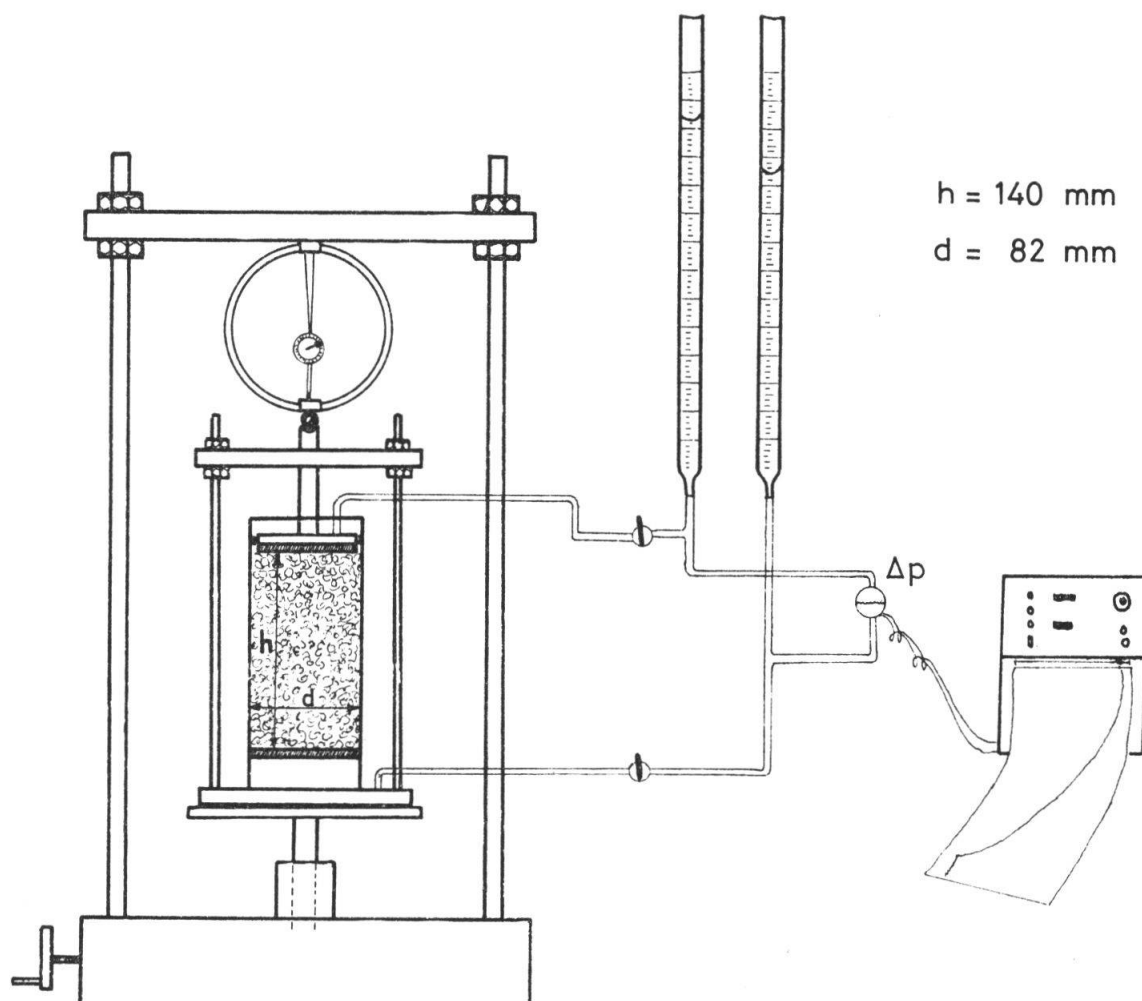


Fig. 3. — Schéma du dispositif pour la mesure de la perméabilité.

### 3.2.2 Préparation de l'échantillon

La matière repose préalablement dans un bassin où elle est submergée d'eau du robinet: il s'agit donc d'eau « normale », contenant en particulier de l'air dissous en équilibre avec l'atmosphère. La conduite inférieure étant fermée, et remplie d'eau jusqu'à la pierre poreuse, le sol est mis en place gorgé d'eau, de façon que pendant tout le remplissage, on observe un excès d'eau.

Le sol peut être simplement déposé; mais il pouvait aussi être damé par couches au moyen d'une masse de 478 grammes tombant d'une

hauteur de 24,4 centimètres, exactement comme s'il s'agissait d'un compactage; étant donné que le sol est submergé, ce n'est pas un compactage ordinaire, aussi dirons-nous que le sol était *tassé*, pour employer le même terme que Darcy dans son célèbre mémoire de 1856 sur les fontaines publiques de la ville de Dijon {HOUBEURT, 1974}; le nombre total  $N$  de coups de dame appliqués à chaque échantillon a été compté, et a varié entre 0 et 400.

### 3.2.3 Principe de la mesure

Soit  $z_1$  et  $z_2$  les niveaux piézométriques dans les tubes respectivement au bas et au haut de l'échantillon, et soit  $2x = z_2 - z_1$  la différence piézométrique appliquée à l'échantillon. La mesure consiste à établir une différence  $2x_0$ , le mouvement de l'eau étant empêché par la fermeture d'un robinet à volume constant; au temps  $t=0$ , le robinet est ouvert, et l'équilibre piézométrique se rétablit suivant une fonction exponentielle du temps, dont la constante dépend du coefficient de Darcy.

Soit  $\rho$  la masse volumique de l'eau,  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $h$  étant la hauteur de l'échantillon,  $S$  sa surface, la vitesse de filtration  $v$ ; comptée positivement de bas en haut, sera donnée par la loi de Darcy:

$$v = -K_D \frac{2\rho g x}{h} \quad (10)$$

Soit  $s$  la section des tubes piézométriques, l'équation de continuité nous donnera

$$vS = \dot{x}s \quad (11)$$

d'où l'équation différentielle

$$\dot{x} + 2K_D \frac{\rho g S}{hs} x = 0, \quad (12)$$

dont la solution, en tenant compte de la condition initiale  $x(0) = x_0$  est

$$x = x_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (13)$$

avec

$$\tau = \frac{1}{2} \frac{hs}{\rho g S K_D}; \quad (14)$$

on en tire

$$K_D = \frac{hs}{2\rho g S \tau}.$$

La mesure de  $K_D$  résulte donc de la détermination de la constante de temps  $\tau$ ; la différence piézométrique était mesurée au moyen d'un capteur électronique et enregistrée sur bande de papier. La différence initiale était presque toujours de 50 mm, pour une hauteur  $h$  de 140 mm; nous utilisons donc des gradients plus faibles que ceux que l'on applique dans les méthodes courantes, et plus proches de la réalité naturelle; la décroissance exponentielle de  $x$ , vérifiée jusqu'aux plus petites valeurs mesurables, est une preuve de la linéarité de la loi de Darcy.

### 3.2.4 Organisation des mesures

Nos mesures ont porté sur du sable de Fontainebleau, dont les caractéristiques sont données au tableau 1. Nous avons opéré à la température ambiante, dans un local bien abrité des fluctuations rapides, et où  $T_0$  était en moyenne de  $22^\circ\text{C}$ , avec des variations maximales de  $\pm 2^\circ\text{C}$ .

Le but de nos mesures était: 1° d'examiner le degré de reproductibilité que permettait d'atteindre le dispositif employé. 2° d'appliquer notre méthode à l'étude de l'influence sur  $K_D$  de certains facteurs.

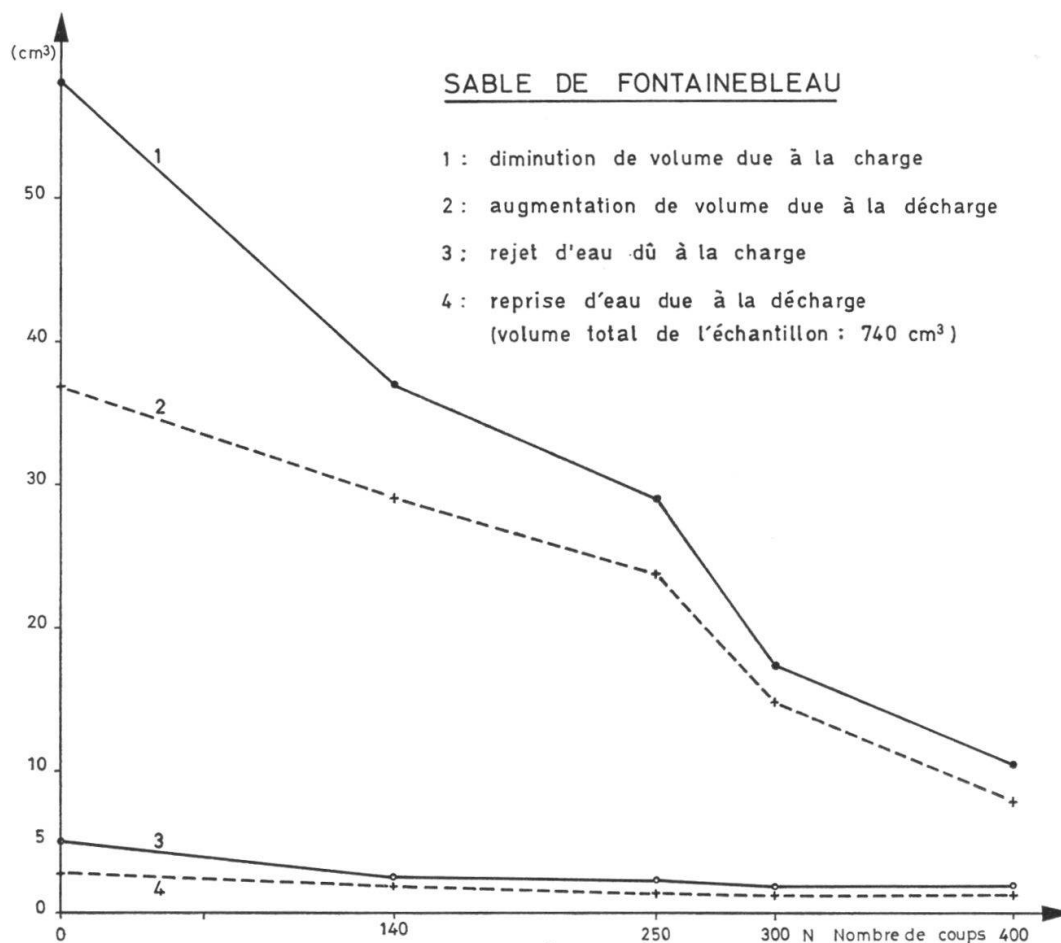


Fig. 4. — Variation de volume et réjection d'eau sous l'effet de la charge, en fonction du tassement.

Les paramètres dont nous avons observé l'influence sont au nombre de trois :

1. Le nombre de coups de dame ayant servi au tassement,  $N$ .
2. La contrainte verticale  $P$  appliquée au squelette; en fait, une seule valeur de  $P$  a été employée, à savoir :

$$P = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-2}$$

soit  $5 \text{ kg cm}^{-2}$ . Une mesure de  $K_D$  était faite *avant* l'application de la charge; une seconde *pendant* l'application, et une troisième *après* remise à zéro de la charge; cela fait trois états de charge que nous désignerons respectivement par les expressions: *non chargé*, *chargé*, *déchargé*, et qui constituent en quelque sorte les trois valeurs d'une variable discrète.

3. L'orientation de la vitesse de filtration  $v$  par rapport à l'accélération de la pesanteur:  $v$  étant toujours vertical, pouvait être dirigé *vers le haut* ou *vers le bas*.

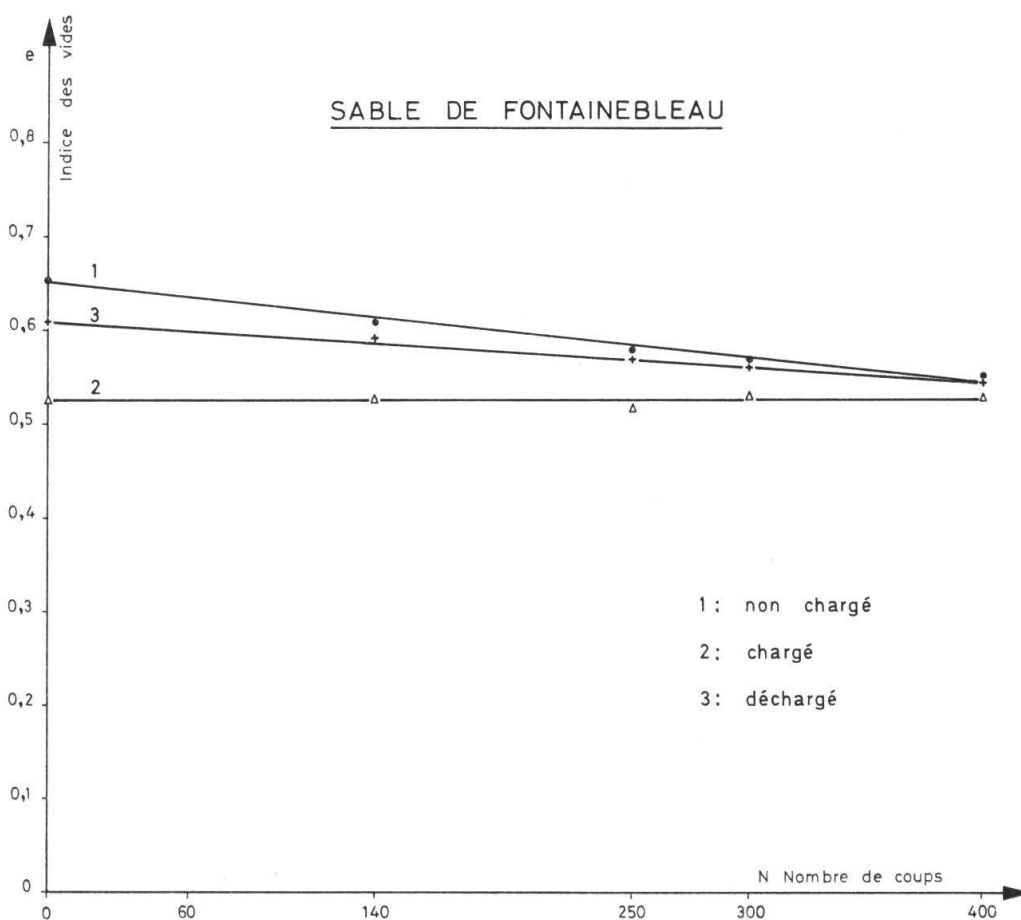
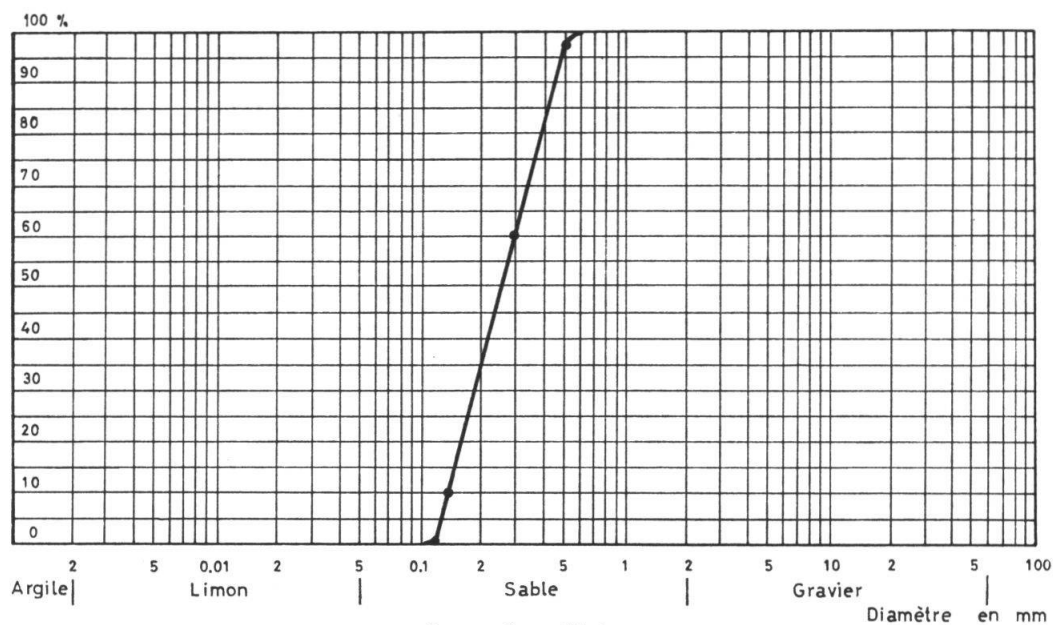


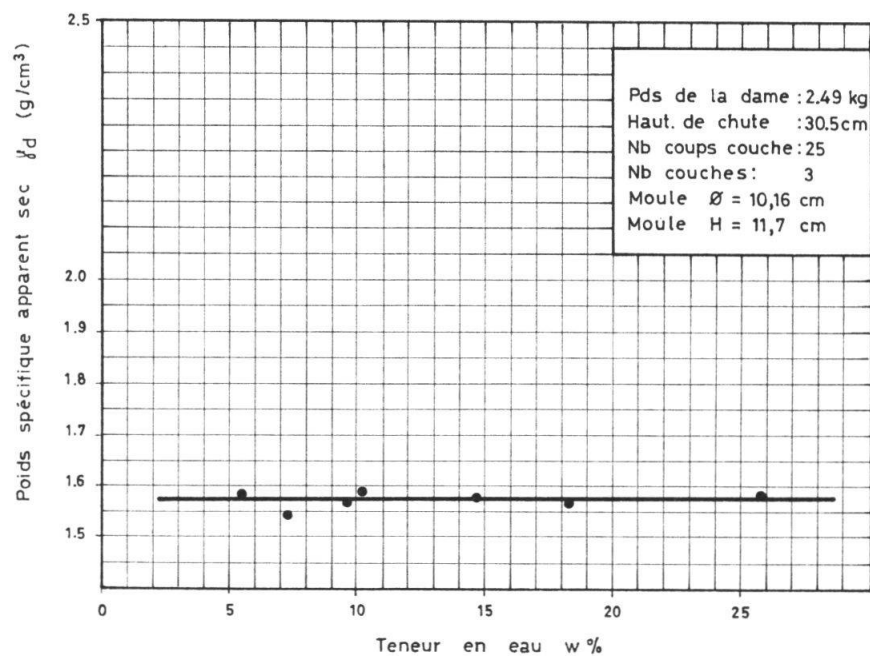
Fig. 5. — Variation de l'indice des vides en fonction du tassement pour les trois états de charge.



## SABLE DE FONTAINEBLEAU



$$\gamma_s = 2.645$$



Pds de la dame : 2.49 kg  
 Haut. de chute : 30.5 cm  
 Nb coups couche : 25  
 Nb couches : 3  
 Moule  $\varnothing = 10,16$  cm  
 Moule H = 11,7 cm

Tableau 1.

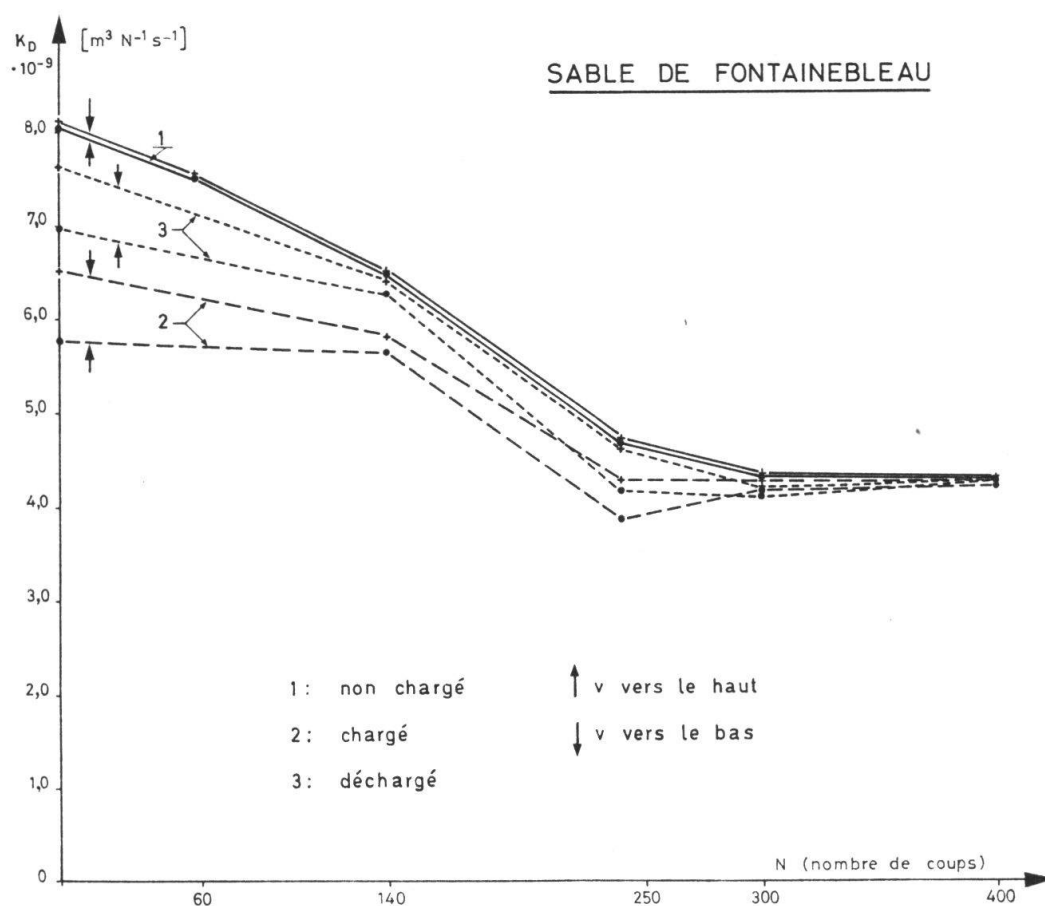


Fig. 6. — Coefficient de Darcy en fonction du tassement pour les trois états de charge et les deux sens de l'écoulement.

Certains paramètres secondaires ont été déterminés en fonction de  $N$  et de l'état de charge. On a mesuré en particulier les variations de volume de l'échantillon dues à la charge et à la décharge, ainsi que la quantité d'eau éjectée, puis reprise; la figure 4 représente ces valeurs en fonction de  $N$ : on constatera que la sortie et la rentrée d'eau ne représentent qu'une faible partie (environ 10%) de la variation totale de volume; on en conclut que, malgré l'apparente saturation, il doit se trouver un certain volume d'air occlus dans l'échantillon.

La figure 5 représente l'indice des vides  $e$  en fonction de  $N$  et de l'état de charge; on constatera que, dans l'état chargé,  $e$  atteint pour tout  $N$  la même valeur.

### 3.2.5 Résultats des mesures

Afin de contrôler la reproductibilité des résultats, plus de 50 échantillons de sable de Fontainebleau ont été mis en place; chaque échantillon était constitué de matériau neuf, après destruction de l'échantillon pré-

cédent dont la matière, polluée de graisse de silicone, était jetée. Sur chaque échantillon,  $K_D$  a été mesuré pour les deux sens de l'écoulement, et 20 d'entre eux ont été essayés dans les trois états de charge; quelques essais nous ont montré qu'un échantillon, une fois constitué, garde pendant plusieurs heures la même valeur de  $K_D$ . les tableaux 2, 3 et 4 donnent les résultats numériques des mesures effectuées avec les écarts types. On voit que, à deux exceptions près, l'écart type est toujours inférieur à 1 % de la valeur mesurée.

La figure 6 représente graphiquement ces résultats en fonction du nombre de coups  $N$ : nous obtenons six courbes distinctes correspondant aux trois états de charge, et pour chacun aux deux sens de l'écoulement. Cette famille de courbes nous montre que lorsque le sol est peu tassé, l'état de charge a une forte influence sur la perméabilité, celle-ci diminuant, comme il est naturel, quand la charge augmente. Ce qui est plus surprenant, c'est l'effet du sens de l'écoulement: la perméabilité est plus

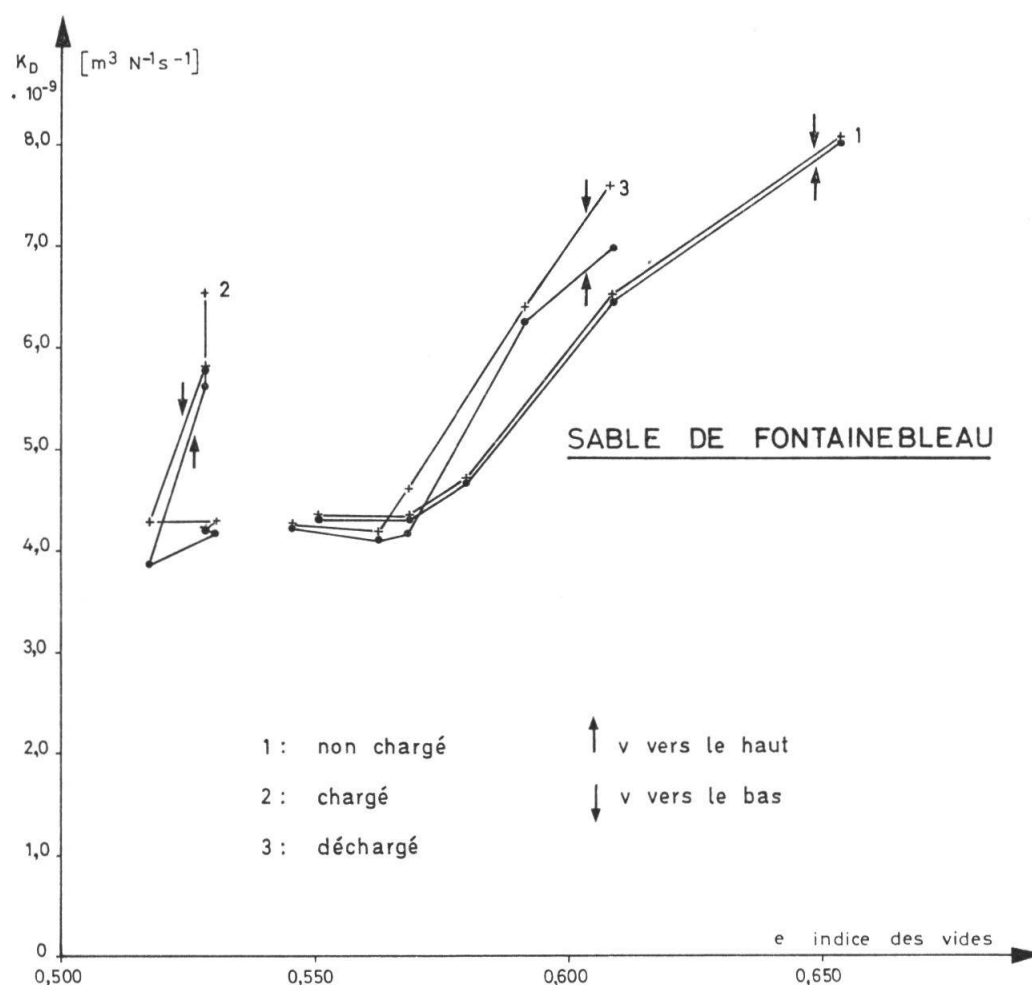


Fig. 7. — Coefficient de Darcy en fonction de l'indice des vides pour les trois états de charge et les deux sens de l'écoulement.

grande lorsque la vitesse de filtration va dans le sens de la pesanteur. L'effet est presque nul pour le sol non chargé, mais il est de l'ordre de 10 % lorsque le sol a été chargé, ou déchargé. Lorsque le tassement est grand, la valeur de  $K_D$  tend vers une limite indépendante des deux autres paramètres.

On pourrait se demander si la variation de  $K_D$  en fonction de l'énergie de tassement s'explique entièrement par la variation de l'indice des vides  $e$  {TERZAGHI et PECK, 1967; SCHNEEBELI, 1966}. Aussi avons-nous reporté sur la figure 7  $K_D$  en fonction de  $e$ ; nous voyons que les courbes relatives aux états *non chargé* et *déchargé*, sans se confondre, voisinent néanmoins dans une zone assez étroite; en revanche, les valeurs de  $K_D$  relatives à l'état *chargé* sont dans une zone verticale nettement distincte. Il y a donc autre chose que la granulométrie et l'indice des vides qui contribue à déterminer la perméabilité; il peut s'agir de l'air occlus, ou de l'arrangement géométrique des grains, ou encore du contact capillaire entre l'eau interstitielle et les grains, facteurs que nous n'avons pas analysés.

Remarquons d'ailleurs que si les courbes relatives aux états non chargé et déchargé devaient être représentées approximativement par une expression analytique, les formules du type  $K_D = A e^k$  ( $A$  et  $k$  constantes), que l'on donne ordinairement, ne conviendraient guère, dans notre cas.

### 3.2.6 Conclusions

La méthode que nous avons adoptée nous a permis d'atteindre une reproductibilité que l'on signale rarement dans des essais de perméabilité: il est vrai que la régularité des propriétés du sable de Fontainebleau contribue à ce résultat, que l'on aurait beaucoup plus de peine à obtenir avec d'autres sols. Disposant de ce moyen d'investigation, nous avons recueilli des *faits*: certains d'entre eux posent des questions auxquelles, pour l'instant, nous ne répondons pas. Mais nous pensons que les réponses seront contenues dans d'autres faits que nous nous proposons de découvrir, en continuant d'appliquer, et en perfectionnant nos méthodes.

## 3.3 Coefficients thermiques

### 3.3.1 Dispositif expérimental

Nous avons utilisé, pour la mesure des coefficients thermiques, la cellule représentée par la figure 8. L'échantillon est contenu dans l'espace compris entre deux cylindres coaxiaux; le cylindre intérieur est formé d'une tôle de cuivre de 1,5 mm d'épaisseur, sur laquelle est brasé un corps de chauffe hélicoïdal; le cylindre extérieur, également en cuivre, est

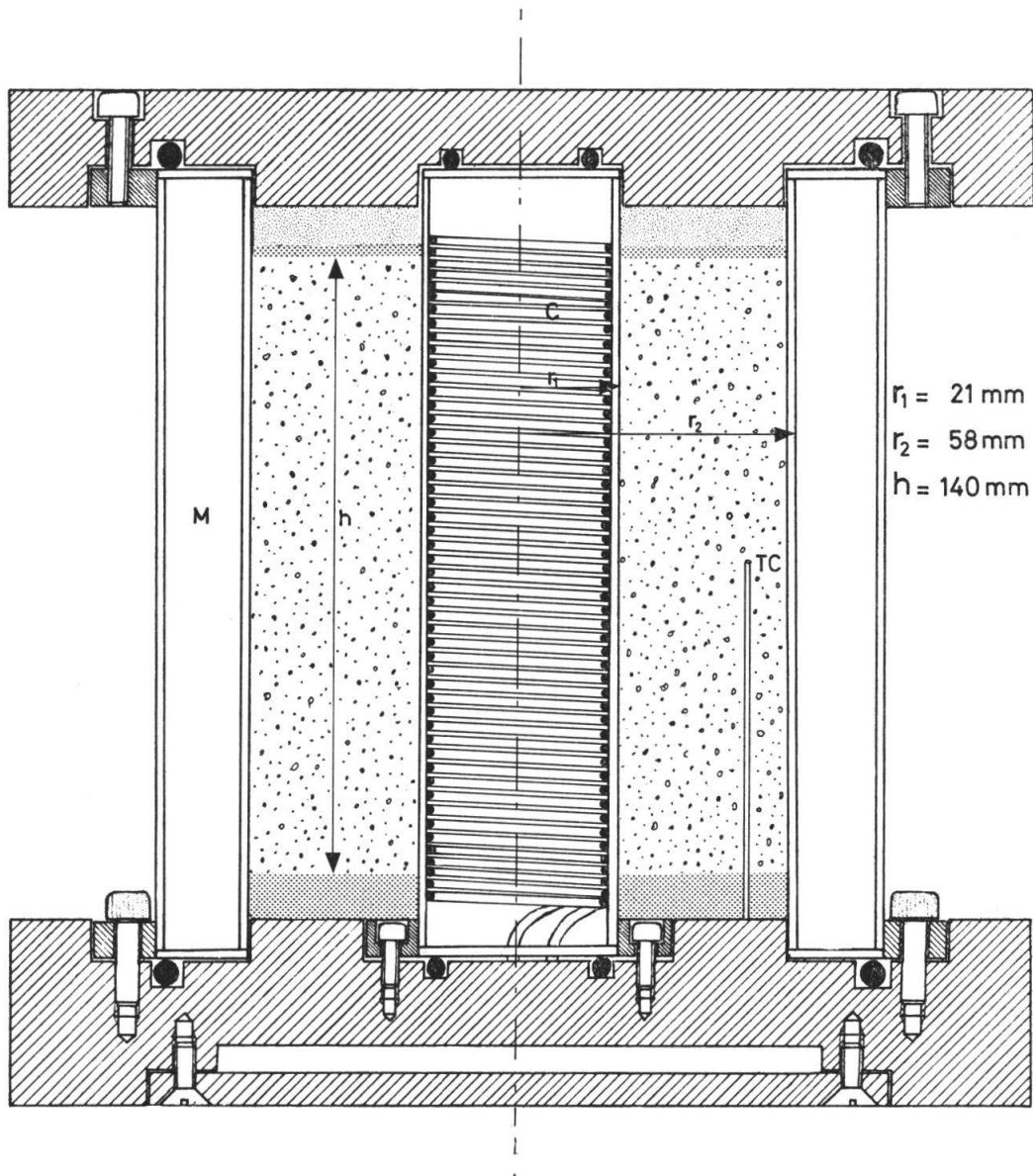


Fig. 8. — Cellule pour la mesure des coefficients thermiques. C: corps de chauffe, M: manchon d'eau à température constante, TC: thermocouple.

entouré d'un manchon où l'on peut faire circuler de l'eau à température déterminée. L'expérience consiste, à partir d'un état de température uniforme, à enclencher le corps de chauffe avec une puissance donnée, et à suivre l'évolution des températures mesurées par six thermocouples disposés tous les 60 degrés le long d'une spirale logarithmique, le premier et le dernier respectivement sur le cylindre intérieur et sur le cylindre extérieur. Les températures sont enregistrées sur bande perforée, et d'ailleurs imprimées sur une feuille de papier, toutes les trois minutes.

## SABLE DE FONTAINEBLEAU

Non chargé, écoulement vers le bas				
Tassement (nb. de coups) N	$K_D$ moyen $[m^3 N^{-1} s^{-1}]$	Ecart type	Ecart type en % de la val. moy.	Nombre de mesures
0	$8,09 \cdot 10^{-9}$	$0,1 \cdot 10^{-9}$	1,2	11
60	$7,50 \cdot 10^{-9}$	$0,06 \cdot 10^{-9}$	0,8	7
140	$6,40 \cdot 10^{-9}$	$0,23 \cdot 10^{-9}$	3,5	13
250	$4,70 \cdot 10^{-9}$	$0,03 \cdot 10^{-9}$	0,6	10
300	$4,30 \cdot 10^{-9}$	$0,03 \cdot 10^{-9}$	0,7	7
400	$4,28 \cdot 10^{-9}$	$0,03 \cdot 10^{-9}$	0,7	6

Non chargé, écoulement vers le haut				
Tassement (nb. de coups) N	$K_D$ moyen $[m^3 N^{-1} s^{-1}]$	Ecart type	Ecart type en % de la val. moy.	Nombre de mesures
0	$8,04 \cdot 10^{-9}$	$0,12 \cdot 10^{-9}$	1,4	11
60	$7,48 \cdot 10^{-9}$	$0,05 \cdot 10^{-9}$	0,7	7
140	$6,35 \cdot 10^{-9}$	$0,19 \cdot 10^{-9}$	2,9	13
250	$4,66 \cdot 10^{-9}$	$0,02 \cdot 10^{-9}$	0,4	10
300	$4,24 \cdot 10^{-9}$	$0,06 \cdot 10^{-9}$	1,4	7
400	$4,22 \cdot 10^{-9}$	$0,01 \cdot 10^{-9}$	0,2	6

Tableau 2.

## SABLE DE FONTAINEBLEAU

Chargé, écoulement vers le bas				
Tassement (nb. de coups) N	$K_D$ moyen $[m^3 N^{-1} s^{-1}]$	Ecart type	Ecart type en % de la val. moy.	Nombre de mesures
0	$6,52 \cdot 10^{-9}$	$0,04 \cdot 10^{-9}$	0,6	4
140	$5,80 \cdot 10^{-9}$	0	0	4
250	$4,28 \cdot 10^{-9}$	$0,01 \cdot 10^{-9}$	0,2	4
300	$4,27 \cdot 10^{-9}$	$0,01 \cdot 10^{-9}$	0,2	4
400	$4,22 \cdot 10^{-9}$	$0,01 \cdot 10^{-9}$	0,2	4

Chargé, écoulement vers le haut				
Tassement (nb. de coups) N	$K_D$ moyen $[m^3 N^{-1} s^{-1}]$	Ecart type	Ecart type en % de la val. moy.	Nombre de mesures
0	$5,77 \cdot 10^{-9}$	$0,03 \cdot 10^{-9}$	0,5	4
140	$5,62 \cdot 10^{-9}$	$0,03 \cdot 10^{-9}$	0,5	4
250	$3,87 \cdot 10^{-9}$	$0,01 \cdot 10^{-9}$	0,3	4
300	$4,17 \cdot 10^{-9}$	0	0	4
400	$4,20 \cdot 10^{-9}$	$0,01 \cdot 10^{-9}$	0,2	4

Tableau 3.

## SABLE DE FONTAINEBLEAU

Déchargé, écoulement vers le bas				
Tassement (nb. de coups) N	$K_D$ moyen $[m^3 N^{-1} s^{-1}]$	Ecart type	Ecart type en % de la val. moy.	Nombre de mesures
0	$7,62 \cdot 10^{-9}$	0	0	4
140	$6,40 \cdot 10^{-9}$	$0,01 \cdot 10^{-9}$	0,2	4
250	$6,42 \cdot 10^{-9}$	$0,02 \cdot 10^{-9}$	0,3	4
300	$4,19 \cdot 10^{-9}$	0	0	4
400	$4,25 \cdot 10^{-9}$	0	0	4

Déchargé, écoulement vers le haut				
Tassement (nb. de coups) N	$K_D$ moyen $[m^3 N^{-1} s^{-1}]$	Ecart type	Ecart type en % de la val. moy.	Nombre de mesures
0	$6,97 \cdot 10^{-9}$	$0,04 \cdot 10^{-9}$	0,6	4
140	$6,24 \cdot 10^{-9}$	$0,04 \cdot 10^{-9}$	0,6	4
250	$4,16 \cdot 10^{-9}$	$0,01 \cdot 10^{-9}$	0,2	4
300	$4,08 \cdot 10^{-9}$	$0,01 \cdot 10^{-9}$	0,2	4
400	$4,24 \cdot 10^{-9}$	$0,01 \cdot 10^{-9}$	0,2	4

Tableau 4.



### 3.3.2 Principe de la détermination des constantes thermiques

Soit respectivement  $r_1$  et  $r_2$  les rayons intérieur et extérieur de l'échantillon,  $h$  sa hauteur; si  $P$  est la puissance produite par le corps de chauffe, le flux de chaleur  $Q$  envoyé dans l'échantillon sur le cylindre intérieur sera

$$Q = \frac{P}{2 \pi r_1 h}. \quad (16)$$

Soit  $K_F$  le coefficient de Fourier et  $C$  la capacité calorifique volumique; la *diffusivité*  $D$  sera le rapport

$$D = \frac{K_F}{C}. \quad (17)$$

Cela posé, en coordonnées cylindriques, et en supposant que  $T$  ne dépend que du rayon  $r$ , nous aurons pour  $T(t, r)$  l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{D} \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad (18)$$

avec la condition de von Neumann

$$K_F \frac{\partial T}{\partial r} = Q \quad (t \geq 0) \quad (19)$$

sur le cylindre intérieur, la condition de Dirichlet

$$T(t, r_2) = T_0 \quad (20)$$

sur le cylindre extérieur; enfin la condition initiale

$$T(0, r) = T_0 \quad (21)$$

dans tout l'échantillon.

La solution de (18) répondant aux conditions (19), (20) et (21) est une fonction qui se développe en une série de fonctions exponentielles du temps, dont les coefficients sont des combinaisons de fonctions de Bessel de  $r$ :

$$T(t, r) = T_0 + \frac{r_1 Q}{K_F} \ln \frac{r^2}{r_1^2} + \frac{\pi Q}{K_F} \sum_n A_n(r) e^{-D w_n^2 t} \quad (22)$$

avec

$$A_n(r) = \frac{J_0^2(w_n r_2) [J_0(w_n r) \cdot Y_1(w_n r_1) - Y_0(w_n r) \cdot J_1(w_n r_1)]}{w_n [J_1^2(w_n r_1) - J_0^2(w_n r_2)]}; \quad (23)$$

les « pseudo-nombres d'ondes »  $w_n$  sont les racines positives de l'équation transcendante

$$Y_0(w r_2) \cdot J_1(w r_1) - J_0(w r_2) \cdot Y_1(w r_1) = 0, \quad (24)$$

$Y_0$  et  $Y_1$  désignant des fonctions de Bessel de deuxième espèce.

Pour une valeur de  $r$  donnée,  $Q$  et  $T_0$  étant connus, la température est une fonction du temps dépendant de deux paramètres,  $K_F$  et  $D$ ; il suffirait donc théoriquement de connaître deux points de cette courbe pour déterminer ces deux paramètres. En fait, on relève 20 à 60 points de cinq de ces courbes (la sixième, donnant  $T_0$ , ne sert que de contrôle): on a donc beaucoup plus d'information qu'il n'en faut, ce qui permet de faire une estimation optimale de  $K_F$  et  $D$  (d'où l'on tire  $C$ ) par une méthode itérative.

### 3.3.3 Pratique de la méthode

La formule (22) se trouve très bien vérifiée par l'expérience, à l'exception des premiers points de la courbe donnée par le thermocouple situé sur le cylindre intérieur pour lesquels, d'ailleurs, l'écart n'est pas très grand: cela suffit néanmoins pour nous indiquer que l'on ne devrait pas négliger la capacité calorifique du corps de chauffe et du cylindre sur lequel il est fixé. De fait, nous avons trouvé pour  $C$  des valeurs trop grandes de 20 à 30 % par rapport aux données disponibles: nous n'en rendrons donc pas compte ici, nous réservant de corriger notre méthode d'estimation.

En régime permanent, les valeurs de  $K_F$  ne sont pas entachées d'erreur par cette cause. Nous avons essayé de voir si  $K_F$  ne pouvait pas être déterminé sur la base de la partie transitoire de la courbe; nous avons donc, dans le dépouillement, supprimé les points de la courbe postérieurs à un moment donné et recommencé l'estimation de  $K_F$  et  $C$ : alors que l'estimation de  $C$  était notablement modifiée par cette suppression, l'estimation de  $K_F$  variait de moins de 2 % lorsqu'on se contentait d'atteindre le 80 % de la température de régime permanent. L'utilisation du régime transitoire permet donc d'abréger la mesure de  $K_F$ , et de la réduire à une heure environ, au lieu de trois ou quatre.

### 3.3.4 Résultats

Nos mesures ont porté sur du sable de Fontainebleau ainsi que sur du sable ayant une granulométrie plus étendue, en particulier une composante limoneuse, et que nous appellerons « de Colombier-Robinson »: il provient du delta de l'Areuse (lac de Neuchâtel, Suisse).

La formule générale de Kersten (KERSTEN, 1949, p. 46).

$$K_F = A \log_{10} w + B, \quad (26)$$

est utile pour des valeurs « pratiques » de  $w$ , mais n'est évidemment plus valable, suivant la remarque même de Kersten, lorsque  $w$  tend vers zéro. La figure 9, où sont représentés nos résultats, suggérerait plutôt au voisinage de l'origine une relation de la forme

$$K_F = A w^k + B, \quad (27)$$

où  $k$  est un exposant plus petit que 1 ; cette allure s'explique en admettant que dans un sol sec, les grains ne sont en contact que par des points de tangence ; lorsque de l'eau est ajoutée, elle vient se placer par capillarité dans le voisinage de ces points de contact, formant ainsi des ponts thermiques entre les grains ; si les grains étaient sphériques et les bords de ces ponts, cylindriques, l'exposant serait égal à  $1/2$ .

La formule (27) impliquant un comportement singulier de la dérivée à l'origine, nous avons eu la curiosité d'examiner ce comportement de près expérimentalement, sur le sable de Fontainebleau ; nous avons donc appliqué notre méthode à la mesure de  $K_F$  pour de très petites teneurs en eau. La figure 10, où l'abscisse est logarithmique, donne pour les petites valeurs un agrandissement de la figure 9 ; nous y voyons apparaître un détail nouveau : c'est que la croissance de  $K_F$  ne commence que pour  $w > 0,05\%$  environ,  $K_F$  étant constant pour les valeurs inférieures. Si notre explication par les ponts thermiques est juste, il nous faut donc admettre que le premier demi-gramme d'eau ajouté à 1 kg de sable sec est employé à former sur toute la surface des grains une couche pelliculaire, sans se concentrer au voisinage des points de contact. On remar-

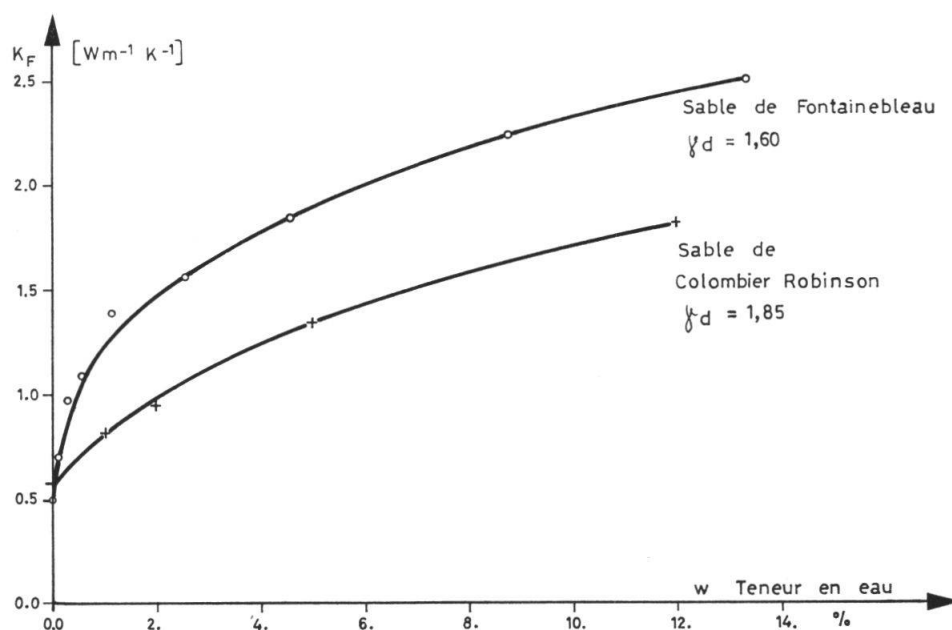


Fig. 9. — Conductivité thermique en fonction de la teneur en eau.

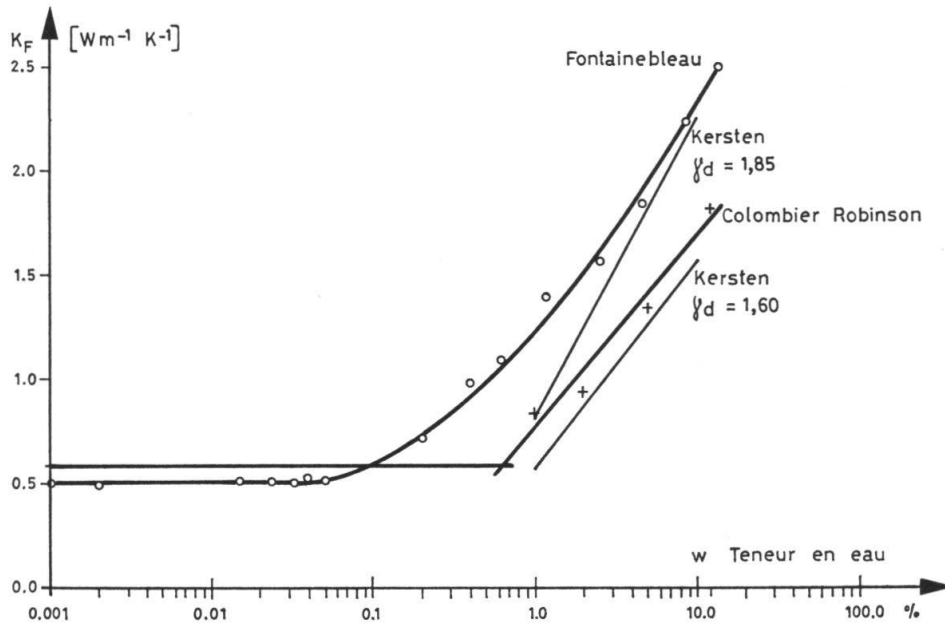


Fig. 10. — Conductivité thermique en fonction de la teneur en eau reportée en échelle logarithmique.

quera l'excellente reproductibilité des mesures dans la partie horizontale, les valeurs mesurées se groupant autour de la valeur constante  $K_F = 0,502 \text{ [Wm}^{-1}\text{K}^{-1}]$  avec un écart type de 0,011, soit 2,2 % de la valeur moyenne. A supposer même que les valeurs de  $K_F$  fussent entachées d'une erreur systématique, leurs rapports sont donc exacts à quelques % près, et les inductions qu'on peut en tirer reposent sur une base solide.

La partie croissante de la courbe, assimilée à une droite dans la figure 10, correspond à la formule de Kersten; celui-ci précise (KERSTEN, 1949, p. 85) les valeurs numériques qu'il convient de donner aux constantes A et B de la formule (26) dans divers cas. Pour les sables, les valeurs qu'il propose (converties dans nos unités) sont

$$A = 0,10 \cdot 10^{0,625 \gamma_d} \quad (28)$$

$$B = 0,057 \cdot 10^{0,625 \gamma_d} \quad (29)$$

où  $\gamma_d$  est la densité sèche apparente.

Pour le sable de Fontainebleau, nous avons  $\gamma_d = 1,60$ , et pour le sable de Colombier-Robinson,  $\gamma_d = 1,85$ . Voici les valeurs expérimentales des constantes A et B pour ces deux sables, comparées avec celles de Kersten pour les valeurs correspondantes de  $\gamma_d$ :

	Sable de Fontaine-bleau $\gamma_d=1,60$		Sable de Colombier-Robinson $\gamma_d=1,85$	
	A	B	A	B
Valeurs expérimentales	0,94	1,27	0,96	0,72
Kersten	1,0	0,57	1,43	0,82

Dans la figure 10, la courbe relative au sable de Colombier-Robinson est simplement composée de deux segments de droite, le segment horizontal défini par la valeur de  $K_F$  pour le sable sec, le segment ascendant étant sur la droite la plus probable passant par les autres points. On voit bien, comme Kersten l'indique lui-même, que ses données ne permettent de prévoir que l'ordre de grandeur de  $K_F$ : dans notre cas, la droite de Kersten relative au sable de Colombier-Robinson conviendrait mieux au sable de Fontainebleau, et *vice-versa*.

#### 4. CONCLUSIONS

Les méthodes et les appareillages de mesures décrits plus haut permettent la détermination en laboratoire du coefficient de conductivité, de la capacité calorifique volumique, du coefficient de Darcy et du coefficient de couplage.

Bien que les besoins de la pratique ne nécessitent pas une précision très grande dans ces déterminations, puisque les sols sont très hétérogènes, nous avons voulu des appareils suffisamment précis et des mesures reproductibles pour faire apparaître dans les séries d'essais l'influence de paramètres souvent négligés et mal connus.

Notre travail est une contribution à un développement qui a commencé dans plusieurs laboratoires il y a une vingtaine d'années, et qui consiste à utiliser pour les mesures géotechniques des instruments que l'industrie ne cesse de perfectionner. Nous avons vu que la reproductibilité, donc la précision, peut passer de l'ordre de 10 % à l'ordre de 1 %; ainsi, la géotechnique entre dans le champ de la physique: toutes sortes de résultats acquis depuis longtemps en vue des applications pratiques peuvent être réexaminés d'un point de vue scientifique. On voit alors apparaître certains détails sans importance technique, mais dont l'accumulation pourra former un faisceau de faits susceptibles d'éclairer peut-être les fondements de la mécanique des sols. Beaucoup de modèles

faisant appel aux rapports des grains, de l'eau et de l'air sont encore largement hypothétiques et pourraient être étayés par des observations expérimentales; l'expérience confirmant la théorie, la technique ne saurait tarder à en recueillir le fruit.

Certes, nos résultats sont encore très fragmentaires; aussi nos recherches vont-elles se poursuivre en exécutant des séries de mesures systématiques de manière à disposer de l'échelle des valeurs des paramètres pour les sols usuels. Nous nous proposons aussi d'approfondir l'étude de certains phénomènes jusqu'ici mal connus tels que l'influence sur  $K_O$  ou  $K_F$  de la charge hydraulique moyenne, de la température, de la quantité d'air dissous ou occlus.

Les auteurs adressent leurs remerciements au Fonds national suisse pour la recherche scientifique qui a subventionné leurs recherches, ainsi qu'à leurs collègues du Groupe d'étude interdisciplinaire des écoulements souterrains; ils tiennent à nommer en particulier M. Georges Breton, ingénieur technicien, qui a exécuté la plus grande partie des mesures.

#### RÉFÉRENCES

- DE GROOT, S.R. et MAZUR, P. 1969. — *Non-equilibrium Thermodynamics*. Amsterdam, London, North-Holland Publishing Company.
- HOUEURT, A. 1974. — *Mécanique des fluides dans les milieux poreux. Critiques et recherches*. Paris, Technip.
- KERSTEN, M.S. 1949. — *Final Report Laboratory Research for the Determination of the Thermal properties of Soils*. St Paul, Minnesota.
- PRIGOGINE, J. 1968. — *Introduction à la thermodynamique des processus irréversibles*. Traduit de l'anglais par J. Chanu. Paris, Dunod.
- SCHNEEBELI, G. 1966. — *Hydraulique souterraine*. Paris, Eyrolles.
- SRIVASTAVA, R.E. et AVASTHI, P.K. 1975. — *Non-equilibrium Thermodynamics of Thermo-osmosis of Water through Kaolinite*. J. of Hydrology 24, 111-120. Amsterdam, North-Holland Publ.
- TERZAGHI, K. et PECK, R.B. 1967. — *Mécanique des sols appliquée aux travaux publics et aux bâtiments*. Traduit de l'anglais par J. Bandill et C. Meunier. Paris, Dunod.
- TRUESDELL, C. 1969. — *Rational Thermodynamics*. New York, Mc Graw-Hill.

*Manuscrit reçu le 1<sup>er</sup> mai 1976*