

Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 34 (1898)
Heft: 127

Artikel: Sur quelques propriétés du trapèze
Autor: Benoit, L.
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-265367>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

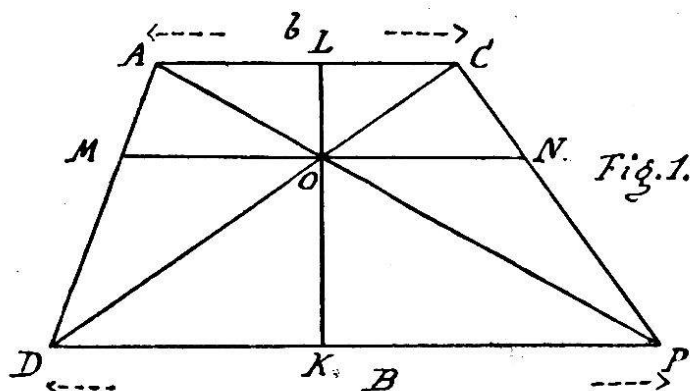
Download PDF: 05.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SUR QUELQUES PROPRIÉTÉS DU TRAPÈZE

par L. BENOIT

En cherchant la solution d'un problème de géométrie, j'ai trouvé au point d'intersection des diagonales du trapèze quelques propriétés que je me permets de vous signaler; jusqu'à quel point sont-elles inédites? c'est ce que je ne puis pas préciser; dans tous les cas, deux professeurs de géométrie, consultés à ce sujet, m'ont répondu qu'ils ne les avaient rencontrées dans aucun ouvrage à eux connu. Voici la chose :



Soit le trapèze quelconque ACPD; menons les diagonales AP et CD; par leur point d'intersection O, menons MN parallèle aux bases AC et DP, et LK perpendiculaire à MN; appelons b et B les deux bases parallèles.

Les triangles AOC et DOP étant semblables, nous en tirons la propriété connue de chacun :

$$[1] \quad \frac{AO}{OP} = \frac{CO}{OD} = \frac{b}{B},$$

donc : *Les diagonales du trapèze se coupent en segments proportionnels aux bases.*

Voilà notre point de départ. Etudions les propriétés de la droite MN.

Les triangles AMO et ADP sont semblables; donc :

$$[2] \quad \frac{MO}{DP} = \frac{AO}{AP} = \frac{AO}{AO + OP};$$

mais l'égalité [1] nous donne (dans toute proportion, le premier terme est à la somme des deux premiers comme le troisième est à la somme des deux derniers) :

$$\frac{AO}{OP} = \frac{b}{B} \text{ d'où } \frac{AO}{AO + OP} = \frac{b}{B + b}$$

et en substituant dans l'égalité [2]

$$[3] \quad \frac{MO}{DP} = \frac{b}{B + b}.$$

D'autre part, les triangles semblables CNO et CPD nous donnent :

$$[4] \quad \frac{ON}{DP} = \frac{CO}{CD} = \frac{CO}{CO + OD};$$

tirons de l'égalité [1] la valeur du dernier rapport :

$$\frac{CO}{OD} = \frac{b}{B} \text{ d'où } \frac{CO}{CO + OD} = \frac{b}{B + b}$$

et substituons dans l'égalité [4]

$$[5] \quad \frac{ON}{DP} = \frac{b}{B + b}.$$

Les égalités [3] et [5] donnent immédiatement le résultat cherché :

$$[6] \quad MO = ON.$$

Donc : *Le point d'intersection des diagonales du trapèze divise en deux parties égales la parallèle aux bases menée par ce point.*

Evaluons la longueur MN en fonction des éléments du trapèze (base et hauteur). L'égalité [3] donne

$$MO = \frac{DP \cdot b}{B + b} = \frac{Bb}{B + b}.$$

$$[7] \quad MN = 2MO = \frac{2Bb}{B + b}$$

Cette valeur est intéressante en ce qu'elle nous montre que la longueur $M N$ est une fonction des seules bases du trapèze et qu'elle est indépendante de la hauteur. Nous dirons donc :

Dans un trapèze, la parallèle aux bases, menée par le point d'intersection des diagonales, est égale au double produit des deux bases divisé par leur somme.

Elle est indépendante de la hauteur ; tous les trapèzes ayant mêmes bases ont donc la même valeur pour la parallèle en question, quelles que soient la hauteur et la forme du trapèze.

Voici d'autres propriétés moins importantes.

Les triangles semblables $A O L$ et $O K P$ donnent :

$$[8] \quad \frac{L O}{O K} = \frac{A O}{O P} = \frac{b}{B} \text{ (d'après [1])}.$$

Donc : *Le point d'intersection des diagonales du trapèze divise la hauteur du trapèze en segments proportionnels aux bases.*

Les triangles $A D P$ et $C D P$ donnent :

$$[9] \quad \frac{A M}{M D} = \frac{A O}{O P} = \frac{b}{B} \text{ et}$$

$$[10] \quad \frac{C N}{N P} = \frac{C O}{O D} = \frac{b}{B},$$

d'où : *Dans le trapèze, la parallèle aux bases, menée par le point d'intersection des diagonales, divise les côtés non parallèles en segments proportionnels aux bases.*

Les triangles semblables $L O C$ et $D O K$ donnent :

$$\frac{L C}{D K} = \frac{C O}{O D} = \frac{b}{B},$$

de même pour les triangles $A O L$ et $K O P$:

$$\frac{A L}{K P} = \frac{A O}{O P} = \frac{b}{B}.$$

Ces deux dernières égalités donnent :

$$\frac{LC}{DK} = \frac{AL}{KP} \quad \text{ou [11]} \quad \frac{LC}{AL} = \frac{DK}{KP}$$

ou encore $LC \times KP = AL \times DK$.

Nous dirons donc : *Dans le trapèze, la hauteur menée par le point d'intersection des diagonales divise les bases en segments inversement proportionnels*; c'est-à-dire que les segments de l'une des bases sont inversement proportionnels aux segments correspondants de l'autre.

En d'autres termes : *Le produit des segments correspondants (situés du même côté de la hauteur) est constant*.

Les triangles ADP et CDP ayant même base et même hauteur, sont équivalents; il en est de même des triangles DAC et PAC ; donc :

Les deux diagonales d'un trapèze divisent celui-ci dans le même rapport, c'est-à-dire que les deux triangles formés par l'une des diagonales sont équivalents aux deux triangles formés par l'autre diagonale.

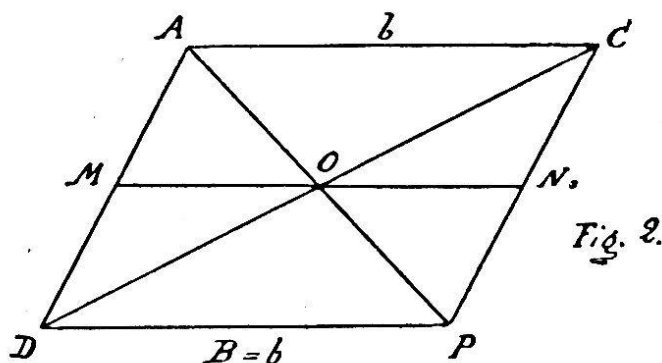
Cas particuliers. Voyons entre quelles limites peut varier la valeur de la parallèle MN :

$$MN = \frac{2Bb}{B+b}.$$

1° B peut varier entre b et ∞ ; si $B = b$, nous avons :

$$\frac{2Bb}{B+b} = b \quad (\text{pour } B = b)$$

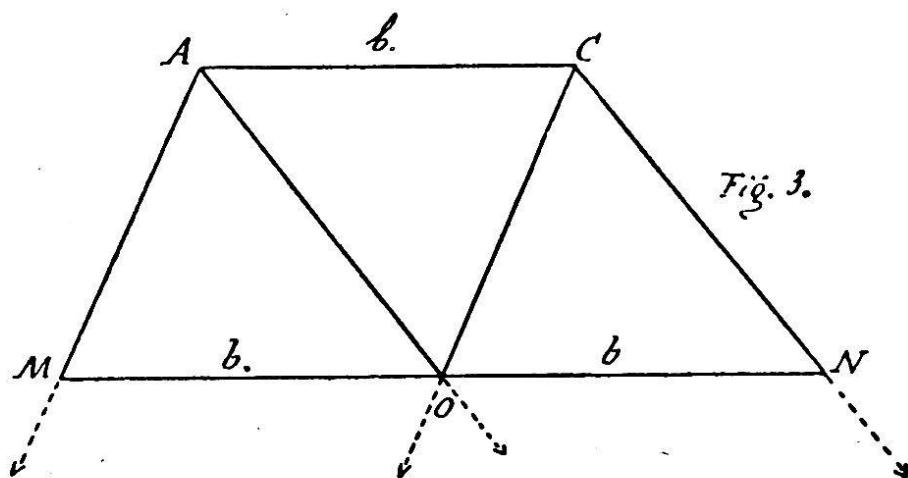
et la figure est un parallélogramme (fig. 2)



Si B croît de b à ∞ , l'expression de la valeur de MN croît et tend vers un maximum qui est

$$\frac{2Bb}{B+b} = 2b \quad (\text{pour } B = \infty)$$

Dans ce cas, les points D et P étant situés à l'infini, les droites AD et CD sont parallèles, de même que AP et CP, et nous avons $OM = b$ et $ON = b$ (fig. 3).

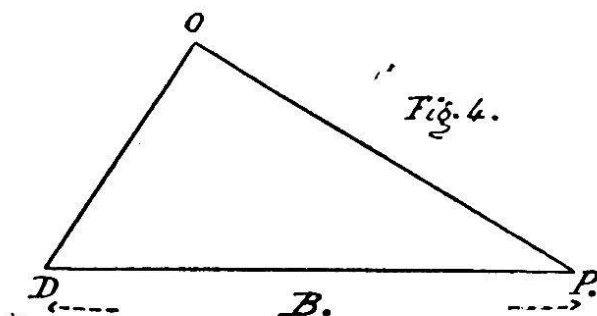


2° b peut varier entre B et zéro. Pour $b = B$, nous tombons dans le 1^{er} cas et la figure est un parallélogramme.

Si b diminue de B à zéro, l'expression de la valeur de MN diminue aussi et tend vers zéro

$$\frac{2Bb}{B+b} = 0 \text{ (pour } b = 0 \text{)}.$$

Dans ce cas, la petite base ainsi que la parallèle MN se confondent en un point, O , et la figure est un triangle (fig. 4).



En résumé, la longueur MN peut prendre toutes les valeurs comprises entre zéro et $2b$.

Toutes ces propriétés peuvent être proposées comme exercices aux élèves des établissements d'instruction secondaire; c'est à ce titre que je les communique aux membres de la Société, dont plusieurs font partie du corps enseignant secondaire.