

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Herausgeber:** Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Band:** 35 (1899)  
**Heft:** 132

**Artikel:** Équations de la circulation  
**Autor:** Walras, Léon  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-265679>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## ÉQUATIONS DE LA CIRCULATION

par LÉON WALRAS,

Professeur honoraire de l'Université.

1. En posant et en résolvant, dans les 20<sup>e</sup>, 21<sup>e</sup>, 24<sup>e</sup> et 25<sup>e</sup> leçons des *Eléments d'économie politique pure*, les équations de la production et celles de la capitalisation, nous avons fait abstraction (175) des sept chefs suivants reconnus (174) parmi les éléments de la production :

7<sup>o</sup> *Capitaux mobiliers neufs* en vente chez les producteurs à titre de produits ;

8<sup>o</sup> Approvisionnements de *revenus* consistant en *objets de consommation* chez les consommateurs ;

9<sup>o</sup> Approvisionnements de *revenus* consistant en *matières premières* chez les producteurs ;

10<sup>o</sup> *Revenus neufs* consistant en *objets de consommation* et *matières premières* en vente chez les producteurs à titre de produits ;

11<sup>o</sup>, 12<sup>o</sup> et 13<sup>o</sup> *Monnaie de circulation* chez les consommateurs ; *monnaie de circulation* chez les producteurs ; *monnaie d'épargne*.

Voici comment ces éléments figureraient dans le problème général et complet de l'équilibre économique.

On peut retrancher le 7<sup>o</sup> chef. Il suffit de supposer que le *coefficient de fabrication* de chaque produit (A) en capital (K),  $a_k$ , comprend à la fois la quantité de service (K) qui entre dans la confection de 1 de (A) comme service *producteur* et celle qui y entre comme service *d'approvisionnement*. Dès lors, la quantité effectivement demandée de service (K) au prix  $p_k$ , égale à la quantité effectivement offerte  $O_k$ , comprendra le capital du chef dont il s'agit.

On peut réunir en un les 9<sup>o</sup> et 10<sup>o</sup> chefs. Il suffit de supposer que le coefficient de fabrication de chaque produit (A) en service

de matière première (M),  $a_m$ , comprend à la fois la quantité de service d'approvisionnement de la matière première *en magasin* et celle de la matière première en vente *à l'étalage*. Dès lors, la quantité effectivement demandée de service (M) au prix  $p_m'$ , égale à la quantité existante  $Q_m$ , comprendra la matière première des deux chefs dont il s'agit.

C'est avec ces simplifications que nous allons introduire le capital circulant et la monnaie dans le système de l'équilibre économique; mais quelques explications sont nécessaires pour faire comprendre comment nous posons ici le problème de la circulation après ceux de l'échange, de la production et de la capitalisation sans sortir du point de vue *statique*, tout en nous mettant au plus près du point de vue *dynamique*.

2. Dans les théories de la production et de la capitalisation, nous supposons des entrepreneurs achetant à des propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes certaines quantités de services producteurs à recueillir durant une certaine période de temps et leur vendant, suivant le mécanisme de la libre concurrence, certaines quantités de produits à fabriquer durant la même période. L'équilibre avait lieu quand le montant des services et celui des produits en numéraire étaient égaux. Dans la théorie de la circulation, nous introduirons en plus les conditions suivantes.

Après les tâtonnements préliminaires, l'équilibre une fois établi, la livraison des services commencera immédiatement et continuera d'une façon déterminée pendant la période de temps considérée. Le paiement de ces services, évalués en numéraire, se fera en monnaie à des termes déterminés. La livraison des produits commencera de même immédiatement et continuera d'une façon déterminée pendant la même période. Le paiement de ces produits, évalués en numéraire, se fera aussi en monnaie à des termes déterminés. Il est aisé de comprendre comment l'introduction de ces conditions entraînera la nécessité pour les consommateurs : 1° d'un capital circulant en produits, se déterminant mathématiquement par la considération de satisfaction maxima des besoins, dans les conditions ci-dessus, en vertu de certaines quantités possédées de ces produits et de certaines fonctions d'utilité ou de besoin de leurs services d'approvisionnement, et 2° d'une encaisse monétaire se déterminant mathématiquement par la même considération, dans les mêmes conditions, en vertu d'une certaine quantité possédée de monnaie

et de certaines fonctions d'utilité ou de besoin des services d'approvisionnement des produits et services consommables, non plus en nature, mais en monnaie; et, pour les producteurs : 1° d'un capital circulant en matières premières en magasin et produits fabriqués à l'étalage, se déterminant mathématiquement par la considération d'égalité du prix de vente et du prix de revient des produits, dans les conditions fixées, en vertu de certains coefficients de fabrication des produits à fabriquer en matières premières et produits déjà fabriqués, et 2° d'une encaisse monétaire se déterminant mathématiquement par la même considération, dans les mêmes conditions, en vertu de certains coefficients de fabrication des produits à fabriquer en matières premières, services producteurs et produits déjà fabriqués, non plus en nature, mais en monnaie.

Cette conception est conforme à la réalité, mais rendue rigoureuse en vue des raisonnements scientifiques.

En réalité, dans une société en marche, un consommateur, propriétaire foncier, travailleur ou capitaliste, sait très approximativement, à tout instant donné : 1° quels approvisionnements en produits il doit avoir pour sa commodité, et 2° quelle encaisse il doit avoir pour rétablir ces approvisionnements et pour acheter des produits et des services consommables au fur et à mesure de la consommation en attendant les échéances de ses fermages, de ses salaires, de ses intérêts. Une légère incertitude à cet égard ne peut provenir que de la difficulté de prévoir les changements possibles dans les données du problème. En supposant ces données invariables pendant une certaine période de temps, et en supposant les prix des produits et des services, et leurs dates d'achat et de vente, connus pour toute cette période, nous ne laissons place à aucune incertitude.

Il y a plus. Le *capital* étant défini « la somme totale des capitaux fixes et circulants *loués*, non en nature, mais *en monnaie*, par le *crédit*, » tous les jours, dans une société en marche, une certaine fraction de ce capital vient à échéance et est restituée par les entrepreneurs-emprunteurs aux capitalistes-prêteurs. A cette quantité, les propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes ajoutent un certain excédent de leur revenu sur leur consommation, ou bien, de cette quantité, ils retranchent un certain excédent de leur consommation sur leur revenu, de façon à constituer la somme journalière d'épargnes à prêter sous forme de monnaie. L'hypothèse de données invariables pendant

la période considérée nous permet d'introduire, à côté de l'encaisse de la consommation, l'encaisse de l'épargne. Comme dans la théorie de la capitalisation, nous la poserons en fonction empirique du taux du revenu, sans la déduire rationnellement de la considération du maximum d'utilité présente et future.

Enfin, dans une société en marche, un producteur, entrepreneur d'agriculture, d'industrie ou de commerce, sait à très peu près, à tout instant donné : 1° quels approvisionnements en matières premières et produits fabriqués il doit avoir en raison de sa production et de sa vente, et 2° quelle encaisse il doit avoir pour rétablir ces approvisionnements et pour acheter des services producteurs en attendant le règlement des produits par lui vendus. Ici aussi, il y a quelque incertitude résultant de la possibilité de changements dans les données du problème et de la difficulté de les prévoir. Mais, ici aussi, en supprimant cette possibilité pour une certaine période de temps, et en supposant les prix des produits et des services, et leurs dates de vente et d'achat, connus pour toute cette période, nous supprimons toute cause d'incertitude.

Tel est le mécanisme de la circulation envisagé au point de vue *statique* comme les mécanismes par nous étudiés de l'échange, de la production et de la capitalisation. Nous voulons résoudre la question de son équilibre d'une façon générale, comme nous avons fait pour les précédents. C'est pourquoi nous supposons une société établissant cet équilibre *ab ovo* pour une période de temps déterminée, pendant laquelle il n'y aura pas de changements dans les données du problème. C'est pourquoi aussi nous dotons nos propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes consommateurs de quantités quelconques de capitaux circulants et de monnaie, comme nous les avons dotés précédemment de quantités quelconques de capitaux fixes : fonciers, personnels et mobiliers, et pourquoi nous supposons nos entrepreneurs producteurs empruntant les capitaux circulants et la monnaie dont ils ont besoin, comme nous les supposons précédemment empruntant les capitaux fixes qui leur étaient nécessaires. Comme antérieurement, nous établirons l'équilibre d'abord théoriquement et mathématiquement, puis pratiquement sur le marché. Alors, notre société sera prête à fonctionner, et nous pourrons, si nous voulons, passer du point de vue statique au point de vue *dynamique*. Il nous suffira, pour cela, de supposer les données du problème : quantités possédées, courbes

d'utilité ou de besoin, etc. variant en fonction du *temps*. L'équilibre *fixe* se transformera en un équilibre *variable* ou *mobile* se rétablissant de lui-même au fur et à mesure qu'il sera troublé<sup>1</sup>. On trouvera un exemple élémentaire de ce genre d'équilibre dans la théorie du bimétallisme.

3. (A), (B), (C), (D)... (M)... (T), (P), (K)... étant toujours les marchandises : produits consommables, matières premières, capitaux producteurs fixes : fonciers, personnels et mobiliers, soient (A'), (B')... (M)... les mêmes produits et matières premières considérés comme capitaux circulants, c'est-à-dire comme rendant le service d'approvisionnement soit chez les consommateurs, soit chez les producteurs : à l'étalage ou en magasin. (A) étant toujours le numéraire, et, par conséquent 1,  $p_b, p_c, p_d \dots p_m \dots P_t, P_p, P_k \dots$  étant toujours les prix de ces marchandises en (A) soient  $p_{a'} = i, p_{b'} = p_b i \dots p_{m'} = p_m i \dots$  les prix des services d'approvisionnement de (A'), (B')... (M)... comme  $\pi_t = P_t i, \pi_p = P_p i, \pi_k = P_k i \dots$  sont les prix des services de (T), (P), (K). Soit (U) la monnaie que nous considérerons d'abord comme un objet sans utilité propre mais de quantité donnée, distinct de (A), ayant son prix  $p_u$  et son prix de service d'approvisionnement  $p_{u'} = p_u i$ , mais que nous nous réservons d'identifier à (A) en posant alors  $p_u = p_a = 1, p_{u'} = p_a i = i$ .

Prenons maintenant, entre tous, un individu porteur de  $q_{a'}$  de (A'), de  $q_{b'}$  de (B')... de  $q_m$  de (M)... de  $q_u$  de (U). Et soient  $r = \varphi_{a'}(q), r = \varphi_{b'}(q) \dots$  les équations d'utilité ou de besoin des services (A'), (B')... pour cet individu. Les quantités  $o_{a'}, o_{b'} \dots$ , positives ou négatives, de ces services par lui effectivement offertes aux prix  $p_{a'}, p_{b'} \dots$  seront déterminées à la fois par l'équation d'échange

$$\begin{aligned} o_t p_t + o_p p_p + o_k p_k + \dots + o_{a'} p_{a'} + o_{b'} p_{b'} + \dots + q_m p_{m'} \dots + o_u p_{u'} \\ = f_c(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots p_{a'}, p_{b'} \dots p_{m'} \dots p_{u'}, i) \\ + d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots \end{aligned}$$

et par les équations de satisfaction maxima

$$\begin{aligned} \varphi_{a'}(q_{a'} - o_{a'}) &= p_{a'} \varphi_a(d_a), \\ \varphi_{b'}(q_{b'} - o_{b'}) &= p_{b'} \varphi_a(d_a), \\ . & . . . . . \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Voir la *Note finale*.

desquelles résulteront ces quantités effectivement offertes

$$o_{a'} = f_{a'}(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots p_{a'}, p_{b'} \dots p_{m'} \dots p_{u'}, i),$$

$$o_{b'} = f_{b'}(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots p_{a'}, p_{b'} \dots p_{m'} \dots p_{u'}, i),$$

$$\dots \dots \dots$$

On aurait de même les quantités effectivement offertes par les autres échangeurs, et, par conséquent, parmi les équations [2] de la capitalisation, les équations d'offre effective totale

$$O_{a'} = F_{a'}(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots p_{a'}, p_{b'} \dots p_{m'} \dots p_{u'}, i),$$

$$O_{b'} = F_{b'}(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots p_{a'}, p_{b'} \dots p_{m'} \dots p_{u'}, i),$$

$$\dots \dots \dots$$

Pour ce qui est de (M)... les consommateurs n'ayant pas besoin de matières premières, les quantités effectivement offertes par eux seraient égales aux quantités possédées  $q_m$ ... et, par conséquent, les offres totales effectives seraient égales aux quantités totales existantes  $Q_m$ ...

Enfin, en ce qui concerne la monnaie, soient  $r = \varphi_a(q)$ ,  $r = \varphi_\beta(q)$ ... les équations d'utilité ou de besoin des services d'approvisionnement (A') (B')... non *en nature*, mais *en monnaie*, pour notre individu. Les quantités  $\alpha$ ,  $\beta$ ... positives ou négatives, de ces services par lui désirées aux prix  $p_{a'}$ ,  $p_{b'}$ ... seront déterminées à la fois par l'équation d'échange et par les équations de satisfaction maxima.

$$\varphi_a(\alpha) = p_{a'} \varphi_a(d_a),$$

$$\varphi_\beta(\beta) = p_{b'} \varphi_a(d_a),$$

$$\dots \dots \dots$$

desquelles résulteront d'abord ces quantités désirées de services (A'), (B')...

$$\alpha = f_\alpha(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots p_{a'}, p_{b'} \dots p_{m'} \dots p_{u'}, i),$$

$$\beta = f_\beta(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots p_{a'}, p_{b'} \dots p_{m'} \dots p_{u'}, i),$$

$$\dots \dots \dots$$

puis le montant des mêmes quantités exprimé en numéraire

$$\alpha p_{a'} + \beta p_{b'} + \dots$$

et enfin la quantité effectivement offerte de monnaie



et pour exprimer l'égalité de l'offre et de la demande des services (M)... les équations

$$a_m(D_a + D_{a'}) + b_m(D_b + D_{b'}) + \dots + m_m D_m + \dots + k_m D_k + \dots = Q_m$$

. . . . .

Quant au service de la monnaie (U), soient  $\alpha_a', \alpha_b' \dots \alpha_m \dots \alpha_k \dots$   
 $\beta_a', \beta_b' \dots \beta_m \dots \beta_k \dots \mu_a', \mu_b' \dots \mu_m \dots \mu_k \dots \kappa_a', \kappa_b' \dots \kappa_m \dots \kappa_k \dots$  les coefficients  
 de fabrication de (A), (B) .. (M)... (K)... en services (A'), (B')...  
 (M)... (K)..., non *en nature*, mais *en monnaie*, on aurait d'abord  
 les quantités demandées des services (A'), (B')... (M)... (K)... sous  
 forme de monnaie

$$\alpha_a'(D_a + D_{a'}) + \beta_a'(D_b + D_{b'}) + \dots + \mu_a' D_m + \dots + \kappa_a' D_k + \dots = \delta_a$$

$$\alpha_b'(D_a + D_{a'}) + \beta_b'(D_b + D_{b'}) + \dots + \mu_b' D_m + \dots + \kappa_b' D_k + \dots = \delta_b$$

. . . . .

$$\alpha_m(D_a + D_{a'}) + \beta_m(D_b + D_{b'}) + \dots + \mu_m D_m + \dots + \kappa_m D_k + \dots = \delta_\mu$$

. . . . .

$$\alpha_k(D_a + D_{a'}) + \beta_k(D_b + D_{b'}) + \dots + \mu_k D_m + \dots + \kappa_k D_k + \dots = \delta_\kappa$$

. . . . .

puis, en posant

$$a_u = \alpha_a' p_{a'} + \alpha_b' p_{b'} + \dots + \alpha_m p_{m'} + \dots + \alpha_k p_k + \dots$$

. . . . .

$$b_u = \beta_a' p_{a'} + \beta_b' p_{b'} + \dots + \beta_m p_{m'} + \dots + \beta_k p_k + \dots$$

. . . . . , . . . .

$$m_u = \mu_a' p_{a'} + \mu_b' p_{b'} + \dots + \mu_m p_{m'} + \dots + \mu_k p_k + \dots$$

. . . . .

$$k_u = \kappa_a' p_{a'} + \kappa_b' p_{b'} + \dots + \kappa_m p_{m'} + \dots + \kappa_k p_k + \dots$$

. . . . .

le montant

$$a_u(D_a + D_{a'}) + b_u(D_b + D_{b'}) + \dots + m_u D_m + \dots + k_u D_k + \dots$$

$$= \delta_a p_{a'} + \delta_b p_{b'} + \dots + \delta_\mu p_{m'} + \dots + \delta_\kappa p_k + \dots$$

de la demande du service de monnaie, comme service produc-  
 teur, exprimée en numéraire, et enfin l'équation

$$\frac{\delta_a p_{a'} + \delta_b p_{b'} + \dots + \delta_\mu p_{m'} + \dots + \delta_\kappa p_k + \dots}{p_{u'}} = O_u$$

exprimant l'égalité de l'offre et de la demande du service de la monnaie (U).

Les équations [5] et [6] de prix de revient seraient alors

$$\begin{aligned}
 a_t p_t + a_p p_p + a_k p_k + \dots + a_a' p_a' + a_b' p_b' + \dots + a_m p_m' + \dots + a_u p_u' &= 1 \\
 b_t p_t + b_p p_p + b_k p_k + \dots + b_a' p_a' + b_b' p_b' + \dots + b_m p_m' + \dots + b_u p_u' &= p_b \\
 \dots &\dots \\
 m_t p_t + m_p p_p + m_k p_k + \dots + m_a' p_a' + m_b' p_b' + \dots + m_m p_m' + \dots + m_u p_u' &= p_m \\
 \dots &\dots \\
 k_t p_t + k_p p_p + k_k p_k + \dots + k_a' p_a' + k_b' p_b' + \dots + k_m p_m' + \dots + k_u p_u' &= P_k \\
 \dots &\dots
 \end{aligned}$$

5. Les équations [1] et [7] d'échange de l'excédent total de la production sur la consommation seraient

$$\begin{aligned}
 D_k P_k + \dots + D_a' + D_b' p_b + \dots + D_m p_m + \dots &= E \\
 &= F_e(p_t, p_p, p_k \dots p_b, p_c, p_d \dots p_a', p_b' \dots p_m' \dots p_u', i).
 \end{aligned}$$

et l'on aurait, parmi les équations [8] d'égalité du taux du revenu net pour tous les capitaux artificiels, les équations suivantes relatives aux capitaux circulants

$$1 = \frac{p_a'}{i}, \quad p_b = \frac{p_b'}{i} \dots \quad p_m = \frac{p_m'}{i} \dots \quad p_u = \frac{p_u'}{i},$$

soit  $m + s + 1$  équations, qui jointes aux  $m + 1$  équations d'offre des services des capitaux circulants (A'), (B')... et de la monnaie [U] et aux  $m + s + 1$  équations de demande des services : des capitaux circulants (A'), (B')... des matières premières (M)... et de la monnaie (U), formeraient un total de  $3m + 2s + 3$  équations en vue de déterminer les  $3m + 2s + 3$  inconnues qui seraient : les  $m + 1$  quantités échangées des services des capitaux circulants (A'), (B')... et du service de la monnaie (U), les  $m + s + 1$  prix des services : des capitaux circulants (A'), (B')... des matières premières (M)... et de la monnaie (U), les  $m + s$  quantités fabriquées de ces capitaux circulants et matières premières et le prix de la monnaie.

Les  $2m + s + 2$  équations d'offre et demande des services (A'), (B')... (M)... et (U) se ramèneraient aisément, par l'élimination des  $O_a', O_b' \dots$  et  $O_u$ , à  $m + s + 1$  équations d'égalité de l'offre et de la demande aux prix courants. Sur ces  $m + s + 1$  équations

tions, les  $m$  relatives à  $(A')$ ,  $(B')$ ... se résoudraient par hausse ou baisse du prix en cas d'excédent de la demande sur l'offre ou de l'offre sur la demande, comme pour les services  $(T)$ ,  $(P)$ ,  $(K)$ ... (*Eléments*, 211, 212, 213), en raison de la décroissance de la demande et de la croissance et décroissance jusqu'à zéro, à l'infini, de l'offre en fonction du prix; les  $s$  relatives à  $(M)$ ... se résoudraient de la même manière en raison de la décroissance de la demande et de la constance de l'offre; nous nous occuperons tout à l'heure de l'équation relative à  $(U)$ .

Sur les  $m + s + 1$  équations d'égalité du taux du revenu net, les  $m + s$  relatives à  $(A')$ ,  $(B')$  ..  $(M)$ ... se résoudraient par augmentation ou diminution de la quantité fabriquée en cas d'excédent du prix de vente sur le prix de revient ou du prix de revient sur le prix de vente, comme pour les capitaux neufs  $(K)$ ,  $(K')$ ,  $(K'')$ ... (*Id.*, 252, 253, 254), en raison de la décroissance de la quantité fabriquée en fonction du prix de vente et de sa croissance et décroissance jusqu'à zéro, à l'infini, en fonction du prix de revient. L'équation relative à  $(U)$  est toute résolue quand celle de la circulation l'est elle-même.

6. Il s'agit, à présent, de passer de la solution théorique, mathématique, à la solution pratique, sur le marché.

Comme nous l'avons dit, nous supposons d'abord que  $(U)$  est monnaie, mais non marchandise ni numéraire. Cette situation est facile à concevoir. Elle serait réalisée, par exemple, dans un pays où la monnaie consisterait en *francs de papier* à cours forcé, comme elle consiste actuellement en Autriche et en Italie en florins de papier et lires de papier à cours forcé, et où cependant les prix s'énonceraient en *francs de métal* or ou argent, comme ils pourraient, à la rigueur, s'énoncer en Autriche et en Italie en florins et lires d'or ou d'argent. C'est ainsi que  $p_b...$   $p_m...$   $P_k...$   $p_a'$ ,  $p_b'...$   $p_m'...$   $p_k...$   $p_u'$  sont des prix en  $(A)$ .

Or, cette circonstance nous permet de considérer la solution pratique comme fournie par les théories de la production et de la capitalisation en ce qui concerne les capitaux circulants. Ces capitaux circulants  $(A')$ ,  $(B')$ ...  $(M)$ ... donnent leurs services d'approvisionnement exactement comme les capitaux fixes  $K)$ ,  $(K')$ ,  $(K'')$ ... donnent leurs services d'usage. Les prix  $p_a'$ ,  $p_b'...$   $p_m'...$  se déterminent comme les prix  $p_k$ ,  $p_k'$ ,  $p_k''...$  et les prix  $p_b...$   $p_m...$  comme les prix  $P_k$ ,  $P_k'$ ,  $P_k''...$  Et, de fait, comme nous l'avons vu (3, 4, 5), les équations de la capitalisation des systèmes [1], [3], [5], [7] comprennent des termes relatifs à

(A'), (B')... (M)... (U), le système [4] comprend  $m + s$  équations d'égalité de l'offre et de la demande de (A'), (B')... (M)... et le système [8] comprend  $m + s + 1$  équations d'égalité du taux du revenu net pour (A'), (B')... (M)... (U); de telle sorte qu'il ne reste en dehors que la seule et unique équation d'égalité de l'offre et de la demande de (U). Donc, un prix  $p'_{u'}$  étant crié au hasard et maintenu tel quel pendant le tâtonnement de la production et de la capitalisation, on arriverait à la dernière équation d'où résulte l'égalité du prix du numéraire à l'unité en même temps que l'égalité de l'offre et de la demande du numéraire, et l'on n'aurait plus à résoudre que l'équation

$$Q_u - \frac{d_a p_{a'} + d_{\beta} p_{b'} + \dots + d_{\varepsilon} p_{a'}}{p_{u'}} = \frac{\delta_a p_{a'} + \delta_{\beta} p_{b'} + \dots + \delta_{\mu} p_{m'} + \dots + \delta_x p_k + \dots}{p_{u'}}.$$

Posons

$$d_a p_{a'} + d_{\beta} p_{b'} + \dots = D_a,$$

$$\delta_a p_{a'} + \delta_{\beta} p_{b'} + \dots + \delta_{\mu} p_{m'} + \dots + \delta_x p_k + \dots = A_a,$$

$$d_{\varepsilon} p_{a'} = E_a,$$

et

$$D_a + A_a + E_a = H_a;$$

cette équation devient

$$Q_u = \frac{H_a}{p_{u'}}.$$

Les trois termes  $\frac{D_a}{p_{u'}}$ ,  $\frac{A_a}{p_{u'}}$ ,  $\frac{E_a}{p_{u'}}$  représentent respectivement la *monnaie de circulation* chez les consommateurs, la *monnaie de circulation* chez les producteurs et la *monnaie d'épargne*. Mais comme  $p_{u'}$  ne peut être différent pour l'épargne de ce qu'il est pour la circulation, ni différent pour la circulation commerciale de ce qu'il est pour la circulation courante, le prix commun du service de la monnaie de circulation ou d'épargne résulte bien de l'équation unique de la circulation monétaire ci-dessus. Si donc on avait par hasard

$$Q_u p'_{u'} = H_a,$$

la question serait entièrement résolue; mais on aura généralement

$$Q_u p'_{u'} \gtrless H_a,$$

et il s'agit d'arriver à l'égalité de l'offre et de la demande de la monnaie par un tâtonnement sur  $p'_{u'}$ .

En se reportant aux divers termes qui entrent dans  $H_a$ , on reconnaît qu'ils ne sont pas absolument indépendants de  $p_{u'}$ , vu que  $p_{u'}$  figure dans le terme  $o_u p_{u'}$  de l'équation d'échange d'où l'on tire, en même temps que de l'équation de satisfaction maxima, les  $\alpha, \beta \dots$  d'un échangeur et, par suite les  $d_\alpha, d_\beta \dots$  de tous les échangeurs, mais que, toutefois ils n'en dépendent que très indirectement et très faiblement. En ce sens, il s'en faut de peu que l'équation de la circulation monétaire, dans le cas d'une monnaie non marchandise, ne soit en réalité extérieure au système des équations de l'équilibre économique. En supposant cet équilibre établi d'abord, l'équation qui nous occupe se résoudrait donc ensuite presque sans tâtonnement par une hausse ou une baisse de  $p_{u'}$  suivant qu'à un prix  $p'_{u'}$  crié au hasard  $Q_u$  serait  $\begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{H_a}{p'_{u'}}$ . Mais si, pourtant, cette hausse ou baisse de  $p_{u'}$  modifiait très légèrement  $H_a$ , il n'y aurait qu'à continuer le tâtonnement général pour arriver sûrement à l'équilibre. Or, c'est bien là ce qui se fait sur le marché de la monnaie.

Ainsi : — *Le prix du service de la monnaie s'établit par hausse ou par baisse suivant que l'encaisse désirée est supérieure ou inférieure à la quantité de la monnaie.*

Alors, il y a un prix d'équilibre  $p_{u'}$ , et,  $i$  étant le taux d'équilibre du revenu net, l'unité de quantité de la monnaie vaut  $p_u = \frac{p_{u'}}{i}$ . Alors aussi  $\frac{p_{u'}}{i} = \frac{p_u}{1}$ ; de sorte que, s'il y a *agio*, il est le même sur le prix du service de la monnaie que sur le prix de la monnaie elle-même.

7. Après avoir étudié l'établissement de l'équilibre monétaire, il nous faut en étudier les variations.

Pour cela attribuons aux choses qui n'ont pas d'utilité directe ni, par conséquent, de rareté propre, telles que les matières premières, les services producteurs, le service de la monnaie, des raretés de convention proportionnelles à leurs prix; et soient ainsi  $R_{u'}, R_{a'}, R_{b'} \dots R_{m'} \dots R_{k'} \dots$  les raretés des services (U), (A'), (B')... (M)... (K)... Nous avons, en vertu de l'égalité des prix aux rapports des raretés,

$$Q_u \frac{R_{u'}}{R_a} = (d_\alpha + \delta_\alpha + d_\varepsilon) \frac{R_{a'}}{R_a} + (d_\beta + \delta_\beta) \frac{R_{b'}}{R_a} + \dots + \delta_\mu \frac{R_{m'}}{R_a} + \dots + \delta_z \frac{R_{k'}}{R_a} + \dots$$

soit

$$Q_u R_u' = (d_a + \delta_a + d_\varepsilon) R_a' + (d_\beta + \delta_\beta) R_b' + \dots + \delta_\mu R_m' + \dots + \delta_x R_k' + \dots$$

c'est-à-dire, en appelant *utilité rectangulaire* le produit de la *quantité* par la *rareté moyenne*, que l'utilité rectangulaire du service de la monnaie est la somme des utilités rectangulaires des marchandises et services de marchandises figurant dans l'encaisse désirée. Soit H cette somme, il vient

$$Q_u R_u' = H ;$$

et, suivant qu'on prendra (A), (B)... pour numéraire, on aura rigoureusement

$$Q_u \frac{R_u'}{R_a} = Q_u p_{u',a} = \frac{H}{R_a} = H_a, \quad Q_u \frac{R_u'}{R_b} = Q_u p_{u',b} = \frac{H}{R_b} = H_b \dots$$

Il semble donc bien que, toutes autres choses égales d'ailleurs, dans le cas d'une monnaie non marchandise, la rareté et, par suite, la valeur du service de la monnaie varie en proportion directe de l'utilité, la quantité restant la même, et en proportion inverse de la quantité, l'utilité restant la même. Il y a toutefois une légère difficulté. On peut bien supposer un changement de l'utilité sans changement de la quantité; mais on ne peut pas supposer un changement de la quantité sans changement de l'utilité, à moins de supposer les  $q_u$  variant tous proportionnellement. Si, alors,  $p_{u'}$  varie en proportion inverse, les  $q_u p_{u'}$ ,  $(q_u - o_u) p_{u'}$  et  $o_u p_{u'}$  ne varieront pas, et, par conséquent, l'équilibre subsistera avec la seule variation de  $p_{u'}$ . En dehors de ce cas particulier, la quantité changeant, par le changement des  $q_u$ , les  $o_u p_{u'}$  changent, et, par conséquent, les  $\alpha, \beta \dots \varepsilon$ , les  $d_a, d_\beta \dots d_\varepsilon$ , et tous les éléments de l'utilité. Cela est certain; il faut pourtant remarquer, dans ce cas général: 1° que les  $q_u p_{u'}$  ne sont qu'une fraction du revenu des échangeurs et que leur variation se répartit sur toutes les dépenses: approvisionnement, consommation, épargne; 2° que si, en conséquence de la variation non-proportionnelle des  $q_u$ , les  $q_u p_{u'}$ , les  $(q_u - o_u) p_{u'}$  et les  $o_u p_{u'}$  augmentent ou diminuent pour certains échangeurs, ils diminuent ou augmentent pour d'autres, et que les  $d_a, d_\beta \dots d_\varepsilon$ ,  $\delta_a, \delta_\beta \dots \delta_\mu \dots \delta_x \dots$  ne varient pas sensiblement; 3° que les  $d_a, d_\beta \dots d_\varepsilon$ ,  $\delta_a, \delta_\beta \dots \delta_\mu \dots \delta_x \dots$  et les  $R_a', R_b' \dots R_m' \dots R_k' \dots$  varient en sens contraire, d'où il résulte que, si ces quantités varient peu, leurs produits, ou les utilités rectangulaires, varieront moins encore par

suite des variations de quantité de la monnaie. On peut donc énoncer d'une façon à très peu près rigoureusement exacte que : — *La rareté ou la valeur du service de la monnaie est directement proportionnelle à son utilité et inversement proportionnelle à sa quantité.*

En vertu de la relation  $p_u = \frac{p_u'}{i}$ , cette proposition doit s'entendre aussi bien de la rareté ou de la valeur de la monnaie elle-même que de celles de son service.

8. Nous savons que le prix  $p_b$  d'un *produit* à fabriquer (B) résulte de l'équation

$$F_b(p_b) = D_b$$

dans laquelle  $F_b(p_b)$  est une fonction toujours décroissante de  $p_b$ , et  $D_b$  une quantité de (B) fabriquée d'abord au hasard, puis en augmentation ou en diminution suivant qu'il y a excédent du prix de vente sur le prix de revient ou du prix de revient sur le prix de vente (*Eléments*, 210, 211, 212, 213); que le prix  $p_t$  d'un *service* d'usage de capital existant (T) résulte de l'équation

$$D_t = O_t$$

dans laquelle  $D_t$  est une fonction toujours décroissante et  $O_t$  une fonction successivement croissante et décroissante jusqu'à zéro, à l'infini, de  $p_t$  (*Id.* 206, 207 et 208); que le prix  $P_k$  d'un *capital* neuf (K) résulte d'une équation

$$\Delta_k = \Omega_k$$

dans laquelle  $\Delta_k$  est une fonction toujours décroissante du prix de vente et  $\Omega_k$  une fonction successivement croissante et décroissante jusqu'à zéro, à l'infini, du prix de revient de (K) (*Id.*, 253, 254). Nous avons vu plus haut (3) que le prix  $p_m'$  d'un service d'approvisionnement de matière première existante (M) résulte de l'équation

$$D_m' = Q_m$$

dans laquelle  $D_m'$  est une fonction toujours décroissante de  $p_m'$ , et  $Q_m$  une quantité fixe.

Si on y introduit un terme représentant la demande de la monnaie ou de son service, ces équations deviennent respectivement :

$$F_b(p_b) + \frac{H_a}{p_b} = D_b,$$

$$D_t + \frac{H_a}{p_t} = O_t,$$

$$A_k + \frac{H_a}{p_k} = Q_k,$$

$$D_{m'} + \frac{H_a}{p_{m'}} = Q_m;$$

et toutes, après comme avant l'introduction du terme relatif à la monnaie, se résolvent par hausse ou baisse du prix en cas d'excédent de la demande sur l'offre ou de l'offre sur la demande. Seulement, le prix d'équilibre est évidemment plus élevé après l'introduction du terme relatif à la monnaie qu'avant; et, en outre, si on suppose la résolution par tâtonnement se faisant sur deux marchés différents, il faut admettre qu'il se fait des transports de quantité du marché de la marchandise sur le marché de la monnaie, ou réciproquement, tant que les prix de la marchandise et de la monnaie ne sont pas identiques.

Ainsi : — *L'attribution à une marchandise du rôle de monnaie élève son prix de marchandise monnaie au-dessus de son prix de marchandise non monnaie.*

*Le prix commun et identique de la marchandise monnaie, ou de son service, comme marchandise et comme monnaie, s'établit par monnayage ou démonétisation selon que le prix de la monnaie est supérieur au prix de la marchandise ou réciproquement.*

Quant à la loi de variation du prix de la marchandise monnaie *en raison directe de l'utilité et inverse de la quantité*, elle est toujours très sensiblement exacte en ce qui concerne la monnaie, en raison de ce que, les *quantités* et les *raretés* des marchandises variant en sens contraire, l'*utilité rectangulaire* de la fraction de la marchandise monnaie représentée dans l'encaisse monétaire est à peu près la même après qu'avant sa désignation comme monnaie; de sorte que *H* est toujours sensiblement constant. Mais elle est vraie plus ou moins en ce qui concerne la marchandise, et par suite la marchandise monnaie, selon que les fonctions de demande sont plus ou moins inverses du prix et les fonctions d'offre plus ou moins constantes.

9. La loi de proportionnalité directe de la valeur de la monnaie à son utilité et de proportionnalité inverse à sa quantité nous fournit un moyen simple de passer du cas d'une monnaie non marchandise et non numéraire au cas d'une monnaie à la fois marchandise et numéraire.

Cette loi, nous l'avons dit, n'est pas absolument rigoureuse. Elle l'est pourtant, en ce qui concerne du moins la quantité, si 1° on se place, comme nous l'avons fait, au point de vue statique de l'établissement d'un équilibre *ab ovo*, en supposant que les consommateurs : propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes, détiennent les capitaux fixes et circulants et les prêtent aux producteurs entrepreneurs, et si 2° on fait varier proportionnellement la quantité de la monnaie entre les mains des capitalistes. En ce cas, en effet, les termes  $o_u p_u'$  de l'équation d'échange ne changeant pas, dans l'hypothèse de la proportionnalité inverse de la valeur à la quantité, l'équilibre économique subsiste, dans la même hypothèse.

Supposons donc que le (U) devienne de l' (A') et que la quantité  $Q_u$  et le prix  $p_u'$  de (U) deviennent une quantité  $Q''_{a'}$  et un prix  $p_{a'}$  de (A') tels que l'on ait

$$Q''_{a'} p_{a'} = Q_u p_u'.$$

Alors (A') déjà numéraire est aussi monnaie. Sa quantité totale  $Q_{a'}$  se partage en une quantité  $Q'_{a'}$  capital circulant et une quantité  $Q''_{a'}$  monnaie. Un prix  $p_{a'}$  du service du capital circulant résulte toujours d'une équation

$$J_{a'} = O_{a'}$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$Q'_{a'} = (Q'_{a'} - O_{a'}) + J_{a'};$$

le même prix  $p_{a'}$  du service de la monnaie résulte de l'équation

$$Q''_{a'} = \frac{H_a}{p_{a'}};$$

de sorte que

$$Q_{a'} = Q'_{a'} + Q''_{a'} = (Q'_{a'} - O_{a'}) + J_{a'} + \frac{D_a + A_a + E_a}{p_{a'}}.$$

Et ainsi : — *Dans le cas d'une marchandise monnaie et numéraire, le prix commun et identique du service de cette mar-*

*chandise comme capital circulant et comme monnaie s'établit par hausse ou baisse suivant que la demande est supérieure ou inférieure à la quantité et se maintient par monnayage ou démonétisation suivant que le prix du service de monnaie est supérieur ou inférieur au prix du service de capital circulant.*

Un  $p_a'$  étant ainsi déterminé, il y a lieu de procéder au tâtonnement spécial de la capitalisation qui amène

$$p^{iv}_a = \frac{p^{iv}_{a'}}{i^{iv}}, \quad p^{iv}_b = \frac{p^{iv}_{b'}}{i^{iv}} \dots \quad p^{iv}_m = \frac{p^{iv}_{m'}}{i^{iv}} \dots \quad p^{iv}_k = \frac{p^{iv}_k}{i^{iv}} \dots$$

(*Eléments*, 252, 253, 254). Après quoi on aurait

$$\Omega_a p^{iv}_a = D^{iv}_a + D^{iv}_{a'},$$

$D^{iv}_a + D^{iv}_{a'}$  étant la quantité totale de (A) à fabriquer (*Id.* 255); et il ne resterait plus qu'à procéder au dernier tâtonnement qui amène à la fois l'égalité du prix de revient de (A) à l'unité et celle de son offre et de sa demande effectives. Alors  $p_a' = p_a i = i$  et on a définitivement

$$Q_a' = (Q'_{a'} - O_{a'}) + A_{a'} + \frac{H_a}{i}.$$

Le rôle de (A') comme capital circulant étant généralement peu considérable en regard de son rôle comme monnaie, l'équation

$$Q''_{a'} = \frac{H_a}{i}$$

est surtout essentielle. Elle peut être remplacée (6) par les trois équations

$$q'_{a'} = \frac{D_a}{i}, \quad q''_{a'} = \frac{A_a}{i}, \quad q'''_{a'} = \frac{E_a}{i}$$

dont la dernière, encore beaucoup plus importante que les deux autres, peut elle-même être remplacée par ces deux-ci :

$$\chi'_{a'} = \frac{E'_a}{j'}, \quad \chi''_{a'} = \frac{E''_a}{j''},$$

la première donnant le *taux de l'intérêt*  $j'$  sur le marché du *capital fixe*, la seconde donnant le *taux de l'escompte*  $j''$  sur le marché du *capital circulant*,  $j'$  et  $j''$  oscillant autour du *taux du revenu*  $i$  mais pouvant en différer plus ou moins, momentanément ou normalement, pour des causes diverses.

10. Telle est, dans l'ensemble et dans le détail, l'équation d'égalité de l'offre et de la demande de (A') dans le cas où (A') est une marchandise monnaie et numéraire :

$$Q_{a'} = (Q'_{a'} - O_{a'}) + A_{a'} \\ + d_a + d_\beta p_b + \dots + \delta_a + \delta_\beta p_b + \dots + \delta_\mu p_m + \dots + \delta_z P_k + \dots + d_\varepsilon.$$

La manière dont s'effectue, dans ce cas d'une marchandise monnaie et numéraire, la baisse ou la hausse de tous les prix en (A) par laquelle se traduit l'augmentation ou la diminution de la rareté ou de la valeur de cette marchandise en tant que monnaie, résultant d'une diminution ou d'une augmentation de sa quantité, est bien remarquable. Supposons que, l'équilibre étant établi, la quantité  $Q_{a'}$  et par suite les quantités  $Q'_{a'}$  et  $Q''_{a'}$  augmentent ou diminuent et montrons comment le fait de l'augmentation ou de la diminution de  $Q''_{a'}$  sur le marché monétaire suffirait, sans parler des autres faits concomitants, à amener la hausse ou la baisse de tous les prix. En vertu de l'équation

$$Q''_{a'} = \frac{H_a}{i},$$

on fait, sur le marché de la monnaie, une baisse ou une hausse du taux de l'intérêt  $i$  par suite de laquelle les consommateurs augmentent ou diminuent leur encaisse désirée représentant des quantités de (A'), (B')...  $d_a, d_\beta \dots$  qui sont des fonctions décroissantes de  $p_{a'} = i, p_{b'} = p_b i \dots$  et, par conséquent, de  $i$ . Mais, la quantité des produits n'ayant pas augmenté, ces dispositions ont seulement pour résultat la hausse ou la baisse des prix  $p_b \dots$ . Les entrepreneurs voyant cette hausse ou cette baisse des prix des produits, se proposent de développer ou de restreindre leur production, et cela, d'autant plus que la baisse ou la hausse du taux de l'intérêt constitue pour eux une cause de plus de bénéfice ou de perte; mais ils n'aboutissent qu'à faire la hausse ou la baisse des prix des services producteurs dont la quantité n'a pas varié. Cette hausse ou cette baisse engage les capitalistes, pourvus d'une épargne plus ou moins considérable, à demander plus ou moins de capitaux neufs; mais, la quantité de ces capitaux étant toujours la même, leurs prix haussent ou baissent tout simplement. Et quand la hausse ou la baisse s'est ainsi propagée dans tout le système, le taux de l'intérêt redevient ce qu'il était.

## NOTE

Les « tâtonnements préliminaires » dont il est question au n° 2, et qui, dans nos *Eléments d'économie politique pure*, ont été supposés faits effectivement pour l'équilibre soit de la production (203), soit de la capitalisation (247), pourraient être supposés faits sur *bons*; les entrepreneurs offrant, sous cette forme, certaines quantités de *produits* déterminées d'abord au hasard, puis en augmentation ou diminution, suivant qu'il y aurait excédent du prix de vente sur le prix de revient ou réciproquement, jusqu'à égalité de ces deux prix; et les propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes offrant, sous la même forme, certaines quantités de *services producteurs* à des prix criés d'abord au hasard, puis en hausse ou baisse suivant qu'il y aurait excédent de la demande sur l'offre ou réciproquement, jusqu'à égalité de l'une et de l'autre. Peut-être, au moyen de cette hypothèse, distinguera-t-on plus nettement, surtout si on les suppose successives, les trois phases suivantes :

1° La phase des *tâtonnements préliminaires*;

2° La phase de l'établissement effectif *ab ovo* de l'équilibre *statique* relatif à la livraison des services producteurs et des produits pendant la période de temps considérée, aux conditions convenues, sans changements dans les données du problème;

3° Une phase d'équilibre *dynamique*, avec changements dans ces données.

En conséquence de ces définitions, il doit être bien entendu que les quantités  $D_k...D_a', D_b'...D_m...$  de *capitaux neufs fixes ou circulants* livrés pendant la seconde phase aux prix de revient égaux aux prix de vente déterminés par le rapport des prix courants des

services au taux du revenu net :  $P_k = \frac{\pi_k}{i}...$ ,  $1 = \frac{p_a'}{i}$ ,  $p_b = \frac{p_b'}{i}...$

$p_m = \frac{p_m'}{i}...$  ne fonctionnent que dans la troisième phase, consti-

tuant ainsi un premier changement dans les données du problème (*Eléments*, 247).

Si la société liquidait à la fin de la seconde phase, les *capitaux anciens, fixes et circulants*, seraient restitués, par les entrepreneurs aux capitalistes, *en nature*, les seconds en capitaux *similaires*.

Si la société continue à l'état d'équilibre dynamique, il convient de supposer les capitaux *circulants neufs* empruntés par les entrepreneurs aux capitalistes *en monnaie*, aux prix  $1, p_b...p_m...$ , à *courte échéance*, c'est-à-dire jusqu'après la vente.

Ainsi s'achève la synthèse de l'équilibre économique sur la base des équations d'échange et de satisfaction maxima.