

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Herausgeber:** Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Band:** 48 (1912)  
**Heft:** 177

**Artikel:** Nouvelle étude expérimentale sur le géotropisme et essai d'une théorie mathématique de ce phénomène  
**Autor:** Maillefer, Arthur  
**Kapitel:** La nutation comme cause d'erreurs dans les expériences sur le géotropisme  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-269358>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

résultats expérimentaux demeure et servira un jour ou l'autre à vérifier des hypothèses émises en partant de bases expérimentales différentes.

J'ai cru pouvoir admettre pour résumer mes expériences, où une plante d'avoine est placée horizontalement et observée de 5 en 5 minutes, la formule

$$h = at + bt^2.$$

Pour calculer la valeur des constantes  $a$  et  $b$  j'ai utilisé la méthode des moindres carrés<sup>1</sup>; avec cette méthode, toutes les déviations moyennes de  $h$  pour tous les intervalles de temps sont utilisés. Dans mon travail de 1910, j'ai calculé  $a$  et  $b$  sans tenir compte du poids des valeurs de  $h$  moyen; or, ce poids est très différent suivant les intervalles considérés; en général, plus les temps sont longs plus les poids sont faibles, ou, ce qui revient au même, plus les erreurs probables sont considérables. Dans ce travail, j'ai recalculé  $a$  et  $b$  en tenant compte du poids des moyennes de  $h$ ; pour cela, j'ai fait intervenir dans les calculs par la méthode des moindres carrés les valeurs de  $h$  un nombre de fois proportionnel au poids de  $h$ . Les valeurs de  $a$  et de  $b$  données plus loin sont donc *les valeurs les plus probables*.

### La nutation comme cause d'erreurs dans les expériences sur le géotropisme.

La coléoptile de l'avoine effectue constamment des mouvements de nutation; ce sont des mouvements de balancement qui se font dans un plan ou presque. La coléoptile a une structure bilatérale et le plan de nutation reste sensiblement fixe. Ce phénomène se superposant au mouvement géotropique, il est indispensable de voir quelles

<sup>1</sup> Anton Steinhauser. *Die Lehre von der Austellung empirischer Formeln mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate*. Leipzig. Teubner 1889.

Pour les calculs numériques, j'ai utilisé les *Tables de calculs* de Louis Zimmermann. Liebenwerda, R. Reiss, 1901, qui épargnent beaucoup de temps.

erreurs la nutation entraîne dans les expériences sur le géotropisme et quelle loi suivent ces erreurs.

Avant de donner le résultat des expériences que j'ai entreprises à cette fin, je crois bon de discuter la question théoriquement.

Admettons comme première base de la discussion les deux propositions suivantes: 1° La nutation se fait dans un plan; 2° C'est un phénomène périodique.

Si toutes les plantes avaient leur plan de nutation perpendiculaire à la ligne de visée du cathétomètre, si les mensurations de la déviation de l'extrémité de la plante commençaient pour chaque individu à la même phase de la nutation et si la période et l'amplitude de la nutation étaient les mêmes pour tous les individus en expérience, la courbe représentant les valeurs de la déviation à chaque instant serait une courbe périodique et la variabilité de ces valeurs serait nulle; c'est-à-dire que la courbe fournie par une seule expérience donnerait la vraie valeur de la déviation pour n'importe quelle autre plante.

Mais les plantes n'ont pas toutes leur plan de nutation perpendiculaire à la ligne de visée du cathétomètre. Comme les plantes sont enfermées le jour qui précède l'expérience dans des boîtes sans qu'on tienne compte de la position de leur plan de nutation et que ces boîtes sont placées dans la caisse à verres jaunes dans n'importe quelle position, il n'y a pas plus de chances pour que la nutation se fasse dans un plan plutôt que dans un autre par rapport à la ligne de visée du cathétomètre. En répétant les expériences un grand nombre de fois, on trouvera un nombre égal de plantes ayant leur plan de nutation dans les différents secteurs.

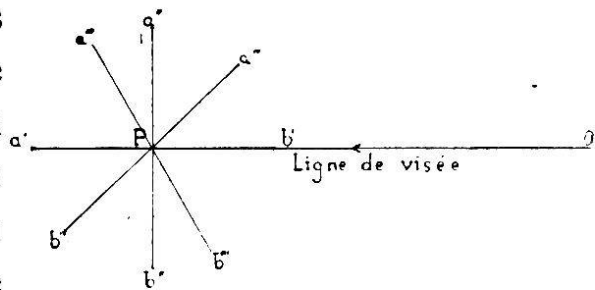


Fig. 3.

Soit OP (fig. 3) la ligne de visée du cathétomètre, P la

projection horizontale de l'extrémité des plantes au début de l'expérience et  $a'b'$ ,  $a''b''$ ,  $a'''b'''$ ,.... les projections de l'extrémité de ces plantes pendant le mouvement de nutation ; si la nutation se fait dans le plan  $a''b''$  perpendiculaire à la ligne de visée, les déviations mesurées au cathétomètre seront maximum tandis que si le plan de nutation est  $a'b'$  parallèle à la ligne de visée, les déviations seront invisibles pour l'observateur. Dans toutes les positions, la déviation lue au cathétomètre sera à la valeur vraie de la déviation mesurée dans le plan de nutation comme le sinus de l'angle que fait le plan vertical contenant la ligne de visée avec le plan de nutation est à l'unité.

Quoique les plantes aient toutes un mouvement identique, on voit que les mesures seront différentes suivant la position du plan de nutation.

Si l'on suppose que l'on commence les mensurations à la même phase de la nutation, la courbe représentant la déviation moyenne sera périodique ; mais tel n'est pas le cas ; les lectures au cathétomètre commencent aussitôt que la plante est dans la caisse à verres jaunes, sans qu'on ait pu observer au préalable la phase de la nutation ; par conséquent, les déviations se feront tantôt à droite, tantôt à gauche avec une égale probabilité pour les deux cas.

Si, dans ces conditions, la durée des périodes de nutation était égale pour toutes les plantes, on verrait la variabilité des déviations augmenter puis redevenir nulle au bout de la période ; en effet, à ce moment, toutes les plantes seraient revenues à la position initiale ; déjà au bout d'une demi-période, les déviations à droite et à gauche étant également probables, on aurait aussi une variabilité nulle.

Mais une régularité pareille dans les périodes de la nutation n'existe pas ; la nutation est irrégulière, deux plantes n'ont pas la même période et chez la même plante les oscillations successives ne se font pas toujours dans le

même temps. Admettons que comme tous les phénomènes biologiques connus le temps employé pour une oscillation soit variable autour d'un temps moyen, c'est-à-dire que l'on trouvera un certain nombre de plantes employant un temps moyen pour une oscillation et d'autres plantes en nombre d'autant moins considérable qu'elles ont un temps d'oscillation différant davantage du temps moyen. Si la variabilité de ce temps est assez grande pour que les durées d'oscillation les plus longues soient un certain nombre de fois plus grandes que les durées les plus courtes, il pourra arriver que la périodicité de la variabilité des déviations soit si atténuée qu'elle ne dépasse pas la limite des erreurs. Disons tout de suite que les expériences montrent qu'il en est à peu près ainsi.

Si l'on admet d'autre part que l'amplitude des oscillation varie aussi autour d'une moyenne, ce qui est effectivement le cas, il pourra arriver que, toutes ses causes d'irrégularité se faisant sentir au « hasard », la variation des déviations de l'extrémité de la plante obéisse à la courbe des erreurs de Gauss.

A priori, vu les suppositions que nous avons été obligé de faire, il n'est pas possible de rien affirmer, mais il y a une forte présomption qu'il en sera bien ainsi. L'expérience nous donnera du reste la réponse.

Pour étudier la nutation de l'avoine j'ai fait 150 expériences en deux séries; la première (n<sup>os</sup> 351 à 400) a été faite entre le 16 et le 26 août 1910 et la seconde (n<sup>os</sup> 501 à 600) du 20 mars au 13 avril 1911. Ces deux séries se complètent, la première comprenant des expériences faites entre les températures de 20 à 25° C, et la deuxième entre 14 et 21° C. Dans ces expériences, la plante d'avoine était placée verticalement dans la caisse à verres jaunes et restait dans cette position.

Le tableau I donne le résultat de ces expériences; celles-ci ont été classées dans l'ordre croissant des tempéra-



504	-0,1	-0,4	-0,3	-0,2	-0,4	0,2	0,2	0,4	0,5	0,6	0,5	13
503	-0,05	-0,2	-0,3	-0,4	-0,4	-0,4	-0,4	-0,3	-0,3	-0,3	-0,1	15
588	0,0	0,1	0,1	0,05	0,0	0,0	0,0	-0,05	0,05	0,05	0,05	18
505	0,0	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,1	-0,1	-0,2	-0,1	-0,2	-0,2	18
523	-0,1	-0,05	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	18
502	0,0	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,1	0,0	-0,1	-0,2	18
564	-0,1	-0,3	-0,3	-0,25	-0,15	-0,15	-0,15	-0,15	-0,1	-0,15	-0,05	18
521	0,0	0,0	0,05	0,2	0,2	0,2	0,2	0,25	0,2	0,2	0,1	18
511	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	18
517	-0,05	-0,15	-0,15	-0,25	-0,15	-0,15	-0,15	-0,2	-0,15	-0,15	-0,1	18
530	0,0	0,0	-0,05	-0,05	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,05	18
556	0,1	0,25	0,25	0,2	0,2	0,2	0,2	0,25	0,3	0,45	0,4	18
512	0,0	-0,05	-0,05	-0,1	-0,05	-0,05	-0,05	0,0	-0,1	-0,1	-0,05	18
513	0,1	0,4	0,45	0,55	0,7	0,7	0,7	0,6	0,8	0,8	0,7	18
554	0,0	0,6	0,8	0,8	1,05	1,15	1,15	1,45	1,55	1,7	1,7	18
568	0,05	0,0	0,0	-0,05	-0,2	-0,2	-0,2	-0,35	-0,5	-0,55	-0,55	18
595	-0,05	-0,15	-0,1	-0,05	0,05	0,05	0,05	-0,15	-0,1	-0,1	0,05	18
555	-0,15	-0,4	-0,35	-0,45	-0,4	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,5	-0,6	18
570	-0,05	-0,05	0,0	-0,15	-0,15	-0,15	-0,15	-0,15	-0,15	-0,1	-0,1	18
585	-0,25	-0,6	-0,55	-0,55	-0,5	-0,5	-0,5	0,0	0,15	0,25	0,15	18
535	0,05	0,4	0,6	0,6	0,65	0,65	0,65	0,85	0,95	0,85	0,95	18
539	0,05	-0,05	-0,1	-0,1	-0,15	-0,15	-0,15	0,0	0,1	0,1	0,2	18
520	-0,05	-0,2	-0,2	-0,2	-0,3	-0,3	-0,3	-0,45	-0,45	-0,45	-0,2	18
522	0,0	0,35	0,6	0,75	0,9	0,9	0,9	1,0	1,05	1,1	1,15	18
514	-0,2	-0,3	-0,4	-0,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,25	-0,2	-0,2	-0,1	18
553	-0,05	0,1	0,2	0,3	0,45	0,45	0,45	0,6	0,7	0,8	0,85	18
565	0,0	0,05	0,0	0,0	0,05	0,05	0,05	0,0	0,0	0,05	0,05	19
506	0,0	-0,1	0,0	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,1	-0,2	-0,1	-0,15	19
507	0,3	0,4	0,4	0,4	0,0	0,0	0,0	-0,1	-0,1	0,0	0,0	19
540	0,1	0,1	0,15	0,2	0,4	0,4	0,4	0,35	0,4	0,35	0,35	19
582	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,25	0,05	0,00	-0,05	19
581	0,05	0,1	0,15	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,25	0,25	19
501	-0,3	0,0	-0,1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,3	0,5	0,6	0,6	19
543	-0,05	-0,2	-0,2	-0,2	-0,25	-0,25	-0,25	-0,1	0,0	0,05	0,0	19
600	0,0	-0,05	-0,05	-0,05	0,0	0,0	0,0	-0,2	-0,2	-0,25	-0,25	19
536	0,1	0,05	0,1	0,1	0,15	0,15	0,15	0,1	0,1	0,15	0,1	19





TABLEAU I (suite).

Números	TEMPS EN MINUTES												Température en degrés C.	Longueur en millim.
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60		
	370	-0,05	0,1	0,2	0,25	0,35	0,25	0,25	0,4	0,4	0,3	0,25		
351	0,05	0,05	0,0	0,05	0,15	0,2	0,2	0,25	0,25	0,25	0,25	0,35	24	16
352	0,1	0,1	0,15	0,05	0,1	0,1	0,2	0,1	0,15	0,1	0,1	0,15	24	16
364	-0,1	-0,1	-0,15	-0,05	-0,1	-0,2	-0,1	-0,15	-0,2	-0,3	-0,3	-0,3	24	17
366	-0,05	-0,1	-0,15	-0,2	-0,25	-0,2	-0,2	-0,25	-0,2	-0,1	-0,05	-0,1	24	18
362	0,05	0,05	0,15	0,25	0,25	0,2	0,2	0,35	0,4	0,35	0,35	0,35	24	19
367	-0,1	-0,05	-0,1	-0,15	-0,15	-0,25	-0,2	-0,2	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25	24	19
353	0,0	-0,05	0,0	-0,1	-0,2	-0,3	-0,4	-0,4	-0,35	-0,2	-0,05	0,0	24	20
363	-0,05	0,0	0,0	-0,1	-0,2	-0,2	-0,2	-0,05	0,0	0,05	-0,05	0,0	24	20
368	-0,1	-0,2	-0,4	-0,4	-0,55	-0,65	-0,8	-0,85	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	24	21
358	0,1	0,2	0,15	0,15	0,2	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	24	22
355	0,0	0,0	0,0	0,05	0,05	0,1	0,15	0,3	0,35	0,4	0,6	0,7	24	26
356	0,0	-0,2	-0,3	-0,4	-0,5	-0,8	-0,85	-0,85	-0,85	-0,9	-0,9	-0,85	24	31
357	-0,1	-0,05	0,0	0,1	0,1	0,0	-0,05	-0,2	-0,1	-0,1	-0,15	-0,2	24	34
369	0,0	0,0	0,05	0,05	-0,05	0,0	0,0	0,1	0,15	0,1	0,1	0,2	25	15
372	-0,05	-0,1	-0,05	-0,1	-0,2	0,0	0,0	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	25	18
376	0,05	0,2	0,2	0,1	0,15	0,1	0,1	0,1	0,0	0,5	0,5	0,0	25	18
373	-0,05	-0,15	-0,4	-0,4	-0,45	-0,5	-0,4	-0,4	-0,4	-0,5	-0,5	-0,6	25	20
377	0,0	0,05	0,05	0,05	0,0	0,0	0,05	0,05	0,05	0,15	0,2	0,2	25	20
374	-0,05	-0,2	-0,3	-0,4	-0,55	-0,65	-0,7	-0,8	-0,8	-0,85	-0,9	-0,9	25	25
375	0,1	0,0	0,1	0,2	0,03	0,35	0,35	0,25	0,1	-0,05	-0,1	-0,15	25	29
371	-0,1	0,05	-0,05	-0,05	-0,05	0,05	0,05	0,2	0,25	0,05	-0,1	-0,15	25	30

tures et dans chacune de ces catégories dans l'ordre croissant des longueurs ; les chiffres donnés dans les colonnes sont les valeurs en millimètres de la déviation  $h$  de l'extrémité de la coléoptile, par rapport à sa position au début de l'expérience, au bout de 5, 10, 15.... minutes. J'ai indiqué comme négatifs les chiffres donnant les déviations vers la gauche et comme positifs ceux vers la droite. Afin de rendre les tableaux plus clairs, les chiffres négatifs sont imprimés en caractères gras.

Groupons ces expériences en catégories comprenant les plantes ayant la même longueur et observées à la même température, et calculons dans chaque groupe la moyenne des déviations au bout de 5, 10, 15.... minutes. Comme les déviations vers la gauche sont aussi probables que celles vers la droite, nous devrions trouver cette moyenne égale à zéro ; mais comme il s'agit d'une moyenne, nous trouverons généralement une valeur différente ; en calculant l'erreur probable de cette moyenne et en la comparant avec l'erreur trouvée nous pourrions nous rendre compte si les erreurs dues à la nutation suivent la loi de Gauss ou non.

Le tableau suivant donne la valeur de  $h$  moyen, c'est-à-dire de la moyenne des déviations  $h$  observées de cinq en cinq minutes et comptées par rapport à la position de la plante au début de l'expérience, pour toutes les catégories de températures (de trois en trois degrés) et de longueurs (de cinq en cinq millimètres) où le nombre d'expériences à ma disposition dépasse sept. Au-dessous de chacune des valeurs de  $h$  moyen est indiquée l'erreur probable de cette moyenne ; cette erreur probable a été calculée suivant la méthode usitée en biométrie. Dans les trois lignes en dessous de l'erreur probable, j'ai indiqué par des croix si  $h$  moyen est : *a*) plus petit que l'erreur probable, *b*) plus grand que l'erreur probable et plus petit que le double de cette erreur, ou *c*) plus grand que le double de l'erreur probable. Dans la colonne des températures, j'ai indiqué

TABLEAU II

	TEMPS EN MINUTES												Température en degrés C.	Longueur en millim.
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60		
$h$ moyen	0,04	0,04	0,0	-0,02	-0,02	-0,06	0,01	-0,02	0,01	-0,01	0,01	0,01	18	15
$E_h$	0,02	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,06	0,07	0,06	0,06	0,06		
$h \leq E$			×	×	×	×	×	×	×	×	×	×		
$h > E$		×												
$h \leq 2E$	×	×				×							n = 9	
$h > 2E$														
$h$ moyen	-0,02	0,01	0,00	-0,03	-0,02	-0,01	0,01	0,02	0,03	0,05	0,06	0,04	18	20
$E_h$	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,06		
$h \leq E$		×	×		×	×	×	×	×	×		×		
$h > E$				×										
$h \leq 2E$	×										×		n = 17	
$h > 2E$														
$h$ moyen	-0,03	-0,03	-0,02	-0,03	-0,01	-0,03	0,00	0,01	0,01	0,02	0,03	0,03	18	25
$E_h$	0,01	0,02	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05	0,05	0,06	0,07	0,07	0,07		
$h \leq E$			×	×	×	×	×	×	×	×	×	×		
$h > E$		×												
$h \leq 2E$													n = 22	
$h > 2E$	×													
$h$ moyen	0,01	0,03	0,04	0,07	0,08	0,12	0,13	0,13	0,16	0,22	0,23	0,28	18	30
$E_h$	0,02	0,02	0,04	0,05	0,02	0,08	0,09	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11		
$h \leq E$	×		×											
$h > E$				×										
$h \leq 2E$		×				×	×	×	×	×			n = 9	
$h > 2E$					×						×	×		



le nombre  $n$  des expériences ayant servi à calculer la moyenne de chaque groupe.

Lorsque les erreurs suivent la loi de Gauss, la théorie du calcul des probabilités montre qu'il y a une chance contre une que la vraie valeur d'une moyenne soit comprise entre la moyenne déterminée expérimentalement augmentée de l'erreur probable et cette moyenne diminuée de l'erreur probable.

Les chances pour que la vraie valeur soit comprise entre :

$\pm E$	sont de	1	contre	1
$\pm 2E$	» »	4,5	»	1
$\pm 3E$	» »	21	»	1
$\pm 4E$	» »	142	»	1
$\pm 5E$	» »	1310	»	1

Si nous comptons dans le tableau précédent combien de fois la valeur moyenne de  $h$  ne diffère de la valeur théorique, qui est zéro, que d'une quantité inférieure à  $\pm Eh$ , à  $\pm 2 Eh$ , etc., nous pouvons former le tableau suivant :

$h < \pm Eh$	57 cas	contre	51
$h < \pm 2Eh$	85	»	23
$h < \pm 3Eh$	103	»	5
$h < \pm 4Eh$	108	»	0

Etablissons le rapport entre le nombre des cas où la valeur moyenne de  $h$  est comprise entre les limites données et le nombre des cas contraires et comparons ce quotient avec les valeurs théoriques données plus haut.

$h < \pm E$	$57 : 51 =$	1,1	: 1	au lieu de	1	: 1
$h < \pm 2E$	$85 : 23 =$	3,7	: 1	» »	4,5	: 1
$h < \pm 3E$	$103 : 5 =$	20,6	: 1	» »	21	: 1
$h < \pm 4E$	$108 : 0 = ? >$	$108$	: 1	» »	142	: 1

On voit qu'il y a une concordance remarquable entre les valeurs théoriques de la probabilité et les résultats de l'expérience. Nous pouvons en tirer la conclusion suivante :

*La nutation intervient comme une cause d'erreurs dans la détermination de la déviation du sommet d'une plante ;*

*les erreurs qui en résultent suivent la loi générale des erreurs non systématiques. Une détermination de l'erreur probable des moyennes faite par les méthodes biométriques suffira donc pour nous donner une mesure de l'exactitude des résultats.*

Ce résultat nous suffit pour l'interprétation des expériences sur le géotropisme; mais il m'a semblé intéressant d'utiliser les nombreux chiffres qui sont à ma disposition pour étudier de plus près la nutation et son influence comme cause d'erreur.

Le problème que je me suis posé est le suivant: Nous venons de voir que l'on peut considérer le déplacement  $h$  dû à la nutation comme un caractère variable de la plante; en biométrie, la variabilité a pour mesure l'index de variabilité  $\sigma$ . *Comment varie  $\sigma$  avec le temps écoulé depuis le début de l'expérience, avec la température et avec la longueur de la coléoptile de l'avoine?*

Pour cela nous pourrions utiliser directement les chiffres donnés plus haut (tableau II); c'est ce que j'ai du reste fait pour calculer les erreurs probables de  $h$  moyen données dans le tableau; mais nous pouvons faire mieux. Comme la plante est observée dans sa position verticale naturelle, elle ne subit aucune action, autre que la nutation, tendant à déplacer son sommet; dans ces conditions il n'y a pas de raison pour commencer les lectures au cathétomètre à un moment plutôt qu'à un autre.

Nous pourrions donc, pour déterminer la variabilité de la déviation  $h$  pendant 5 minutes, utiliser toutes les lectures faites au cathétomètre pendant une heure; pour cela nous noterons le déplacement de la plante pendant les intervalles de 5 minutes successifs, nous aurons ainsi 12 déterminations de cette déviation par expérience.

Nous pratiquerons de même pour les intervalles de 10, 15, 20... minutes; nous disposerons ainsi de 11 valeurs de  $h$  pour les intervalles de 10 minutes, de 10 pour ceux

TABLEAU III

Números	TEMPS EN MINUTES												Température en degrés C.	Longueur en millim.
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60		
σ Eσ h moyen E/h	0,055	0,086	0,110	0,130	0,143	0,142	0,146	0,137	0,142	0,165	0,193	0,511	15	15
	0,003	0,005	0,007	0,009	0,011	0,011	0,013	0,014	0,015	0,020	0,029	0,108		
	-0,003	-0,002	-0,002	-0,004	-0,010	-0,010	-0,025	-0,016	-0,012	-0,007	-0,010	-0,010		
	0,005	0,008	0,011	0,013	0,015	0,016	0,018	0,018	0,021	0,029	0,041			
σ Eσ h moyen E/h	0,071	0,114	0,141	0,155	0,160	0,162	0,160	0,148	0,127	0,103	0,083	0,083	15	25
	0,004	0,007	0,009	0,011	0,012	0,013	0,014	0,014	0,014	0,012	0,013	0,013		
	0,010	0,025	0,050	0,078	0,100	0,121	0,147	0,160	0,178	0,167	0,140	0,140		
	0,006	0,010	0,013	0,015	0,017	0,018	0,020	0,020	0,020	0,018	0,018			
σ Eσ h moyen E/h	0,095	0,138	0,185	0,219	0,257	0,289	0,309	0,315	0,286	0,295	0,278	0,238	18	15
	0,004	0,007	0,010	0,012	0,015	0,017	0,020	0,022	0,023	0,027	0,031	0,041		
	0,001	-0,004	-0,008	-0,008	-0,009	-0,007	-0,008	-0,014	-0,024	-0,022	-0,014	0,011		
	0,006	0,009	0,014	0,016	0,021	0,025	0,028	0,032	0,033	0,038	0,046	0,054		
σ Eσ h moyen E/h	0,079	0,103	0,137	0,167	0,201	0,215	0,255	0,277	0,306	0,320	0,337	0,343	18	20
	0,003	0,004	0,005	0,007	0,008	0,009	0,012	0,014	0,018	0,021	0,028	0,033		
	0,004	0,010	0,015	0,022	0,029	0,037	0,044	0,046	0,046	0,051	0,051	0,041		
	0,004	0,005	0,007	0,009	0,012	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,039	0,056		

$\sigma$	0,082	0,134	0,183	0,237	0,281	0,325	0,370	0,407	0,444	0,476	0,477	18	25
$E\sigma$	0,002	0,004	0,006	0,008	0,010	0,012	0,015	0,019	0,023	0,028	0,034		
$h$ moyen	0,005	0,008	0,011	0,022	0,025	0,031	0,042	0,038	0,047	0,050	0,047		
$Eh$	0,003	0,006	0,006	0,011	0,014	0,018	0,022	0,026	0,032	0,040	0,049		
$\sigma$	0,086	0,128	0,189	0,225	0,273	0,314	0,363	0,406	0,426	0,450	0,462	18	30
$E\sigma$	0,004	0,006	0,010	0,012	0,015	0,019	0,025	0,029	0,034	0,041	0,052		
$h$ moyen	0,024	0,045	0,069	0,089	0,183	0,132	0,155	0,173	0,214	0,229	0,250		
$Eh$	0,006	0,009	0,014	0,017	0,021	0,026	0,033	0,041	0,048	0,058	0,074		
$\sigma$	0,095	0,151	0,204	0,257	0,308	0,353	0,392	0,431	0,459	0,489	0,496	21	20
$E\sigma$	0,003	0,005	0,008	0,010	0,013	0,015	0,019	0,022	0,027	0,033	0,041		
$h$ moyen	0,002	0,005	0,009	0,009	0,011	—	0,016	0,019	0,026	0,027	0,041		
$Eh$	0,004	0,007	0,011	0,014	0,018	0,022	0,026	0,032	0,038	0,046	0,057		
$\sigma$	0,090	0,136	0,182	0,224	0,274	0,319	0,366	0,386	0,418	0,449	0,478	21	25
$E\sigma$	0,004	0,006	0,009	0,011	0,015	0,018	0,023	0,026	0,032	0,039	0,051		
$h$ moyen	0,017	0,034	0,046	0,058	0,072	0,084	0,096	0,115	0,140	0,153	0,180		
$Eh$	0,006	0,009	0,012	0,016	0,021	0,026	0,032	0,037	0,045	0,055	0,072		
$\sigma$	0,078	0,105	0,121	0,130	0,154	0,160	0,174	0,202	0,199	0,218	0,253	24	15
$E\sigma$	0,004	0,005	0,006	0,007	0,009	0,010	0,011	0,014	0,016	0,020	0,028		
$h$ moyen	0,011	0,018	0,022	0,030	0,044	0,048	0,054	0,062	0,065	0,072	0,097		
$Eh$	0,005	0,007	0,009	0,010	0,012	0,014	0,016	0,020	0,023	0,028	0,040		
$\sigma$	0,092	0,139	0,164	0,157	0,210	0,227	0,236	0,257	0,260	0,291	0,295	24	20
$E\sigma$	0,004	0,006	0,007	0,007	0,010	0,011	0,013	0,015	0,017	0,022	0,028		
$h$ moyen	—	0,018	—	0,040	—	0,069	—	0,088	—	0,091	—		
$Eh$	0,005	0,008	0,010	0,010	0,014	0,016	0,018	0,022	0,024	0,031	0,039		

de 15 minutes, de 9 pour ceux de 20 minutes, etc ; l'intervalle de 60 minutes seul ne fournira qu'une valeur de  $h$ .

Le tableau III donne la valeur de  $\sigma$  (en millimètres) et son erreur probable ainsi que la moyenne de la déviation  $h$  pour tous les groupes de longueur-température pour lesquels il existe des expériences.

Les erreurs probables ont été calculées par les formules ordinaires

$$Eh = \pm 0,6745 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$E\sigma = \pm 0,6745 \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

où  $\sigma$  est l'index de variabilité et  $n$  le nombre total de mensurations utilisées. Par exemple, si j'ai fait une série de dix expériences, j'ai 120 valeurs de la déviation  $h$  pendant un intervalle de 5 minutes. On peut se demander si dans ces conditions on doit prendre  $n = 120$  ou  $n = 10$ . A priori, on peut prévoir que l'erreur probable réelle sera intermédiaire entre les erreurs calculées en prenant  $n = 120$  et  $n = 10$ . En effet, en tenant compte de toutes les déviations mesurées, on diminue l'influence que pourrait avoir la phase de la nutation ; par conséquent, l'erreur probable doit donc être moindre que si l'on n'avait tenu compte que d'une mensuration par plante ; d'autre part, comme chaque plante est représentée par 12 mesures, on peut s'attendre à trouver une certaine parenté entre ces résultats, parce que chaque plante a son allure de nutation en propre ; pour cette raison, l'erreur probable sera plus forte que si l'on avait réellement affaire à 120 plantes différentes.

Il est facile de vérifier le fait en comptant dans le tableau précédent le nombre de fois où la différence entre la moyenne calculée de  $h$  et sa vraie valeur donnée par les conditions de l'expérience, c'est-à-dire zéro, est plus petite que 1 fois, 2 fois, 3 fois, 4 fois... l'erreur probable.

Le tableau IV donne pour chaque intervalle de 5 minutes le rapport du nombre des cas où la valeur absolue de  $h$  moyen est plus petite que tel multiple de l'erreur probable  $Eh$  au nombre de cas où  $h$  moyen est supérieur au même multiple. Par exemple, 7 : 3 veut dire qu'il y a 7 valeurs de  $h$  moyen inférieures à un multiple donné de  $Eh$  contre 3 qui sont supérieures à cette valeur.

TABLEAU IV

N°	TEMPS EN MINUTES										
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$h < E$	5:5	3:7	3:7	3:7	3:7	3:7	2:8	3:7	3:7	3:7	4:6
$h < 2E$	7:3	5:5	4:6	4:6	4:6	4:6	4:6	4:6	5:5	5:5	5:5
$h < 3E$	9:1	8:2	7:3	6:4	5:5	5:5	6:4	5:5	6:4	8:2	8:2
$h < 4E$	10:0	9:1	9:1	8:2	8:2	7:3	7:3	8:2	8:2	9:1	9:1
$h < 5E$	..	10:0	10:0	8:2	8:2	8:2	9:1	9:1	9:1	9:1	9:1
$h < 6E$	..	..	..	10:0	9:1	9:1	9:1	9:1	9:1	9:1	9:1
$h < 7E$	..	..	..	..	9:1	10:0	9:1	9:1	9:1	9:1	9:1
$h < 8E$	..	..	..	..	9:1	..	10:0	10:0	9:1	9:1	10:0
$h < 9E$	..	..	..	..	10:0	..	..	..	10:0	9:1	..
$h < 10E$	..	..	..	..	..	..	..	..	..	10:0	..

On sait qu'il y a autant de chances pour que la vraie valeur de  $h$  soit comprise entre la moyenne + l'erreur probable et la moyenne — l'erreur probable ou qu'elle soit située en dehors de ces limites ; par conséquent lorsqu'on aura une moyenne de 10 chiffres, comme c'est le cas dans le tableau ci-dessus, le rapport du nombre des cas où la valeur de la moyenne sera dans les limites de l'erreur probable à celui des cas contraires sera 5 : 5 ; dans le tableau on voit que le rapport 5 : 5 se trouve réalisé pour  $h < E$  pour les mesures faites à 5 minutes d'intervalle, pour  $h < 2E$  pour les intervalles de 10, 45, 50 et 55 minutes. Enfin pour  $h < 3E$  pour les périodes de 15, 20, 25, 30, 35 et 40 minutes.

Dans le cas des intervalles de 5 minutes, le nombre des cas (5 : 5) compris entre + et —  $E$  est celui prévu par la

théorie ; pour les intervalles suivants, on voit que l'erreur probable déduite des résultats expérimentaux augmente assez régulièrement jusqu'à atteindre 3 fois l'erreur probable calculée puis diminue de nouveau.

Théoriquement, ce résultat est assez surprenant ; on aurait pu s'attendre à voir, pour les intervalles de 5 minutes, l'erreur probable observée être beaucoup plus grande que l'erreur probable calculée ; en effet, pour les intervalles de 5 minutes, le nombre de valeurs de  $h$  servant à calculer la moyenne est 11 fois plus grand que le nombre des plantes. Pour les intervalles suivants, on aurait prévu une diminution régulière de la différence entre les erreurs probables théoriques et empiriques jusqu'à l'intervalle de 60 minutes où les deux se confondraient.

Cette discordance s'explique probablement par le fait que les intervalles de 5 minutes et un peu ceux de 10 et de 15 minutes coupent la période de nutation en petits tronçons, de sorte que la périodicité de la plante intervient moins que pour les intervalles de temps voisins de la période de nutation. Pendant ces intervalles de 5, 10 et 15 minutes, les déviations sont très faibles et voisines des erreurs de lecture au cathétomètre, de sorte que ces erreurs, qui suivent rigoureusement la loi de Gauss, en se superposant aux écarts dus à la nutation, interviennent sûrement aussi pour donner ce résultat.

Il est évident que le même phénomène se retrouvera pour l'erreur probable de l'index de variabilité ; il faudra donc tenir compte de ce fait que pour les intervalles de 10 à 55 minutes l'erreur probable de  $\sigma$  sera plus grande que l'erreur probable calculée.

Le graphique (fig. 4) donne la courbe des index de variabilité de la déviation  $h$  observée après les différents intervalles de temps, et cela pour toutes les catégories température-longueur. De part et d'autre de chacune des valeurs de  $\sigma$ , j'ai porté le double de l'erreur probable calculée ;

théoriquement, on aurait 4,5 chances contre 1 que la vraie valeur de  $\sigma$  sera bien comprise entre ces deux valeurs ; mais d'après ce que nous venons de voir, le nombre des chances favorables sera moindre en réalité. Quoique les courbes représentées présentent des irrégularités dues au petit nombre des expériences dans certains groupes (tem-

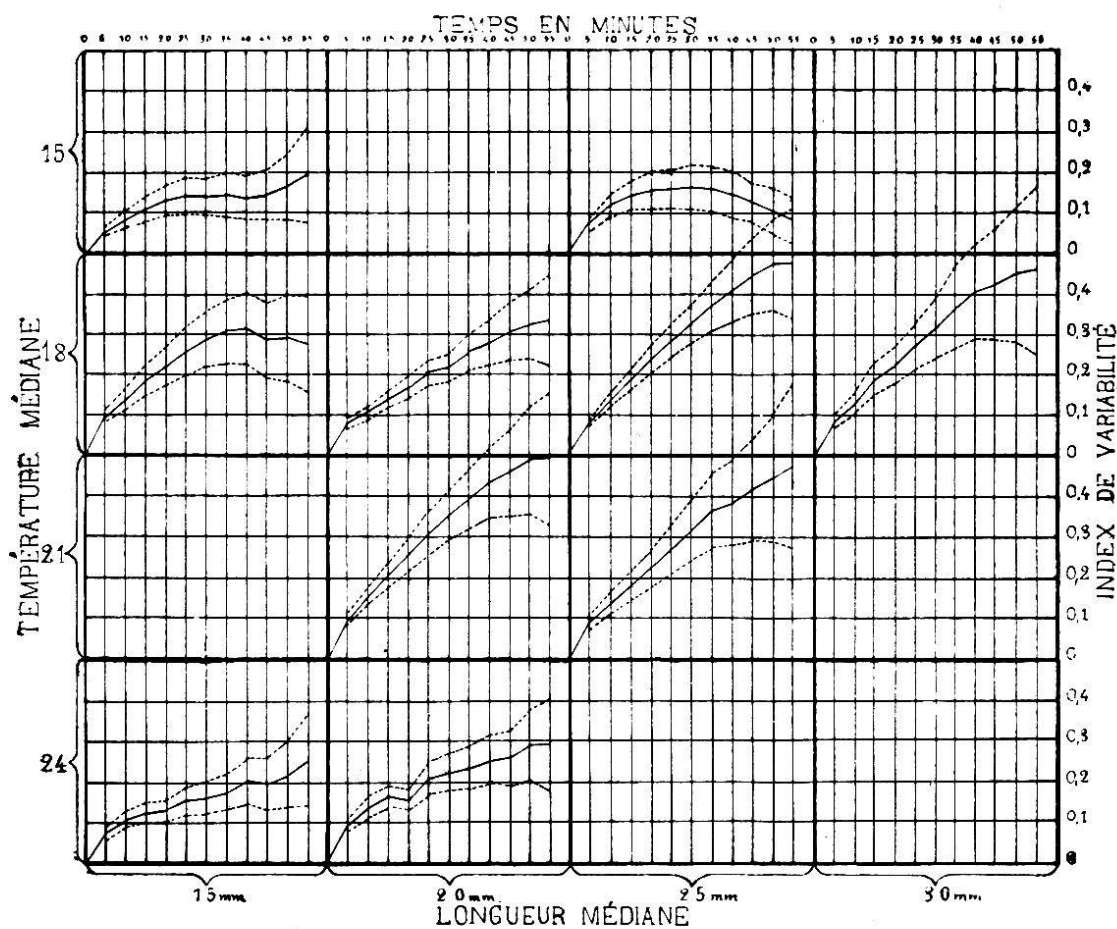


Fig. 4.

pérature-longueur), on voit cependant que toutes ces courbes se rapprochent d'un même type, qui partant de l'origine s'élève d'abord assez rapidement, puis tend de plus en plus vers l'horizontale ; on voit nettement que la courbe est asymptotique à l'axe des temps. La variabilité de  $h$  due à la nutation tend donc vers une limite. On aurait pu prévoir le fait, puisque la nutation est un phénomène périodique. Si les expériences avaient duré plus d'une heure,

TABLEAU V

Numéros	TEMPS EN MINUTES											
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
-1,0						0,10	0,11	0,13				
-0,9					0,08	0,19	0,22	0,40	0,50	1,10	0,33	1,33
-0,8					0,08	0,29	0,44	0,53	1,17	0,89	1,33	1,33
-0,7				0,15	0,17	0,38	0,56	1,07	1,00	1,56	1,00	1,33
-0,6			0,13	0,29	0,75	1,14	1,67	1,87	2,00	1,56	2,33	2,67
-0,5	0,06	0,06	0,47	0,89	1,92	2,19	2,11	2,13	2,17	3,11	4,00	4,00
-0,4	0,06	0,42	1,47	2,81	2,42	2,86	3,89	5,07	5,17	4,67	3,67	3,33
-0,3	0,56	2,18	3,87	4,29	6,00	6,76	6,33	5,33	4,83	5,56	5,00	4,67
-0,2	3,33	7,69	8,73	10,37	10,50	9,62	9,33	8,27	9,33	8,00	7,67	8,67
-0,1	19,89	20,18	19,13	16,74	14,42	14,57	14,33	14,93	13,33	12,67	12,33	13,33
0	48,56	34,67	20,60	24,96	22,58	20,29	17,89	17,20	16,67	16,44	16,33	14,67
0,1	22,56	20,79	17,33	15,79	15,17	12,95	13,44	12,00	11,33	10,89	11,67	10,00
0,2	4,33	9,94	10,80	10,29	9,17	9,62	9,11	8,80	9,50	10,22	7,67	10,00
0,3	0,50	2,61	5,93	6,37	7,17	7,81	6,22	6,40	5,87	4,89	7,00	6,00
0,4	0,11	0,79	2,13	3,56	3,42	4,24	5,22	4,53	5,17	4,44	4,67	4,67
0,5	0,06	0,36	0,73	1,56	2,42	2,29	1,89	2,93	2,33	4,22	2,33	2,67
0,6			0,40	1,11	1,67	2,01	1,89	2,40	4,83	1,56	3,67	2,00
0,7			0,20	0,59	0,91	1,52	2,56	1,60	1,83	2,89	2,00	2,67
0,8			0,07	0,15	0,91	0,76	0,78	1,87	1,50	1,33	1,67	2,00
0,9				0,07	0,33	0,76	0,78	0,80	1,17	1,10	1,33	1,33
1,0						0,29	0,67	0,40	0,50	1,10	0,67	0,67
1,1						0,19	0,33	0,67	0,33	0,44	1,00	0,67
1,2							0,11	0,27	0,17	0,22		0,67
1,3							0,11		0,17	0,44	0,67	
1,4								0,27	0,33	0,22		0,67
1,5								0,13	0,17	0,22		0,67
1,6								0,17	0,17	0,22		0,67
1,7								0,17	0,17	0,22		0,67

on verrait probablement se produire une inflexion de la courbe vers l'axe des temps au bout de 100 minutes environ, puis on verrait la courbe remonter et s'abaisser toutes les 100 minutes; en effet, la demi-période moyenne de la nutation de l'avoine est d'environ 100 minutes.

Le graphique (fig. 4) montre que la variabilité de  $h$ , mesure de la nutation, croît avec la température et avec la longueur de la plante.

Pour avoir une idée plus nette de l'allure de la courbe de variabilité de  $h$  en fonction du temps, j'ai réuni toutes les mensurations effectuées (150) avec la plante observée verticalement, en utilisant les déviations  $h$  pendant tous les intervalles de temps.

Le tableau V donne la fréquence des différentes déviations observées en pour cent de la fréquence totale pour tous les intervalles de temps, de cinq en cinq minutes, de 5 à 60.

Le stéréogramme (fig. 5) donne une idée nette de la variation de la variabilité de  $h$  en fonction du temps. Sur trois axes de coordonnées perpendiculaires les uns aux autres et représentés en perspective cavalière, j'ai porté respectivement les temps en minutes (axe des  $x$ ), les déviations  $h$  (axe des  $y$ ) et les fréquences (axe des  $z$ ). Je peux ainsi représenter les polygones de variation de la déviation  $h$  après les intervalles de temps de 5 en 5 minutes. Tous ces polygones ont la même surface; on voit que plus les intervalles de temps croissent plus la courbe s'affaisse. Si l'on considère les ordonnées maxima de chacun de ces polygones, on constate qu'elles sont toutes placées sur la déviation  $h = 0$ , et qu'elles s'abaissent au fur et à mesure que les intervalles de temps sont plus longs; la courbe passant par les ordonnées maxima se rapproche asymptotiquement d'une droite parallèle à l'axe des temps. On voit également que les polygones sont symétriques par rapport à l'ordonnée maximum, et cela doit bien être puis-

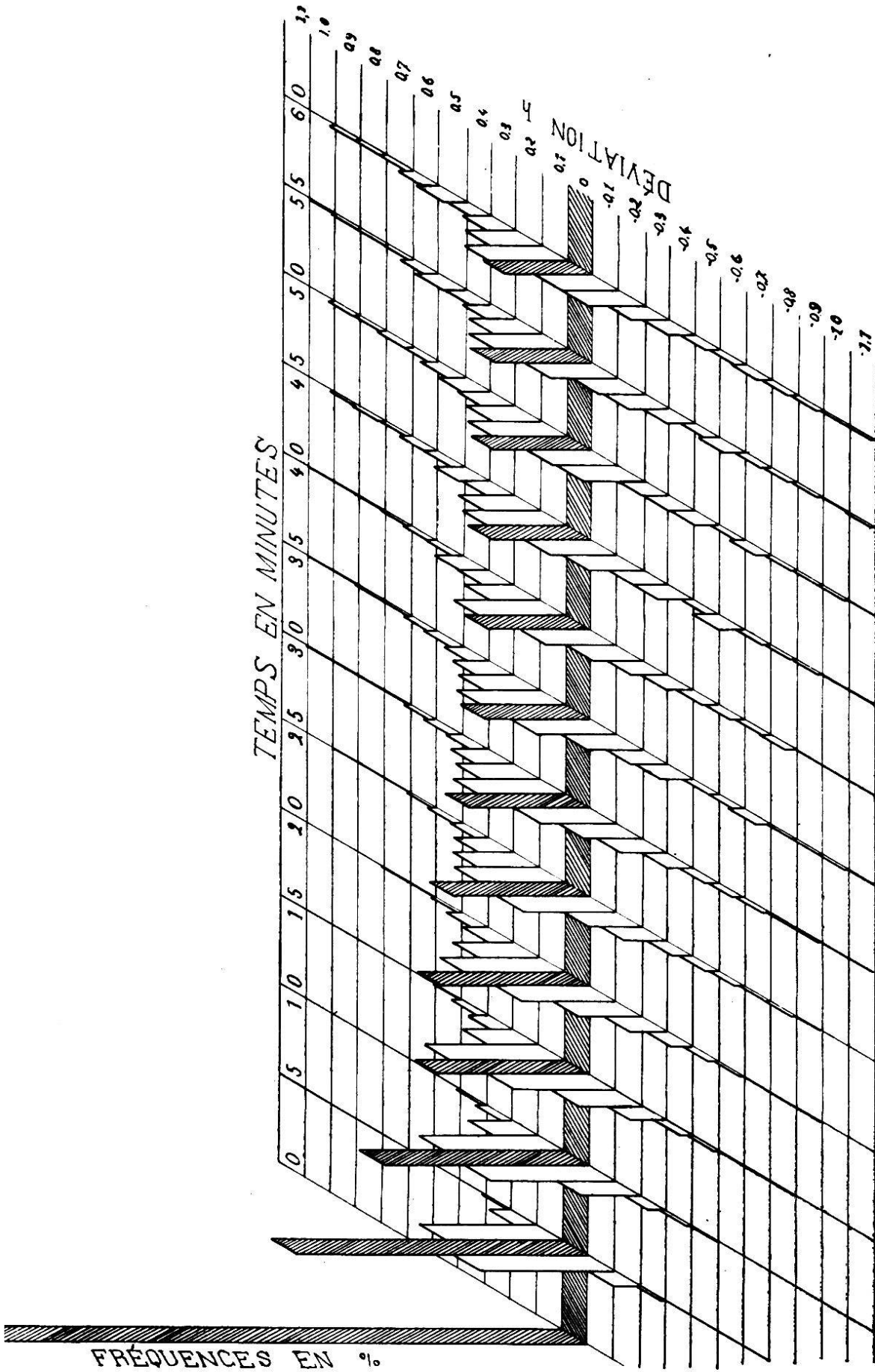


Fig. 5.

qu'il n'y a pas plus de raison pour qu'une plante se courbe à gauche plutôt qu'à droite ; cette symétrie montre que les expériences ont été correctement faites et qu'il n'y a pas eu intervention de cause d'erreurs systématiques. On pourra donc avoir confiance dans les expériences géotropiques effectuées avec le même appareil.

On peut remplacer les polygones de variation qui expriment les résultats bruts de l'expérience par les courbes de variation en utilisant les méthodes biométriques. Ces courbes sont complètement déterminées si l'on connaît l'index de variabilité  $\sigma$  et leur surface (fréquence totale). Lorsqu'on connaît  $\sigma$ , on peut calculer les ordonnées (fréquences) correspondant à chacune des déviations  $h$ , en particulier l'ordonnée maximum qui est donnée par

$$h_0 = \frac{n}{\sigma \sqrt{2\pi}}$$

où  $n$  est le nombre total des cas envisagés (pour nous  $n = 100$ ).

Le tableau VI donne la valeur de  $\sigma$  et de  $h_0$  pour tous les intervalles de temps de 0 à 60 minutes. Remarquons que dans le polygone nous avons 100 % des individus ayant une déviation nulle au temps 0 ; la hauteur du rectangle était donc de 100 ; si nous calculons la courbe théorique correspondant au temps zéro par la formule ci-dessus, comme les déviations sont toutes nulles par définition, il n'y a pas de variabilité, l'index  $\sigma$  est donc nul et  $h_0 = \infty$  ; la surface de variabilité se réduit à une droite de longueur infinie.

TABLEAU VI

	TEMPS EN MINUTES												
	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$\sigma$	0	0,09	0,14	0,18	0,22	0,25	0,29	0,32	0,36	0,39	0,40	0,42	0,43
$h_0$	$\infty$	42,4	29,1	22,3	18,4	16,2	13,7	12,4	11,1	10,2	9,9	9,5	9,2

La figure 6 montre d'une manière plus parlante l'allure de la courbe des ordonnées maxima.

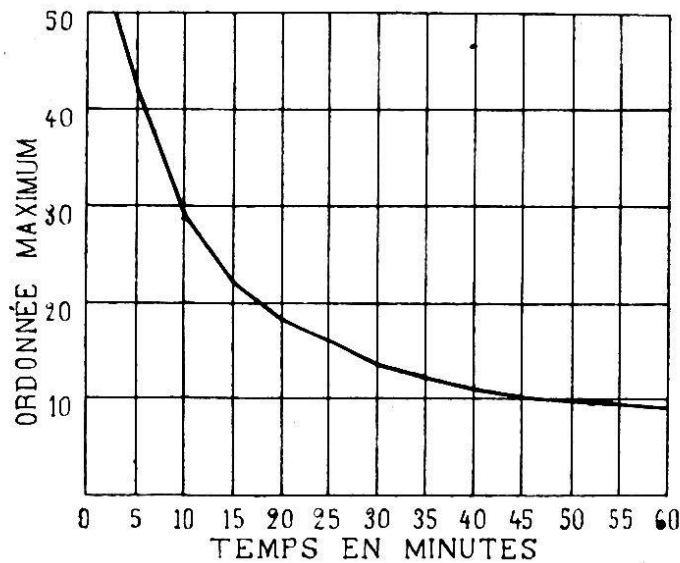


Fig. 6.

Cette courbe ressemble à une hyperbole équilatère rapportée à ses asymptotes et dont l'axe des  $x$  serait parallèle à l'axe des temps ; en appliquant la méthode des moindres carrés, en partant de la supposition que c'est bien une hyperbole équilatère, nous arrivons à une courbe qui diffère sensiblement de la courbe empirique. Ce fait est dû très certainement à la périodicité de la nutation qui intervient. La demi-période de nutation de l'avoine est d'environ 100 minutes ; si nos expériences avaient duré plus d'une heure nous verrions probablement la courbe des ordonnées maxima s'infléchir vers l'axe des temps dans le voisinage de 100 minutes pour s'en éloigner de nouveau et recommencer toutes les 100 minutes environ. La courbe sera très probablement une combinaison d'une hyperbole équilatère et d'une courbe périodique. On peut prévoir également que les ondulations de la courbe iront en s'atténuant avec les temps croissant. Des expériences pour déterminer la période de nutation sont en cours à l'heure actuelle (août-septembre 1912).

Ce que nous venons de dire s'applique au cas où la plante

est observée dans sa position verticale normale ; voyons maintenant ce qui se passe quand la plante est soumise à l'influence du géotropisme.

Si nous plaçons une série de plantes d'avoine horizontalement et si nous mesurons les déviations  $h$  de son extrémité, de  $\bar{\delta}$  en 5 minutes, nous pourrions, en groupant les déviations  $h$  au bout de chaque intervalle de temps dessiner les polygones de variation correspondants et calculer l'index de variabilité  $\sigma$  de  $h$ . Si les seules causes d'erreurs étaient la nutation et les erreurs de lectures, les valeurs de  $\sigma$  seraient les mêmes, dans les limites de l'erreur probable de  $\sigma$ , pour les catégories température-longueur correspondantes que lorsque les plantes ont été observées verticalement.

En examinant le tableau VII (page 447), donnant les valeurs de  $\sigma$ , pour les plantes placées horizontalement pendant toute la durée de l'expérience ainsi que le graphique fig. 7 (page 455) et le stéréogramme fig. 8 (page 457), on voit immédiatement que la variabilité est beaucoup plus grande que lorsque les plantes sont observées verticalement.

Une nouvelle cause de variabilité intervient donc, c'est la variabilité géotropique. En effet, toutes les plantes en expérience ne sont pas également sensibles et aptes à réagir ; l'allure du mouvement de l'extrémité dû au géotropisme de la plante sera donc variable.

On peut s'attendre à ce que le plus grand nombre des plantes aient une sensibilité et une capacité de réaction moyennes et que plus les plantes s'écartent de cette moyenne, moins elles seront nombreuses ; autrement dit, il est très probable que la sensibilité et la capacité de réaction suivront la loi de Gauss.

Si c'est bien le cas, les courbes de variation des déviations des plantes observées horizontalement seront des courbes normales. Il en est bien réellement ainsi, au

moins pendant la première demi-heure d'expérience ; plus tard interviennent d'autres causes d'erreur (voir le stéréogramme fig. 8, page 457).

La variabilité de  $h$  due au géotropisme vient se superposer à la variabilité due à la nutation et contribuer à augmenter les erreurs probables ; celles-ci malgré tout obéissent à la loi de Gauss.

Quoique cette étude de la nutation et de son influence sur l'interprétation des expériences sur le géotropisme soit loin d'être complète, elle a cependant donné un résultat, en démontrant que dans les conditions de mes expériences sur le géotropisme, les erreurs dues à la nutation se laissent traiter comme les erreurs fortuites et non systématiques.

### **Réaction géotropique des plantes d'avoine placées horizontalement pendant toute la durée de l'expérience.**

Dans mon travail de 1910<sup>1</sup>, j'ai montré qu'une plante d'avoine placée horizontalement effectue une courbure vers le bas d'abord, puis vers le haut, que la courbe représentant ce phénomène est assez exactement une parabole de la forme

$$h = at + bt^2$$

où  $h$  est le déplacement de l'extrémité de la plante et  $a$  et  $b$  sont des quantités variables avec la température de l'expérience et la longueur de la plante ; j'ai montré que  $a$  est une mesure de la courbure vers le bas et que  $b$  est de la nature d'une accélération qui mesure la capacité géotropique de la plante, j'ai énoncé la loi : La vitesse de la courbure géotropique est proportionnelle au temps pendant lequel la pesanteur a agi sur la plante.

Dans le calcul de  $a$  et de  $b$ , je n'avais pas tenu compte du poids<sup>2</sup> des valeurs de  $h$  moyen ; c'est pourquoi j'ai

<sup>1</sup> Bull. Soc. vaud. Sc. nat. p. XLVI, p. 235 et 415.

<sup>2</sup> Voir page 419.