Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 25 (1889-1890)
Heft: 101

Artikel: De la répartition de l'impôt progressif
Autor: Odin, A.-A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-262158

DE LA RÉPARTITION
DE
L'IMPOT PROGRESSIF

PAR LE

Dr A.-A. ODIN,
professeur à l'Académie de Lausanne.

Pl. VIII.

Introduction.

A son origine, l'impôt paraît avoir été, dans chaque peuple où il fut établi et pour chaque classe de la société, une capitation (payée soit en corvées, soit en marchandises, soit en argent). Plus tard, on comprit que s'il y avait inégalité de fortunes, il était juste qu'il y eût aussi inégalité d'impôt et l'on créa l'impôt proportionnel (différant souvent pour les diverses classes de la société). Enfin, dans le courant de ce siècle, les esprits avancés furent amenés à la conviction que l'impôt proportionnel ne tenait pas suffisamment compte des inégalités de fortunes et ils furent amenés à créer l'impôt progressif. Cet impôt, plus que tous les autres, doit être basé sur une théorie économique et mathématique exacte; malheureusement, il n'a pu être introduit dans les différentes législations qui l'ont adopté qu'au milieu d'une telle agitation des esprits, qu'il eût été difficile dans ces moments-là d'étudier soigneusement la question; il en est résulté que les divers modes de répartition qui furent adoptés sont tous absolument arbitraires et ne remplissent que très imparfaitement leur but. Il y a là une réforme importante à faire et c'est spécialement avec l'espoir d'attirer sur elle l'attention des personnes compétentes, que nous croyons utile de publier ce mémoire.

Il n'y a que relativement peu d'années que l'on a avec succès appliqué les mathématiques proprement dites aux questions économiques; cette application n'est pas sans présenter de grandes difficultés, surtout grâce au fait que plusieurs éléments, que l'on est obligé cependant d'introduire dans les formules, ne se laissent pas mesurer directement; malgré cela, nous croyons qu'il n'est pas impossible de faire dériver la répartition de l'impôt de quelques principes élémentaires pouvant être facilement admis. Mais avant de poser ces principes, il convient de rappeler comment on peut motiver l'impôt progressif.

On doit admettre que les biens indispensables à la subsistance de tout être humain civilisé doivent être exonérés de tout impôt (par le seul fait qu'ils sont indispensables et ne peuvent subir de diminution). Cela est, du reste, en relation immédiate avec les idées humanitaires qui tendent à se propager de plus en plus et qui veulent que chacun ait, sinon l'aisance, tout au moins l'indispensable.

De nos jours encore, on admet généralement que l'impôt ne doit jamais diminuer la source des revenus du contribuable. Il résulte de là qu'il ne doit pas être calculé d'après le capital que possède un contribuable, mais bien d'après le revenu que produit ce capital ou tout au moins d'après le revenu moyen que devrait produire ce capital, s'il était utilisé; en effet, le taux moyen des placements peut subir des fluctuations telles qu'à un moment donné, l'impôt arrive à dépasser le revenu, et, si une telle éventualité n'est guère à prévoir dans la pratique, il se produit, par contre, des inégalités telles que la répartition de l'impôt devient souverainement injuste. Nous ne nous occuperons, par conséquent, que de l'impôt sur le revenu, et supposerons que si un contribuable possède une fortune mobilière ou immobilière, cette fortune est remplacée par son revenu au taux moyen du jour correspondant à l'espèce de fortune.

Il convient ici de bien fixer que tout ce que nous dirons se rapporte à la moyenne des contribuables. Pour avoir l'égalité parfaite, il devrait y avoir un impôt spécial pour chaque personne, mais comme une pareille mesure n'est pas praticable, nous sommes obligé d'admettre que toutes les personnes jouissant du même revenu sont exactement dans la même position sociale, ont les mêmes besoins, font les mêmes dépenses, etc. En d'autres termes, tout ce que nous dirons se rapportera à la moyenne des contribuables et plus particulièrement à la moyenne des contribuables de la Suisse romande dont la vie nous est le mieux connue.

Afin de lier entre elles les conditions sociales des diverses classes de la société, nous parlerons toujours d'un contribuable fictif dont le revenu, partant de zéro, aille en augmentant d'une manière continue jusqu'à l'infini et nous supposerons qu'à un moment quelconque, ce contribuable ait exactement les mêmes jouissances, les mêmes besoins que la moyenne des contribuables qui ont le même revenu que lui.

Faisons maintenant un pas de plus et voyons sur quelle idée fondamentale nous pourrons nous baser pour fixer la théorie de la répartition de l'impôt. Nous pourrons exprimer cette idée fondamentale de deux manières, différentes de forme, mais qui, nous le verrons plus loin, conduisent exactement au même résultat.

En premier lieu, nous dirons que, si le revenu d'une personne augmente, le taux de l'impôt qu'elle aura à payer sur cette augmentation doit être d'autant plus élevé que cette augmentation de revenu lui est moins nécessaire [1]. Etabli sur ce principe, un impôt peut à juste titre être appelé l'impôt sur le superflu. Si l'on pouvait fixer mathématiquement une valeur au-dessus de laquelle le revenu devienne superflu, il suffirait d'exonérer la partie nécessaire et d'établir un impôt proportionnel sur le superflu ; mais comme, d'une part, l'augmentation du revenu passe insensiblement de l'indispensable au superflu, et que, d'autre part, ce dernier n'est jamais complètement atteint, on est obligé d'employer le moyen terme qui consiste à grever toute augmentation du revenu d'un impôt d'autant plus élevé que cette augmentation est moins nécessaire. Il en résulte que, si le revenu (surpassant l'indispensable) est 0 ou plus exactement infiniment petit, il sera encore infiniment nécessaire et devra être grevé d'un impôt dont le taux est infiniment petit (0 à la limite). De même, si une personne a un revenu tellement immense que toute augmentation lui serait absolument superflue, une pareille augmentation devra être grevée de l'impôt maximum, c'est-à-dire, devra passer en entier au fisc ; le taux de l'impôt perçu sur cette augmentation sera 1 [2].

La deuxième manière de motiver l'impôt progressif est la suivante : Lorsqu'une personne a un certain revenu, elle en retire une certaine somme de jouissances ; plus cette somme de jouissances sera grande, plus grand aussi devra être l'impôt qu'elle aura à payer sur toute augmentation que pourra subir son re-

[1] Voir aussi M[lle] Royer : *Théorie de l'impôt ou la dîme sociale.* Paris, 1862. Chapitre IV, spécialement pages 51 et 52.

[2] Ici le taux sera toujours exprimé par un nombre absolu et non pas en °/o ou °/oo ; ainsi, au lieu d'écrire 5 °/o, 15 °/oo, nous écrirons 0.05 0.015.

venu. En appliquant cela aux extrêmes, nous dirons que si une personne ne possède que le minimum indispensable, son revenu ne lui procure qu'une jouissance infiniment petite et s'il vient à augmenter d'une très petite quantité, cette augmentation devra être grevée d'un impôt dont le taux sera aussi infiniment petit. De même, si une personne jouit d'un revenu lui procurant le maximum des jouissances possibles, il sera juste que si ce revenu augmente, l'augmentation revienne en entier au fisc, c'est-à-dire que cette personne paye un impôt dont le taux soit 1 sur toute augmentation de son revenu.

Point de départ.

Passons à la recherche de la loi élémentaire qui servira de base à notre système d'impôt en cherchant à interpréter mathématiquement les deux manières d'envisager l'impôt progressif. Soit x le revenu de notre contribuable à un moment donné (déduction faite de la partie indispensable) ; nous le nommerons le *revenu brut.* Appelons u l'impôt total qui doit être payé sur ce revenu x. Le contribuable pourra donc disposer librement du revenu $x - u$ que nous appellerons son *revenu net.* Supposons que le revenu brut augmente de dx; cette augmentation sera grevée d'un impôt du calculé d'après un taux y, de telle manière que l'on ait

$$du = y\,dx \tag{1}$$

ou

$$y = \frac{du}{dx}$$

y est ce que nous pouvons appeler le *taux de l'impôt correspondant au revenu x ;* il varie avec x et il est absolument différent du taux moyen que l'on obtient en divisant l'impôt total u par le revenu total x. Pendant que le revenu brut s'est accru de dx, le revenu net se sera accru de

$$dx - du = d\,(x - u)$$

Cherchons maintenant, en nous servant de ces notations, à interpréter mathématiquement la première manière susmentionnée de motiver l'impôt progressif. Appelons U l'utilité de l'accroissement du revenu net $x - u$; U ne dépendra que de ce revenu net (que l'on possède déjà) et l'on peut admettre que U sera d'autant plus faible que $x-u$ sera plus grand. Tant que $x-u$ est infiniment petit ou nul, l'utilité U est infiniment grande parce que le revenu $x-u$ n'est nul que dans le cas où le contribuable ne possède que l'indispensable, soit la partie infiniment utile que nous retranchons au préalable de tout revenu. De même, si $x-u$ pouvait être infini, U serait naturellement nul. Ceci nous engage à admettre dans nos calculs que l'utilité U est inversement proportionnelle au revenu net $x-u$, ou plus généralement inversement proportionnelle à une puissance de $x-u$. Nous poserons donc :

$$U = \frac{a}{(x-u)^{\alpha}}$$

Cette formule nous donne l'utilité d'une augmentation du revenu en fonction de ce revenu. Si le revenu augmente, l'utilité d'un accroissement diminue et vice-versa. Supposons que le revenu brut augmente de dx, l'utilité d'un accroissement diminuera d'une quantité dU qui nous est donnée en différentiant l'équation ci-dessus et que l'on reconnaît facilement être égale à

$$-dU = \frac{\alpha\, a\, d(x-u)}{(x-u)^{\alpha+1}}$$

Au lieu de considérer la diminution absolue de l'utilité, laquelle ne se laisse pas mesurer, il est plus rationnel de considérer la diminution relative (soit en centièmes ou millièmes) que l'on obtient en divisant la diminution de l'utilité par cette utilité elle-même, ce qui donne

$$-\frac{dU}{U} = \frac{\alpha\, d(x-u)}{x-u}$$

Mais si l'augmentation du revenu diminue d'utilité, elle doit être accompagnée d'un accroissement du taux de l'impôt (qui fera sentir son effet sur des accroissements ultérieurs du revenu). Le taux était y; pendant que le revenu augmente de dx, il augmentera de dy; son augmentation relative est donc

$$\frac{dy}{y}$$

et nous donnerons, nous semble-t-il, la meilleure interprétation de la première manière d'envisager l'impôt progressif en disant que l'augmentation relative du taux de l'impôt doit être égale, ou tout au moins proportionnelle à la diminution relative de l'utilité d'une augmentation du revenu. Nous poserons donc, en désignant par b une nouvelle constante positive :

$$\frac{dy}{y} = -b\,\frac{dU}{U}$$

ou

$$\frac{dy}{y} = b\,\alpha\,\frac{d(x-u)}{x-u}$$

Comme b et α sont des constantes, $b\alpha$ est aussi une constante que nous désignerons par :

$$b\,\alpha = \frac{1}{p}$$

ce qui nous donnera :

$$\frac{dy}{y} = \frac{1}{p}\,\frac{d(x-u)}{x-u}$$

L'intégrale générale de cette équation est :

$$(2) \qquad y = \left(\frac{x-u}{c}\right)^{\frac{1}{p}}$$

où p et c peuvent être des nombres positifs quelconques.

Passons au deuxième mode de raisonnement pour motiver l'impôt progressif, et partons des mêmes données que pour le premier. Un revenu x est grevé d'un impôt total u, ce qui le réduit au revenu net ou disponible $x-u$. Supposons que le revenu brut augmente de dx; l'impôt sur cette augmentation sera $du = ydx$; nous avons dit qu'il doit être d'autant plus élevé que le revenu net $x-u$ procure une plus grande somme de jouissances à son possesseur; dx étant arbitraire (pourvu qu'il soit très petit), cela revient à dire que le taux y doit être en relation directe avec la somme de jouissances J que le contribuable retire de son revenu net; si le revenu net augmente de $d(x-u)$, la somme de jouissances qu'il procure croîtra aussi d'une certaine quantité dJ, et nous admettrons que l'augmentation relative correspondante du taux de l'impôt, soit

$$\frac{dy}{y}$$

sera proportionnelle à l'augmentation relative correspondante

$$\frac{dJ}{J}$$

de la somme de jouissances produite par le revenu net. Nous écrirons donc :

$$\frac{dy}{y} = K \frac{dJ}{J}$$

Mais la somme de jouissances J produite par le revenu net $x - u$ est elle-même en relation directe avec ce revenu ; s'il augmente, elle augmente aussi ; s'il diminue, elle diminue. Supposons que le revenu net augmente de $d(x - u)$; la somme de jouissances qu'il procure augmente de dJ ; on doit admettre en premier lieu que dJ est proportionnel à $d(x - u)$ — ceci est un principe mathématique exact — mais nous devons admettre aussi que dJ décroît à mesure que $x - u$ augmente [1]. Nous avons donc une fonction J de $x - u$ qui va en augmentant de 0 à ∞ quand $x - u$ croît de 0 à ∞, et dont la différentielle dJ va en décroissant jusqu'à 0 à mesure que $x - u$ va en croissant. Une telle fonction est par exemple de la forme

$$J = l\,(x - u)^{\lambda}$$

λ étant compris entre 0 et 1 et l étant un nombre positif quelconque ; cette fonction nous paraît assez bien représenter la manière dont varie la somme de jouissances que l'on retire d'un revenu, car elle varie d'une manière constante et satisfait très bien aux conditions limites ; sa différentielle est

$$dJ = \frac{l\lambda \; d(x - u)}{(x - u)^{1-\lambda}}$$

[1] Si deux personnes ayant un revenu, l'une de 1,000 fr., l'autre de 10,000 fr., voient toutes les deux leur revenu s'augmenter de 100 fr., cette augmentation procurera à la première une plus grande somme de jouissances qu'à l'autre.

elle représente l'augmentation absolue de la somme de jouissances que le contribuable retire du revenu net; comme pour l'utilité, nous ne considèrerons que l'accroissement relatif

$$\frac{dJ}{J} = \frac{\lambda\, d(x-u)}{x-u}$$

En introduisant cette valeur dans l'équation

$$\frac{dy}{y} = K \frac{dJ}{J}$$

que nous avons déjà motivée plus haut, il vient

$$\frac{dy}{y} = K \frac{\lambda\, d(x-u)}{x-u}$$

K étant un nombre positif quelconque; faisons ici

$$K\lambda = \frac{1}{p}$$

et intégrons l'équation différentielle ci-dessus, nous retrouvons l'équation (2)

$$(2) \qquad y = \left(\frac{x-u}{c}\right)^{\frac{1}{p}}$$

C'est cette équation qui nous servira de point de départ pour tous nos calculs; elle indique que le taux de l'impôt est proportionnel à une certaine puissance du revenu net, ce qui est absolument en harmonie avec tout ce que nous avons admis.

Avant de chercher à tirer de cette formule une relation entre x et y, il est bon de reconnaître quelle est la signification de c et de p. A cet effet, transformons l'équation (2) en la résolvant par rapport à $x-u$, ce qui donne

$$(3) \qquad x - u = c\, y^p$$

y étant toujours compris entre 0 et 1, $x-u$ sera compris entre 0 et c et atteindra c à la limite quand le taux y sera 1. Ceci nous montre que c est une limite supérieure du revenu net, limite qui ne sera jamais atteinte dans la pratique.

Notre système d'impôt se distingue donc de tous ceux établis jusqu'à présent, en ce que, si le revenu brut croît indéfiniment, il n'en est pas de même du revenu net, qui est astreint à rester inférieur à une certaine valeur c; cela provient de ce qu'à mesure que le revenu augmente, le taux de l'impôt se rapproche toujours plus de 1, ensorte que l'impôt englobe une partie toujours plus considérable du revenu à mesure que celui-ci augmente. Cela n'a absolument pas pour conséquence, comme on pourrait le croire d'abord, une progressivité exagérée de l'impôt sur les revenus existants, car la limite c peut être choisie aussi élevée que l'on veut, et en faisant varier c et p, on peut déduire des formules 2 et 3 des systèmes d'impôt de tous les degrés de progressivité possible.

c et p jouent dans nos formules des rôles très différents. En faisant varier c, on ne change pas la nature du système d'impôt progressif, car un tel changement peut toujours être ramené à une variation de l'unité monétaire; les formules 2 et 3 montrent, en effet, que si x, u et c augmentent ou diminuent dans le même rapport, la loi suivant laquelle le taux y varie n'est modifiée en aucune façon. La constante p régit donc à elle seule la nature du système d'impôt, et, pour cette raison, nous l'appellerons l'*exposant de progressivité* du système d'impôt progressif.

Relation directe entre le revenu et le taux de l'impôt.

Proposons-nous maintenant de rechercher une relation directe entre x et y au moyen du système des équations

$$du = y\, dx \tag{1}$$

$$x - u = c y^p \tag{3}$$

Différentions l'équation (3); il vient

$$dx - du = cp\, y^{p-1}\, dy$$

et en utilisant l'équation (1)

$$dx - y\, dx = cp\, y^{p-1}\, dy$$

$$dx = cp \frac{y^{p-1}}{1-y}\, dy \tag{4}$$

Intégrons cette équation en remarquant, comme nous l'avons montré, qu'à $y = 0$ doit correspondre $x = 0$, et nous obtenons

$$x = cp \int_0^y \frac{y^{p-1}}{1-y}\, dy \tag{5}$$

Comme y est toujours plus petit que 1, cette intégration s'effectue le plus simplement en développant l'expression à intégrer en série suivant les puissances croissantes de y; on arrive de cette manière à la formule suivante :

$$(6) \quad \begin{aligned} x &= cp\left(\frac{y^p}{p} + \frac{y^{p+1}}{p+1} + \frac{y^{p+2}}{p+2} + \ldots\right) = \\ &= cp\, y^p \left(\frac{1}{p} + \frac{y}{p+1} + \frac{y^2}{p+2} + \ldots\right) \end{aligned}$$

Cette formule, qui est tout à fait générale et peut être employée dans tous les cas, nous donne à elle seule la solution du problème que nous nous sommes proposé, puisqu'elle permet de calculer numériquement le revenu brut x en fonction du taux y (de l'impôt) correspondant à ce revenu. A vrai dire, dans la pratique, c'est le contraire que l'on a à faire; on a à calculer le taux correspondant à un revenu donné et non pas le revenu correspondant à un taux donné. Mais on obvie à cet inconvénient, qui n'est du reste qu'apparent, en calculant une table des valeurs de x correspondantes à un assez grand nombre de valeurs de y; cette même table indiquera avec une précision suffisante le taux y correspondant à un revenu quelconque x. Au reste, il n'est pas impossible d'exprimer y en fonction de x; il suffit de faire l'inversion de l'équation (6), et on obtient une série suivant des puissances croissantes de x, série dont les exposants ne sont pas entiers et dont les coefficients sont très laborieux à calculer; comme cette série ne nous serait que de peu d'utilité, nous nous sommes cru dispensé de chercher à l'établir.

La formule (6) est d'un emploi très facile, si y est petit, inférieur à 0.1, par exemple, parce qu'elle est alors très convergente; par contre, si la valeur de y diffère peu de 1, le calcul par le moyen de cette série devient très pénible, et le besoin d'une forme finie remplaçant cette série se fait impérieusement sentir.

En se reportant à l'équation (5), on reconnaît que l'intégration peut être effectuée sous forme finie, si p est un nombre rationnel, ce qui peut du reste toujours être admis. Le résultat est même très simple, si p est un nombre entier, car on trouve alors [1] :

[1] La caractéristique *log* désigne toujours un logarithme naturel.

$$(7)\quad x = cp\left[\log\frac{1}{1-y} - \left(\frac{y}{1} + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} + \dots + \frac{y^{p-1}}{p-1}\right)\right]$$

Passons au cas où p est fractionnaire, et posons :

$$(8)\qquad p = q + \frac{m}{n}$$

q étant un nombre entier et $\frac{m}{n}$ une fraction irréductible plus petite que 1. x se compose alors de deux parties distinctes, indiquées dans la formule suivante :

$$(9)\quad x = cp\left[Y - \left(\frac{y^{p-q}}{p-q} + \frac{y^{p-q+1}}{p-q+1} + \dots + \frac{y^{p-1}}{p-1}\right)\right]$$

La première partie Y, qui n'est pas donnée explicitement dans la formule, a pour valeur :

$$(10)\qquad Y = \int_0^y \frac{y^{\frac{m}{n}-1}}{1-y}\,dy$$

Pour la calculer, on la transforme avantageusement en l'une des deux autres expressions

$$(11)\qquad Y = n\int_{t=0}^{t=y^{\frac{1}{n}}} \frac{t^{m-1}}{1-t^n}\,dt$$

$$(12)\qquad Y = n\int_{s=\infty}^{s=y^{-\frac{1}{n}}} \frac{s^{n-m-1}}{1-s^n}\,ds$$

Ce sont ces formules-là qui montrent que l'intégration peut toujours être effectuée sous forme finie, puisque c'est une fonction rationnelle que l'on a à intégrer. Elles montrent en outre que l'intégrale indéfinie que l'on aura à calculer pour avoir la valeur de Y correspondant à une certaine fraction

$$\frac{m}{n}$$

sera la même que pour la fraction

$$\frac{n - m}{n}$$

à condition d'employer la première fois la formule (11) et la deuxième fois la formule (12) ou vice-versa; il n'y a de changé que les limites d'intégration.

Il serait parfaitement inutile de vouloir rechercher une expression générale finie de Y pour toutes les valeurs possibles de m et de n. Il nous suffira de donner ici les valeurs de Y pour les trois cas suivants, qui seront presque toujours suffisants dans la pratique :

$$(13)\quad \begin{cases} \dfrac{m}{n} = \dfrac{1}{4} & Y = \log\left(\dfrac{1+\sqrt[4]{y}}{1-\sqrt[4]{y}}\right) + 2\,\mathrm{arctg}\sqrt[4]{y} \\[2ex] \dfrac{m}{n} = \dfrac{1}{2} & Y = \log\left(\dfrac{1+\sqrt{y}}{1-\sqrt{y}}\right) \\[2ex] \dfrac{m}{n} = \dfrac{3}{4} & Y = \log\left(\dfrac{1+\sqrt[4]{y}}{1-\sqrt[4]{y}}\right) - 2\,\mathrm{arctg}\sqrt[4]{y} \end{cases}$$

Nous sommes maintenant en mesure de calculer avec toute l'exactitude voulue une valeur de x correspondant à une valeur donnée de y, en supposant, bien entendu, que p et c nous soient donnés, mais il ne nous est pas encore facile de nous rendre compte des systèmes d'impôts trouvés; comme c'est pourtant là l'un des points essentiels de notre travail, nous donnerons avec quelques détails la discussion.

Des divers systèmes d'impôt progressif qui peuvent être obtenus en faisant varier l'exposant de progressivité.

Le meilleur moyen de se rendre compte de la relation qui lie le revenu brut x et le taux de l'impôt y correspondant à ce revenu, est de la représenter par une courbe, en portant x comme abscisse et y comme ordonnée (Pl. VIII, fig. 1) d'un système de coordonnées cartésiennes rectangulaires. La seule partie de la courbe qni nous intéresse est celle qui se rapporte aux x et aux y positifs ; tous ses points sont donnés par des valeurs de y comprises entre 0 et 1, en sorte que la droite $y = 1$ est une asymptote à la courbe; si OB représente l'unité des ordonnées, l'asymptote est donc la droite BL parallèle à l'axe des revenus bruts Ox. En outre, la courbe passe par l'origine.

Soit M un point de la courbe; menons NML parallèle à OB. ON représente un revenu brut x_0 et NM le taux y_0 correspondant à ce revenu. Mais comme $OB = 1$, le revenu brut est aussi représenté par l'aire du rectangle $ONLB$.

Pour chaque point de la courbe, on a :

$$du = y\, dx \tag{1}$$

Il en résulte que l'impôt du perçu sur l'élément de revenu dx est représenté par l'aire de l'élément de surface compris entre Ox et la courbe d'une part, et les ordonnées menées aux extrémités de dx d'autre part. Si l'on fait la somme de tous ces éléments, on voit que l'impôt total u_0 perçu sur le revenu brut x_0 est représenté par l'aire du triangle curviligne ONM (fig. 1 et 2) et qu'en conséquence, le revenu net est représenté par l'aire du quadrilatère curviligne $OBLM$. A la limite, pour une valeur de x infiniment grande, ce quadrilatère devient la surface entière comprise entre OB, l'asymptote BL et la courbe (fig. 3); cette surface, qui se termine en pointe à l'infini, a cependant une valeur finie, puisqu'elle nous donne la limite supérieure que ne doit jamais atteindre le revenu net, limite que nous avons appelée c.

Notre courbe nous donne donc directement la liaison entre le revenu brut, le taux de l'impôt à un moment quelconque, l'impôt total et le revenu net.

Pour dessiner la courbe et pour arriver à en reconnaître exactement la forme, il est nécessaire de pouvoir construire la tangente à la courbe en un point quelconque et surtout à l'origine, et de trouver ceux des points de la courbe où la courbure est nulle (si elle en a).

La direction de la tangente en un point quelconque est déterminée par son coefficient angulaire rapporté à l'axe des y, et qui est donné par l'équation

$$\frac{dx}{dy} = cp\,\frac{y^{p-1}}{1-y} \tag{4}$$

Les points en lesquels la courbure est nulle sont aussi ceux pour lesquels le rayon de courbure est infiniment grand. Nous avons donc, à cet effet, établi une formule qui nous donne le rayon de courbure de telle manière que nous reconnaissions immédiatement sa grandeur pour les valeurs finies de y et spécialement pour $y = 0$. Cette formule, établie par le procédé général du calcul différentiel et en partant de la formule générale

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2 x}{dy^2}}$$

est la suivante:

$$(14)\quad R = \frac{\left[\left[\frac{y^{2-p}(1-y)^2}{cp}\right]^{\frac{2}{3}} + \left[\frac{c^2 p^2 y^{2p-1}}{1-y}\right]^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{3}{2}}}{(p-1)-(p-2)\,y}$$

Nous sommes maintenant en état de reconnaître quelles sont les diverses formes que peut prendre notre courbe, ou, ce qui revient au même, quels sont les divers systèmes d'impôts susceptibles d'être déduits de nos formules et compatibles avec les hypothèses formant notre point de départ. Nous n'avons, pour cela, qu'à donner successivement à l'exposant de progressivité p toutes les valeurs possibles et voir dans chacun des cas comment se comporte la courbe représentative de l'impôt. Nous pouvons prendre pour cet exposant p un nombre positif quelconque, en sorte que, pour notre discussion, nous devons commencer par égaler p à l'infini, et nous devons ensuite lui donner des valeurs allant en décroissant successivement jusqu'à une valeur infiniment petite ou nulle. Voici les différents cas qui peuvent se présenter :

1) *p est infiniment grand.* Il convient, dans ce cas, de résoudre l'équation (3) par rapport à y, ce qui donne:

$$y = \left(\frac{1}{c}\right)^{\frac{1}{p}} (x-u)^{\frac{1}{p}}$$

et en posant:

$$\left(\frac{1}{c}\right)^{\frac{1}{p}} = \gamma$$

$$y = \gamma\,(x-u)^{\frac{1}{p}}$$

Quel que soit p, on pourra toujours déterminer c de telle manière que γ soit égal à un nombre donné; si nous faisons croître p vers l'infini, nous aurons simplement

$$y = \gamma$$

Le taux étant constant, l'impôt est proportionnel; celui-ci n'est donc qu'un cas particulier de l'impôt progressif, qui devient ainsi proportionnel si son exposant de progressivité est infiniment grand. Quant à la courbe représentative, elle est dans ce cas une ligne droite; une analyse infinitésimale plus scrupuleuse montrerait qu'elle a la forme indiquée dans la figure 4.

2) *p, sans être infini, est plus grand que* 2. — En faisant $y = 0$ dans les formules (4) et (14), on a :

$$\frac{dx}{dy} = 0 \qquad\qquad \mathrm{R} = \infty$$

La courbe est donc à l'origine tangente à l'axe des y, et, tellement tangente, que son rayon de courbure à l'origine est infiniment grand, ce qui fait que y atteint très rapidement une valeur élevée et n'augmente plus ensuite que lentement (fig. 5); c'est, de toutes les catégories d'impôt progressif que nous décrivons en ce moment, celle qui se rapproche le plus de l'impôt proportionnel.

3) *p est plus grand que* 1, *mais ne surpasse pas* 2. — La courbe (fig. 6) touche encore l'axe des y à l'origine, mais, en ce point, son rayon de courbure n'est plus infini. Le taux y atteint moins rapidement des valeurs élevées que dans le cas précédent, et, par suite, l'impôt est plus fortement progressif.

Dans les groupes d'impôt que nous venons d'examiner, la concavité de la courbe représentative est toujours tournée vers l'axe des x; le taux de l'impôt augmente d'autant moins vite que le revenu est plus grand. De pareils systèmes d'impôt, sans viser à ménager les grands revenus, ne leur portent cependant pas directement atteinte; ils ne visent pas non plus à l'exonération presque absolue des petits revenus.

4) *p est égal à* 1. — Nous avons là un cas intermédiaire entre les impôts dont nous venons de parler, et qui respectent par leur esprit l'état actuel des choses, et ceux qui suivent et qui pourraient porter atteinte à cet état de choses. En posant $p = 1$ et $y = 0$ dans les formules (4) et (14), il vient :

$$\frac{dx}{dy} = c \qquad\qquad R = c^2$$

La tangente de la courbe (fig. 7) à l'origine n'est plus l'axe des y, mais bien une droite qui coupe l'asymptote au point dont l'abscisse est égale à la valeur maximale c du revenu net. Pour de très petites valeurs du revenu x, le taux y croît donc proportionnellement à ce revenu. La concavité de la courbe est encore toujours tournée vers l'axe des x.

5) *p est plus petit que* 1, *mais n'est pas inférieur à* $^1/_2$; pour $y = 0$, on a :

$$\frac{dx}{dy} = \infty$$

ce qui fait qu'à l'origine, la courbe est tangente à l'axe des x (fig. 8); en ce point, son rayon de courbure est du reste fini. Près de l'origine, la courbe a donc nécessairement sa convexité tournée du côté de l'axe des x; mais, comme elle a une asymptote parallèle à cet axe, sa courbure doit changer une fois de sens, c'est-à-dire que la courbe doit avoir un point d'inflexion ; l'ordonnée de ce point est comprise entre 0 et 1 ; nous obtenons sa valeur en égalant à 0 le dénominateur de R dans la formule (14); nous obtenons ainsi :

$$y = \frac{p-1}{p-2} \tag{15}$$

Ce taux est compris entre 0 et $^1/_3$, ce qui veut dire qu'il n'est pas en dehors des limites de ceux qui se présentent dans la pratique. D'après la forme de la courbe, on reconnaît qu'à de petits revenus correspondent des taux d'impôts presque nuls; si le revenu atteint l'abscisse du point d'inflexion, le taux augmente très rapidement (le plus rapidement), puis cet accroissement se ralentit, comme toujours, à mesure que le revenu tend vers l'infini. Par l'existence du point d'inflexion, on voit s'accentuer le fait que le revenu net doit varier d'autant moins que l'impôt est plus progressif.

6) *p est plus petit que* $^1/_2$, *mais n'est pas infiniment petit.* — C'est, si l'on en excepte le cas extrême qui suit, le groupe d'impôt le plus progressif; on reconnaît qu'à l'origine la courbe (fig. 9) est non-seulement tangente à l'axe des x, mais que son rayon

de courbure est infiniment grand. L'autre point d'inflexion de la courbe a encore son ordonnée donnée par la formule (15), mais elle est ici comprise entre $^1/_3$ et $^1/_2$. Au reste, ce cas ne se distingue du précédent qu'en ce que l'idée socialiste qui y est renfermée est plus accentuée.

7) Enfin, nous pouvons, comme valeur limite, supposer que p soit égal à 0, ou plus exactement que p soit infiniment petit. Reprenons l'équation (4) et adaptons-la à notre cas en l'écrivant comme suit :

$$\frac{dx}{dy} = \frac{cp}{y^{1-p}(1-y)}$$

On reconnaît facilement dans cette formule que, si p est infiniment petit, le coefficient angulaire $\frac{dx}{dy}$ est toujours nul tant que y n'est pas égal à 0 ou à 1, auquel cas il devient infiniment grand, comme il est facile de s'en assurer. De là résulte que la courbe représentative a la forme brisée indiquée dans la fig. 10. Il est impossible d'imaginer un impôt plus progressif que ce dernier[1]; en effet, jusqu'à un certain revenu, le taux de l'impôt est toujours nul (plus exactement infiniment petit), et à partir de ce revenu, le taux devient égal à 1, ce qui signifie que l'impôt enlève tout le surplus du revenu. Nous pouvons encore exprimer cela autrement, et dire que, jusqu'à un certain revenu c, l'impôt est nul et le revenu net est égal au revenu brut, et que tous les revenus bruts supérieurs à c sont réduits par l'impôt au revenu net fixe c.

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré que des quantités positives. Il serait absurde de vouloir, dans un autre but que celui d'une étude mathématique pure, discuter les cas qui se présenteraient si les revenus x et c et le taux y devenaient négatifs. Par contre, si nous donnons à l'exposant de progressivité p une valeur négative, toutes les autres quantités qui se trouvent dans nos formules resteront positives, et nous trouverons de nouveaux systèmes d'impôt progressif dans lesquels le taux de l'impôt, au lieu de croître avec le revenu, ira au contraire en diminuant à mesure que ce dernier augmentera.

[1] Nous excluons le cas d'un impôt qui pourrait devenir négatif, c'est-à-dire, qui admettrait que l'Etat paie une contribution aux personnes dont le revenu serait inférieur à une certaine limite.

La formule (6), que nous avons établie en supposant que p était positif, subsiste pour le cas où p est un nombre négatif non entier; seulement, comme à $y=0$ ne correspond plus $x=0$, nous devons ajouter à la valeur de x une constante d'intégration x_0 qui reste indéterminée. Ainsi, la formule (6) devient, pour le cas où p est une quantité négative autre qu'un nombre entier :

$$x = x_0 + cp\left[\frac{y^p}{p} + \frac{y^{p+1}}{p+1} + \frac{y^{p+2}}{p+2} + \dots\right]$$

Pour le cas où p est un nombre entier négatif, on arrive aisément à la formule finie suivante :

$$x = x_0 + cp\left[\frac{y^p}{p} + \frac{y^{p+1}}{p+1} + \frac{y^{p+2}}{p+2} + \dots + \frac{y^{-1}}{-1} + \log y(1-y)\right]$$

Si, dans ces formules, nous faisons $y=0$ et $y=1$, nous trouvons $x=+\infty$ et $x=-\infty$; la courbe représentative aura donc cette fois pour asymptotes la direction positive de l'axe des x et la direction négative de la droite $y=1$ que nous avions déjà comme asymptote lorsque p était positif. Examinons brièvement les différentes formes que prend la courbe si l'on fait varier p de $-\infty$ à 0.

Si p est infiniment grand négatif, on se retrouve exactement dans le même cas que s'il est infiniment grand positif, et l'on a l'impôt proportionnel, qui est ainsi le lien entre nos deux grandes classes d'impôt progressif.

Si p est un nombre négatif quelconque qui ne soit ni infiniment grand, ni infiniment petit, la courbe représentative prend la forme indiquée dans la figure 11. L'impôt est inversement progressif; les petits revenus sont grevés de l'impôt le plus fort, tandis que les gros revenus paient plus que les petits, il est vrai, mais le taux de leur impôt va en diminuant à mesure qu'ils augmentent. La courbe représentative a un point d'inflexion qui sera ou ne sera pas dans sa partie utilisable, suivant la valeur que l'on aura attribuée à x_0.

Enfin, nous pouvons admettre que p est infiniment petit négatif. Nous traiterions ce cas exactement comme son correspondant, dans lequel p est infiniment petit positif, et nous trouverions pour la courbe représentative celle qui est indiquée dans la figure 12. Nous sommes en présence de l'impôt inversement progressif le plus accentué que l'on puisse se représenter, puisque les petits revenus reviendraient en entier au fisc, tandis que les grands seraient tous diminués de la même quantité.

L'impôt inversement progressif a existé et existe encore; il tend cependant à disparaître et n'aura jamais besoin de nos calculs, car, partout où il est établi, on a toujours soin de le masquer. Nous nous en tiendrons donc à la courte mention qui vient des cas dans lesquels p est négatif.

Si nous nous reportons aux sept groupes d'impôt que nous avons formés en faisant varier l'exposant de progressivité p de l'infini à zéro, nous voyons ces groupes se réunir d'eux-mêmes en trois classes bien distinctes, caractérisées par :

p plus grand que 1,
p égal à 1,
p plus petit que 1.

Dans ces groupes ou classes, quel système doit être choisi, quelle valeur devra de préférence être attribuée à p ? C'est là une question qui sort du cadre de ce mémoire, et que nous laisserons à de plus compétents le soin de trancher; nous nous bornerons à rappeler que, dans l'étude de cette question, il ne suffit pas de considérer l'impôt en lui-même, il faut encore et surtout tenir compte de la nature des impôts établis dans d'autres pays.

Calcul de l'impôt dans la pratique.

Passons maintenant au côté tout à fait pratique de la question. Supposons que la valeur maximale c du revenu net et l'exposant de progressivité p soient donnés, et examinons comment on devra procéder pour calculer l'impôt qu'un contribuable aura à payer sur un revenu brut quelconque x. Le moyen le plus direct serait naturellement de commencer par déterminer le taux y en résolvant l'équation (6), et de calculer ensuite l'impôt total u au moyen de l'équation (3). Ce procédé, qui n'est pas impraticable du tout comme exercice de calcul, doit être rejeté sans autre discussion, parce que le contribuable serait le plus souvent dans l'impossibilité de vérifier un tel calcul. Le meilleur moyen consisterait, à notre avis, dans l'établissement de tables donnant directement l'impôt à payer pour des revenus allant en augmentant de 10 fr. pour commencer, puis de 100 fr., de 1000 fr., etc., à mesure qu'ils deviendraient plus considérables. Une interpolation très simple permettrait de trouver l'impôt lui-même. Il suffirait de publier ces tables à un nombre suffisant d'exemplaires et de les mettre à la disposition du public. Le contribuable, s'il ne voulait pas se donner la peine de faire l'interpolation, pourrait toujours vérifier approximativement la valeur de l'impôt qu'il a à payer en reconnaissant cette valeur comme comprise entre deux impôts donnés par les tables; en outre, comme, le plus souvent, le revenu déclaré est un nombre entier de 10 fr. pour les petits revenus, un nombre entier de 100 fr. pour les revenus moyens, et un nombre entier de 1000 fr. pour les grands revenus, l'impôt se trouverait presque toujours donné directement par les tables; enfin, si un contribuable avait un revenu si considérable qu'il sortît des limites de la table, cette personne-là pourrait facilement faire contrôler à ses frais l'impôt qu'elle a à payer; on pourrait, du reste, pour de pareils revenus, employer le système des catégories auquel nous arrivons, système qui est commode à employer, mais qui est la source inévitable d'injustices.

Le système d'impôt progressif par catégories est le seul qui soit actuellement employé dans la pratique; c'est le plus rudimentaire, en même temps que le moins équitable. Les revenus sont classés en catégories d'après leur grandeur; à chaque catégorie correspond un taux particulier d'impôt, et l'impôt dont est grevé un certain revenu est naturellement calculé d'après les taux des diverses catégories auxquelles le revenu fait emprunt; ce système est du reste trop connu pour qu'il soit nécessaire de nous y arrêter; nous nous bornerons à remarquer qu'il pourrait être justifié, si le nombre des catégories était suffisamment grand, mais tel n'a malheureusement jamais été le cas jusqu'à présent.

Application aux impôts perçus actuellement par le canton de Vaud.

La Constitution vaudoise de 1884 établit l'impôt progressif par catégories pour les divers impôts perçus par l'Etat, et cela d'une manière qui rend impossible l'établissement d'un impôt progressif équitable, en ce sens que la Constitution fixe arbitrairement une limite inférieure et une limite supérieure du taux de l'impôt, tandis que nous avons vu que le taux doit varier de 0 à 1 (voir page 183). Malgré cela, nous avons cherché à adapter nos formules, autant que pouvait se faire, aux divers impôts actuellement perçus par le canton de Vaud.

En cherchant quelles valeurs nous devions attribuer dans les différents cas à c et à p pour que notre système d'impôt différât aussi peu que possible de celui adopté par la loi cantonale vaudoise, nous avons dû tenir compte du fait que l'impôt cantonal n'est pas le seul impôt dont soit grevé le revenu, tandis que u désigne naturellement dans nos formules le seul impôt qui puisse frapper le revenu x. Pour concilier ces faits, nous avons admis que l'impôt cantonal était exactement le tiers des impôts et contributions diverses auxquels le revenu est soumis de par les lois. Il est possible qu'en faisant cette supposition, nous nous écartions légèrement de la vérité; cela importe peu, car l'erreur produite de ce chef ne peut modifier considérablement nos résultats, qui, du reste, n'ont pas été calculés avec assez de soin pour pouvoir servir de base à une loi d'impôt.

Prenons, pour commencer, l'impôt sur le produit du travail. Nous n'avons pas à nous inquiéter des défalcations prévues par la loi pour charges de famille, puisque nous supposons toujours que la partie indispensable d'un revenu est déduite de ce revenu lorsqu'il s'agit de calculer l'impôt dont il est grevé. Nous n'avons donc qu'à chercher à déterminer c et p pour que l'impôt donné par nos formules se rapproche autant que possible de l'impôt calculé d'après la loi pour le plus grand nombre possible de revenus, principalement pour les revenus de grandeur moyenne. Afin d'établir plus complètement le parallélisme, nous avons cru devoir appliquer aussi les catégories à notre système; les taux de nos diverses catégories sont les mêmes que ceux de la loi vaudoise, avec la différence qu'ils n'ont pas de limite inférieure autre que 0 et pas de limite supérieure autre que leur limite naturelle; les limites des catégories, par contre, sont différentes.

Pour simplifier les calculs, nous avons modifié légèrement la loi vaudoise, en nous servant, pour le calcul de l'impôt cantonal sur le produit du travail, des taux indiqués dans le petit tableau ci-dessous. Les rapports de ces taux entre eux sont ceux fixés par la Constitution, et les taux eux-mêmes ne sont que très légèrement différents de ceux actuellement en vigueur, en sorte que nous pouvons sans inconvénient les prendre comme base de nos calculs. Comme nous admettons que l'impôt total est le triple de l'impôt cantonal, nous aurons les bases suivantes pour nos calculs :

Catégories	Limites supérieure et inférre du produit du travail pour les catégories	Taux de l'impôt cantonal	Taux de l'impôt total (triple de l'impôt cantonal)	Taux moyens de l'impôt total correspondants aux revenus de la 2e colonne
	Francs			
	0			
1		0,010	0,030	
2	1 250	0,015	0,045	0,0375
3	2 500	0,020	0,060	0,0525
4	5 000	0,025	0,075	0,0675
5	10 000	0,030	0,090	0,0825
6	20 000	0,035	0,105	0,0975
7	40 000	0,040	0,120	0,1125
	∞			

Afin de pouvoir établir la coïncidence d'un taux déterminé à un revenu déterminé, il est naturel — puisque les taux varient en progression arithmétique — de regarder le taux moyen des taux de deux catégories successives comme correspondant au revenu qui forme la limite commune de ces deux catégories. Ce sont les taux moyens qui sont indiqués dans la cinquième colonne de notre tableau.

L'impôt sur le produit du travail, tel qu'il existe actuellement chez nous, se trouve donc caractérisé par six revenus auxquels correspondent des taux donnés; nous devons donc chercher à déterminer c et p de manière à obtenir la meilleure coïncidence possible entre ces six revenus et les six revenus x correspondant aux mêmes taux que les premiers, mais obtenus en appliquant nos formules. Pour y arriver, nous avons donné à p successivement plusieurs valeurs et déterminé chaque fois c, de telle manière que la coïncidence se fasse pour les revenus de grandeur moyenne.

Une fois c et p trouvés, nous donnons à y les différentes valeurs renfermées dans la cinquième colonne du tableau ci-dessus, et nous calculons les valeurs correspondantes de x; nous obtenons ainsi les limites des catégories qui, dans les divers cas, doivent remplacer les catégories actuelles pour avoir notre système. Il va sans dire que la progression des valeurs de y doit se poursuivre dans les deux cas jusqu'à 0 et jusqu'à 1, si l'on veut prévoir tous les cas possibles.

Les valeurs que nous avons attribuées à l'exposant de progressivité p, et qui montrent assez bien en quoi se distinguent les divers systèmes d'impôt progressif susceptibles d'être déduits de nos formules, sont :

$$10 \qquad 3 \qquad 1 \qquad \frac{1}{2}$$

Les valeurs maximales c du produit net du travail (après déduction de l'impôt) sont pour ces quatre cas :

Francs : $264\,056 \times 10^{11}$ 19 234 400 72 382 8 383

Dans chaque cas, nous avons calculé, ainsi que nous venons de l'expliquer, les limites des diverses catégories, limites que nous avons ensuite arrondies, ce qui nous a amené à établir le tableau ci-dessous. Dans la colonne intitulée *taux*, se trouvent, pour les diverses catégories, le taux de l'impôt cantonal (voir page 201), soit, d'après notre hypothèse, le tiers de l'impôt total.

Catégories	Taux	Limites supérieure et inférieure pour les catégories.			
		$p = 10$	$p = 3$	$p = 1$	$p = \frac{1}{2}$
		Francs	Francs	Francs	Francs
		0	0	0	0
1	0,000	0	0	550	1 460
2	0,005	0	200	1 650	2 530
3	0,010	150	1 000	2 750	3 290
4	0,015	4 400	3 000	3 900	3 910
5	0,020	55 200	6 000	5 050	4 460
6	0,025	417 000	12 000	6 200	4 960
7	0,030	2 250 000	20 000	7 400	5 420
8	0,035	9 550 000	30 000	8 600	5 850
9	0,040	33 900 000	45 000	9 850	6 260
10	0,045	etc., jusqu'à l'infini, comme limite supérieure de la 68e catégorie.	60 000	11 100	6 660
11	0,050		85 000	12 400	7 040
12	0,055		115 000	13 700	7 410
13	0,060		150 000	15 000	7 770
14	0,065		190 000	16 400	8 130
15	0,070		230 000	17 800	8 470
16	0,075		290 000	19 200	8 810
17	0,080		360 000	20 600	9 150
18	0,085		430 000	22 000	9 490
19	0,090		500 000	23 500	9 820
20	0,095		600 000	25 000	10 100
21	0,100		700 000	26 600	10 500

Catégories	Taux	Limites supérieure et inférieure pour les catégories.			
		$p = 10$	$p = 3$	$p = 1$	$p = \frac{1}{2}$
			Francs	Francs	Francs
			700 000	26 600	10 500
22	0,105		850 000	28 200	10 800
23	0,110		1 000 000	29 800	11 150
24	0,115		1 150 000	31 500	11 500
25	0,120		1 300 000	33 200	11 800
26	0,125		1 500 000	34 900	12 100
27	0,130		1 700 000	36 700	12 400
28	0,135		2 000 000	38 500	12 800
29	0,140		2 200 000	40 400	13 100
30	0,145		2 500 000	42 300	13 500
31	0,150		2 800 000	44 300	13 800
32	0,155		3 200 000	46 300	14 100
33	0,160		3 600 000	48 400	14 500
34	0,165		4 000 000	50 500	14 800
35	0,170		4 400 000	52 700	15 200
36	0,175		4 900 000	55 000	15 600
37	0,180		5 500 000	57 400	15 900
38	0,185		6 100 000	59 800	16 300
39	0,190		etc.,	62 400	16 700
40	0,195		jusqu'à l'infini,	65 000	17 100
41	0,200		comme limite	67 700	17 500
42	0,205		supérieure de la	70 500	17 900
43	0,210		68e catégorie.	73 400	18 300
44	0,215			76 500	18 800
45	0,220			79 700	19 200
46	0,225			83 000	19 700
47	0,230			86 500	20 200
48	0,235			90 200	20 700
49	0,240			94 100	21 200
50	0,245			98 200	21 800
51	0,250			102 500	22 400
52	0,255			107 000	23 000
53	0,260			112 000	23 600
54	0,265			117 000	24 300
55	0,270			123 000	25 100
56	0,275			129 000	25 900
57	0,280			136 000	26 700
58	0,285			144 000	27 700
59	0,290			152 000	28 700
60	0,295			161 000	29 900
61	0,300			172 000	31 200
62	0,305			185 000	32 700
63	0,310			201 000	34 600
64	0,315			221 000	37 000
65	0,320			248 000	40 200
66	0,325			293 000	45 500
67	0,330			434 000	61 800
68	$^{799}/_{2400} = 0,332\,9166$			∞	∞

Ce tableau nous montre qu'en faisant varier le taux de telle manière que le taux d'une catégorie surpasse toujours de 0.005 celui de la catégorie précédente, nous sommes obligés d'admettre, quelle que soit la progressivité de l'impôt, 68 catégories; mais il ne se présenterait guère des produits du travail rentrant dans ces 68 catégories, que si p était égal à $^1/_2$ ou tout au plus égal à 1; aussi, nous a-t-il paru superflu de compléter le tableau dans les deux autres colonnes.

On ne se rend bien compte de la progressivité des divers systèmes d'impôt qu'en comparant les impôts perçus dans les divers systèmes sur le même revenu; ici, sur le même produit du travail. C'est pour cela que nous avons dressé le tableau suivant, calculé d'après les catégories contenues dans le premier tableau :

Produit annuel du travail	Impôt cantonal actuel, d'après les taux arrondis de la page 22	Impôts perçus dans les systèmes où			
		$p = 10$	$p = 3$	$p = 1$	$p = \frac{1}{2}$
Francs	Francs	Francs	Francs	Francs	Francs
50	0,50	0,50	0,25	0	0
70	0,70	0,70	0,35	0	0
100	1	1	0,50	0	0
150	1,50	1,50	0,75	0	0
200	2	2,25	1	0	0
300	3	3,75	2	0	0
500	5	6,75	4	0	0
700	7	9,75	6	0,75	0
1 000	10	14,25	9	2,25	0
1 500	16,25	21,75	16,50	4,75	0,20
2 000	23,75	29,25	24	9	2,70
3 000	41,25	44,25	39	20,25	10,05
5 000	81,25	77,25	79	55,75	46,95
7 000	131,25	117,25	124	109,50	126,70
10 000	206,25	177,25	199	220,25	346,25
15 000	356,25	277,25	339	484,25	1 011,25
20 000	506,25	377,25	489	842,25	2 020,25
30 000	856,25	577,25	839	1 813,75	4 714,25
50 000	1 606,25	977,25	1 664	4 631,25	10 980,25
70 000	2 406,25	1 451,25	2 614	8 378,75	17 604,17
100 000	3 606,25	2 201,25	4 189	15 268,25	27 591,67

De ce dernier tableau, ressort immédiatement qu'en faisant dans nos formules $p = 3$, on obtient un système qui se rapproche beaucoup du système existant. Si l'on compare ces deux systèmes d'impôt progressif, on voit que, d'après celui qui ressort de l'application de nos formules, les produits annuels du travail jusqu'à 1000 fr. environ paieraient un peu moins d'impôt que ce n'est le cas actuellement, ceux de 1000 à 2000 fr. paieraient fr. 0.25 de plus, ceux compris entre 2000 fr. et 30 000 fr. environ paieraient moins; enfin, tout produit du travail de 40 000 fr. et au-dessus paierait davantage et la différence irait en s'accentuant toujours plus à mesure qu'il s'agirait de revenus plus considérables. Il n'y a donc de différences essentielles que pour des produits du travail très élevés, et, pour ceux-là, nous pouvons dire que le système empirique actuellement en vigueur chez nous n'est pas assez progressif relativement aux produits annuels du travail, qui atteignent un chiffre moins élevé. Ce résultat serait à lui seul sans importance pratique, vu le peu de personnes auxquelles leur travail rapporte 40 000 fr. par an, si cette même anomalie ne se retrouvait pour les rentes et usufruits, et surtout pour les capitaux, comme nous le verrons plus loin.

Après avoir étudié avec autant de détails que nous venons de le faire l'impôt sur le produit du travail, nous aurons le droit d'être plus bref à l'égard des autres impôts; nous pourrons nous dispenser de donner à p diverses valeurs et d'établir la comparaison entre les divers systèmes d'impôts pouvant être déduits de nos formules. Nous nous contenterons d'établir la comparaison entre le système existant et celui résultant de nos calculs, qui nous a paru s'en rapprocher le plus.

L'impôt cantonal sur les rentes et usufruits ne diffère de l'impôt sur le produit du travail qu'en ce que le taux en est doublé; en passant d'une catégorie à l'autre, il n'augmente donc plus de 0.005, mais bien de 0.010. Différentes raisons nous ont cependant engagé à garder pour nos catégories les mêmes taux que précédemment et nous n'avons donc fait que changer les limites des catégories. En faisant

$$p = 3 \qquad\qquad c = 2\,144\,340 \text{ fr.}$$

nous sommes arrivé aux catégories suivantes:

Catégories	Taux	Limites supérieure et inférieure du revenu pour les catégories	Catégories	Taux	Limites supérieure et inférieure du revenu pour les catégories
		Francs			Francs
		0			
1	0,000	0	35	0,170	445 000
2	0,005	0	36	0,175	495 000
3	0,010	100	37	0,180	550 000
4	0,015	300	38	0,185	610 000
5	0,020	700	39	0,190	680 000
6	0,025	1 300	40	0,195	755 000
7	0,030	2 100	41	0,200	835 000
8	0,035	3 300	42	0,205	920 000
9	0,040	5 000	43	0,210	etc.
10	0,045	7 000	44	0,215	jusqu'à l'infini,
11	0,050	9 500	45	0,220	comme limite su-
12	0,055	12 500	46	0,225	périeure
13	0,060	16 500	47	0,230	de la 68e catégorie.
14	0,065	21 000	48	0,235	
15	0,070	26 000	49	0,240	
16	0,075	32 000	50	0,245	
17	0,080	40 000	51	0,250	
18	0,085	48 000	52	0,255	
19	0,090	57 000	53	0,260	
20	0,095	67 000	54	0,265	
21	0,100	79 000	55	0,270	
22	0,105	94 000	56	0,275	
23	0,110	111 000	57	0,280	
24	0,115	127 000	58	0,285	
25	0,120	146 000	59	0,290	
26	0,125	168 000	60	0,295	
27	0,130	192 000	61	0,300	
28	0,135	220 000	62	0,305	
29	0,140	250 000	63	0,310	
30	0,145	280 000	64	0,315	
31	0,150	315 000	65	0,320	
32	0,155	355 000	66	0,325	
33	0,160	400 000	67	0,330	
34	0,165	445 000	68	$^{799}/_{2400} = 0{,}3329166$	

A l'aide de ce tableau, il nous est facile de calculer pour autant de rentes que nous voudrons quel est l'impôt dont elles seront grevées. Nous avons fait ce calcul pour les mêmes revenus que lorsqu'il s'agissait du produit du travail et nous avons mis en regard des résultats obtenus les valeurs des impôts que le contribuable a à payer d'après la loi actuelle (voir page 205).

Rente ou usufruit	Impôt cantonal actuel, d'après les taux arrondis	Impôts perçus dans le système où $p=3$	Rente ou usufruit	Impôt cantonal actuel, d'après les taux arrondis	Impôt perçu dans le système où $p=3$
Francs	Francs	Francs	Francs	Francs	Francs
30	0,60	0,30	7 000	262,50	251
50	1	0,50	10 000	412,50	403,50
70	1,40	0,70	15 000	712,50	691
100	2	1	20 000	1 012,50	1 008,50
150	3	1,75	30 000	1 712,50	1 723,50
200	4	2,50	50 000	3 212,50	3 373,50
300	6	4	70 000	4 812,50	5 253,50
500	10	8	100 000	7 212,50	8 388,50
700	14	12	150 000	11 212,50	14 213,50
1 000	20	19,50	200 000	15 212,50	20 663,50
1 500	32,50	33	300 000	23 212,50	34 913,50
2 000	47,50	48	500 000	39 212,50	67 363,50
3 000	82,50	82,50	700 000	55 212,50	103 663,50
5 000	162,50	161	1 000 000	79 212,50	163 113,50

De ce tableau découlent des conclusions identiques à celles qui se présentaient déjà au sujet du produit du travail ; les impôts élevés dont seraient grevés les grands revenus apparaissent encore mieux dans ce dernier tableau, qui a été poussé jusqu'à la rente 1 000 000 fr., nombre qui ne sera jamais atteint.

Il nous reste encore à nous occuper de deux impôts cantonaux, de ceux qui passionnent le plus les esprits : l'impôt sur la fortune mobilière proprement dite et l'impôt sur la fortune immobilière, appelé communément impôt foncier. La Constitution vaudoise ayant admis que ces impôts doivent être prélevés sur la fortune elle-même, sur le capital, nous sommes obligé, pour pouvoir leur appliquer nos formules, de remplacer chaque fois le capital par le revenu moyen qu'il est sensé devoir produire dans les circonstances du jour, lorsqu'il est réellement utilisé.

Nous croyons ne pas nous écarter beaucoup de la vérité en admettant que les capitaux constituant la fortune mobilière rapportent actuellement le 3.6 °/₀ si leur placement doit être sûr ; nous sommes peut-être de 1 ou 2 °/₀₀ en dessous de la vérité, mais cette petite différence ne peut causer une grande erreur dans les résultats ; le fait que le nombre 3.6 simplifiait beaucoup nos calculs nous a engagé à l'adopter sans autre recherche.

Dans le tableau ci-après, nous avons indiqué les diverses catégories de l'impôt cantonal sur la fortune mobilière proprement dite, telles qu'elles ont été fixées par la loi ; nous avons indiqué également les taux (en fraction du capital) de l'impôt cantonal et de l'impôt total[1] correspondant à ces catégories et nous avons pu ajouter à cela les taux d'impôt en fraction du revenu calculé comme nous venons de l'indiquer. Enfin, nous avons donné comme pour le produit du travail les taux moyens d'impôts correspondant aux limites des diverses catégories.

Catégories.	Limites supérieure et inférieure du capital pour les catégories	Taux de l'impôt cantonal en fraction du capital	Taux de l'impôt total (triple de l'impôt cantonal) en fraction du capital	Taux de l'impôt total en fraction du revenu	Taux moyen (en fractien du revenu) correspondant aux capitaux de la 2e colonne.
	Francs				
1	0	0,0012	0,0036	0,10	
					0,125
2	25 000	0,0018	0,0054	0,15	
					0,175
3	50 000	0,0024	0,0072	0,20	
					0,225
4	100 000	0,0030	0,0090	0,25	
					0,275
5	200 000	0,0036	0,0108	0,30	
					0,325
6	400 000	0,0042	0,0126	0,35	
					0,375
7	800 000	0,0048	0,0144	0,40	
	∞				

Comme pour le produit du travail, nous appliquons nos formules en fixant d'abord p et c et en calculant les revenus correspondant à la série des taux de la dernière colonne, série qui naturellement doit être prolongée dans les deux sens. Une fois que l'on a la série des revenus, on a immédiatement celle des capitaux, puisque nous admettons que le capital rapporte 3.6 %. Ici encore, la valeur

$$p = 3$$

nous a réussi, et nous avons dû faire

$$c = 300\,000 \text{ francs.}$$

Avec ces quelques données, il nous a été facile de former le tableau suivant des 20 catégories, qui, en application de nos formules, devraient remplacer les catégories actuelles.

[1] Nous regardons toujours l'impôt cantonal comme étant égal au tiers de la somme des impôts que le contribuable a à payer.

Catégories	Taux de l'impôt en fraction du capital	Limites supérieure et inférieure des capitaux pour les catégories	Catégories	Taux de l'impôt en fraction du capital	Limites supérieure et inférieure des capitaux pour les catégories
		Francs			Francs
		0			2 000 000
1	0,0006	3 700	11	0,0066	2 900 000
2	0,0012	18 000	12	0,0072	4 000 000
3	0,0018	49 000	13	0,0078	5 500 000
4	0,0024	115 000	14	0,0084	7 600 000
5	0,0030	220 000	15	0,0090	10 000 000
6	0,0036	380 000	16	0,0096	14 400 000
7	0,0042	620 000	17	0,0102	20 500 000
8	0,0048	950 000	18	0,0108	31 000 000
9	0,0054	1 400 000	19	0,0114	56 000 000
10	0,0060	2 000 000	20	0,0120	∞

Comme pour les autres impôts, nous avons cru bon de calculer les impôts qui devraient être prélevés sur des capitaux formant une série aussi complète que possible et de les mettre en regard des impôts qui sont actuellement prélevés sur ces mêmes capitaux. Les résultats de ces calculs se trouvent renfermés dans le tableau suivant :

Capital	Impôt cantonal actuel	Impôt perçu dans le système où $p=3$	Capital	Impôt cantonal actuel	Impôt perçu dans le système où $p=3$
Francs	Francs	Francs	Francs	Francs	Francs
300	0,36	0,18	200 000	495	488,58
500	0,60	0,30	300 000	855	836,58
700	0,84	0,42	500 000	1 635	1 628,58
1 000	1,20	0,60	700 000	2 475	2 516,58
1 500	1,80	0,90	1 000 000	3 855	3 986,58
2 000	2,40	1,20	1 500 000	6 255	6 746,58
3 000	3,60	1,80	2 000 000	8 655	9 746,58
5 000	6	3,78	3 000 000	13 455	16 406,58
7 000	8,40	6,18	5 000 000	23 055	31 406,58
10 000	12	9,78	7 000 000	32 655	47 906,58
15 000	18	15,78	10 000 000	47 055	74 546,58
20 000	24	22,98	15 000 000	71 055	122 906,58
30 000	39	40,98	20 000 000	95 055	173 906,58
50 000	75	77,58	30 000 000	143 055	281 606,58
70 000	123	125,58	50 000 000	239 055	509 006,58
100 000	195	197,58	70 000 000	335 055	745 406,58
150 000	345	338,58	100 000 000	479 055	1 105 406,58

Nous retrouvons encore dans ce tableau des différences analogues à celles que nous avons déjà constatées dans les tableaux précédents. D'après nos formules, les capitaux inférieurs à 25 000 fr. environ payeraient moins d'impôt, ceux de 25 000 fr. à 120 000 fr. environ payeraient un peu plus, ceux de 120 000 fr. à 600 000 fr. de nouveau moins, et enfin à partir de cette dernière valeur, l'impôt serait plus considérable et la différence serait d'autant plus grande que le capital serait plus élevé ; ce n'est toutefois qu'à partir de 2 000 000 fr. qu'elle se ferait sérieusement sentir ; l'impôt serait double de ce qu'il est maintenant pour un capital de 35 à 40 millions.

Un impôt nous reste encore à étudier : l'impôt immobilier ou impôt foncier. Il est à prévoir que l'application de nos formules nous conduira à des résultats essentiellement différents de ceux que nous avons obtenus jusqu'à présent, car la Constitution vaudoise voulant protéger l'agriculture, établit pour l'impôt foncier des catégories n'ayant aucun rapport avec celles des divers impôts mobiliers. Mais avant tout, nous devons adopter un rendement moyen des immeubles du canton de Vaud. Il y a quelques années, on pouvait dire que les immeubles rapportaient un intérêt sensiblement moins élevé que les capitaux proprement dits ; mais le produit des immeubles restant stationnaire, tandis que le prix de vente moyen subissait une sensible diminution (principalement causée par l'approche du phylloxera), il en est résulté que le rendement des immeubles s'est notablement accru comparativement à celui des autres capitaux, et nous croyons ne pas nous tromper de beaucoup en l'évaluant à 3 °/₀ ; ici encore, nous remarquerons qu'une différence de un ou deux pour mille ne changerait que peu aux résultats de nos calculs.

Le rendement des immeubles étant admis égal à 3 °/₀, nous pouvons indiquer comme suit les catégories de l'impôt foncier cantonal et leurs taux respectifs :

Catégories	Limites supérieure et inférieure de la fortune immobilière pour les catégories de l'impôt cantonal	Taux de l'impôt cantonal en fraction du capital	Taux de l'impôt total (triple de l'impôt cantonal) en fraction du capital	Taux de l'impôt total en fraction du revenu
	Francs			
	0			
1	25 000	0,0010	0,0030	0,10
2	100 000	0,0015	0,0045	0,15
3	∞	0,0020	0,0060	0,20

Ici, pour appliquer nos formules, nous ne pouvions plus procéder comme nous l'avons fait en prenant des taux moyens et en établissant la correspondance pour ces taux. Le tâtonnement a été notre méthode la plus efficace et nous sommes assez facilement arrivé à reconnaître que nos formules donnaient de bons résultats comparatifs en faisant :

$$p = 3 \qquad\qquad c = 20\,000\,000 \text{ francs.}$$

Pour former des catégories, nous avons pris la série des taux de l'impôt cantonal 0.0010, 0.0015, 0.0020 en la continuant dans les deux sens ; en triplant ces taux, nous avons obtenu les taux de l'impôt total pour les diverses catégories ; enfin, les moyennes de ces derniers taux étaient les valeurs de y qui, introduites dans nos formules, nous ont donné les limites x des catégories. Le calcul se fait, au reste, toujours de la même manière et nous a fourni pour l'impôt foncier les vingt catégories suivantes :

Catégories	Taux de l'impôt en fraction de la fortune immobilière	Limites supérieure et inférre des fortunes immobilières pr les catégories	Catégories	Taux de l'impôt en fraction de la fortune immobilière	Limites supérieure et inférieure des fortunes immobilières pour les catégories
		Francs			Francs
		0			48 000 000
1	0,0005	1 700	11	0,0055	82 000 000
2	0,0010	22 700	12	0,0060	137 000 000
3	0,0015	128 000	13	0,0065	222 000 000
4	0,0020	474 000	14	0,0070	357 000 000
5	0,0025	1 360 000	15	0,0075	570 000 000
6	0,0030	3 300 000	16	0,0080	916 000 000
7	0,0035	7 200 000	17	0,0085	1 500 000 000
8	0,0040	14 000 000	18	0,0090	2 900 000 000
9	0,0045	27 000 000	19	0,0095	5 680 000 000
10	0,0050	48 000 000	20	0,0100	∞

Nous aurons terminé l'application de nos formules aux impôts perçus par le canton de Vaud, lorsque nous aurons montré quelles relations existent entre les impôts perçus d'après la loi actuelle sur une série de fortunes immobilières, et les impôts calculés sur ces mêmes fortunes d'après les catégories que nous venons d'indiquer. Voici ces impôts :

Fortune immobilière	Impôt cantonal actuel	Impôt dans le système où $p=3$	Fortune immobilière	Impôt cantonal actuel	Impôt dans le système où $p=3$
Francs	Francs	Francs	Francs	Francs	Francs
300	0,30	0,15	200 000	337,50	323,80
500	0,50	0,25	300 000	537,50	523,80
700	0,70	0,35	500 000	937,50	936,80
1 000	1	0,50	700 000	1 337,50	1 436,80
1 500	1,50	0,75	1 000 000	1 937,50	2 186,80
2 000	2	1,15	1 500 000	2 937,50	3 506,80
3 000	3	2,15	2 000 000	3 937,50	5 006,80
5 000	5	4,15	3 000 000	5 937,50	8 006,80
7 000	7	6,15	5 000 000	9 937,50	14 856,80
10 000	10	9,15	7 000 000	13 937,50	21 856,80
15 000	15	14,15	10 000 000	19 937,50	33 756,80
20 000	20	19,15	15 000 000	29 937,50	54 256,80
30 000	32,50	32,80	20 000 000	39 937,50	76 756,80
50 000	62,50	62,80	30 000 000	59 937,50	123 256,80
70 000	92,50	92,80	50 000 000	99 937,50	224 256,80
100 000	137,50	137,80	70 000 000	139 937,50	334 256,80
150 000	237,50	223,80	100 000 000	199 937,50	508 256,80

Nous pourrions faire au sujet de ce dernier tableau exactement les mêmes remarques que nous avons déjà faites pour les trois autres tableaux similaires. Nous ne ferions absolument que nous répéter.

Comme conclusion, dirons-nous que nous proposons de remplacer les catégories actuelles par celles que nous avons établies? Point du tout, et cela pour deux raisons :

La première, nous l'avons déjà mentionnée au cours de cet opuscule. Nous regardons les catégories comme une source d'injustices et nous voudrions les voir remplacées par une table donnant directement la valeur des impôts perçus sur les divers revenus ; tout au moins, voudrions-nous que le nombre des catégories fût considérablement augmenté et que celles-ci fussent appliquées à toutes les fortunes, sans limites.

La seconde raison qui nous interdit de préconiser les catégories que nous venons d'indiquer, est encore plus importante que la première ; un exemple, mieux que toute explication, fera immédiatement comprendre de quoi nous voulons parler. Prenons un contribuable vaudois qui possède une fortune de 100 000 fr.

et supposons d'abord qu'il la place en entier sur des immeubles; il aura à payer comme impôt cantonal 137 fr. 50. S'il place seulement 75 000 fr. sur des immeubles et garde 25 000 fr. comme fortune mobilière, il payera 130 fr., soit 7 fr. 50 de moins, ce qui est contraire à l'esprit de la constitution qui a voulu favoriser les propriétaires d'immeubles. Si ce même contribuable place la moitié de sa fortune sur des immeubles et garde l'autre moitié comme fortune mobilière, il payera de nouveau 137 fr. 50. Enfin, s'il avait gardé le tout comme fortune mobilière, il aurait eu à payer 195 fr. Il y a là évidemment une injustice. Nous comprenons fort bien que l'on veuille favoriser les propriétaires d'immeubles, mais, ce que nous ne comprenons pas, c'est que l'on favorise tout spécialement celui qui place les trois quarts de sa fortune sur des immeubles, tandis que l'on met sur le même pied moins favorisé celui qui a placé toute sa fortune sur des immeubles et celui qui en a fait deux parts égales, en réservant un impôt beaucoup plus élevé pour celui qui garde sa fortune entière comme fortune mobilière. On ne doit naturellement pas chercher la source de cette anomalie dans les catégories de l'impôt, mais bien dans le fait que, lorsqu'il s'agit de calculer l'impôt, la fortune du contribuable est partagée en plusieurs parts qui sont séparément soumises à l'impôt progressif, comme si elles appartenaient à des personnes différentes. Nous ne voyons qu'un seul moyen de remédier à ces inégalités, c'est de former le revenu total imposable du contribuable et de soumettre ce revenu total à un seul impôt progressif. Voici, par exemple, comment l'on pourrait procéder :

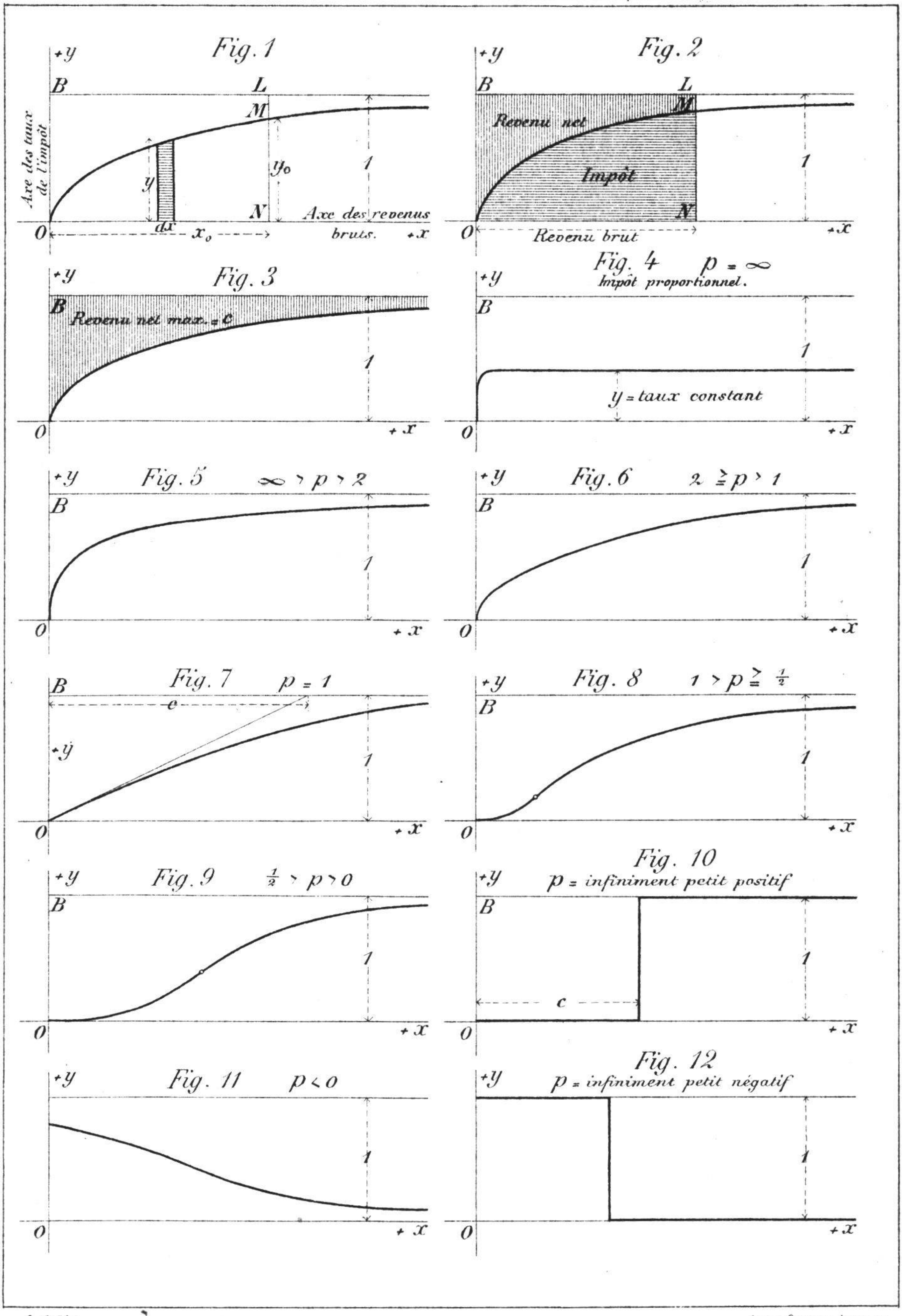
Le revenu total imposable d'un contribuable serait formé au moyen des éléments suivants :

1° Les rentes et usufruits ;

2° Une certaine partie, la moitié par exemple du produit du travail, l'autre moitié devant être utilisée pour le travail lui-même et pour constituer une épargne ;

3° Le revenu entier de la fortune mobilière, ce revenu calculé à un taux qui devrait être fixé à nouveau chaque année (mais qui ne changerait pas nécessairement toutes les années) ;

4° Une certaine portion ($^2/_3$, $^3/_4$) du revenu des immeubles calculé également d'après un taux déterminé ; la portion de ce revenu non soumise à l'impôt serait considérée comme devant servir à l'amélioration des immeubles et des cultures.



A. Odin.

Lith. J. Chappuis, Lausanne

Ces quatre revenus étant additionnés, on en déduirait une certaine somme pour charges de famille et l'on obtiendrait le revenu imposable total.

Le revenu imposable total serait soumis directement à un seul impôt progressif; celui-ci pourrait — si l'on voulait se rapprocher autant que possible de l'impôt cantonal actuel — être établi d'après nos formules en faisant $p = 4$. Si l'on voulait garder le système des catégories, on pourrait sans inconvénient les rapprocher et en augmenter sensiblement le nombre, puisque dans le calcul des impôts à payer, ces catégories ne seraient utilisées qu'une seule fois pour chaque contribuable et non pas deux ou trois fois, comme c'est presque toujours le cas maintenant.

Pour terminer, il ne nous reste qu'à souhaiter que chacun envisage notre petit travail comme nous l'avons fait nous-même, c'est-à-dire sans parti pris. Nos calculs se prêtent aussi bien à l'étude de l'impôt le plus progressif possible que de celui qui diffère très peu de l'impôt proportionnel, et, en les appliquant toujours aux impôts déjà existants, nous ne nous sommes pas inquiété de savoir si ces impôts étaient trop ou trop peu progressifs, cette question ne rentrant, du reste, pas dans le cadre de cet opuscule. Puisse ce travail jeter quelque jour sur la question toujours plus épineuse de l'impôt.