Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles

Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles

Band: 25 (1889-1890)

Heft: 101

Titelseiten

Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles.
Vol. XXV. N° 101. 1890.

FONCTIONS ABÉLIENNES DU GENRE 3

UN CAS PARTICULIER (SUITE)

PAR
H. AMSTEIN

Le problème de Jacobi.

L'existence de la relation

$$s^4 + z^4 - 1 = 0$$

entre les variables s et z entraîne celle des trois intégrales abéliennes de première espèce (comp. le n° 99 de ce bulletin, p. 9),

$$w_1 = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt[4]{(1-z^4)^3}}, \quad w_2 = \int_0^z \frac{z\,dz}{\sqrt[4]{(1-z^4)^3}}, \quad w_3 = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{1-z^4}},$$

dont la limite inférieure 0 est censée être dans la première nappe de la surface de Riemann T'. L'intégrale w_3 est elliptique et l'on a vu (n° 99, p. 43 et suiv.) qu'il est possible de ramener aussi w_1 et w_2 à des intégrales de même nature. En effet, la substitution

$$\zeta = e^{\frac{\pi i}{4}} \frac{z}{s}, \text{ ou } z = e^{-\frac{\pi i}{4}} \frac{\zeta}{\sqrt[4]{1-\zeta^4}}, \quad s = \frac{1}{\sqrt[4]{1-\zeta^4}}$$

transforme w_1 en

$$w_1 = e^{-\frac{\pi i}{4}} \int_0^\zeta \frac{d\zeta}{\sqrt{1-\zeta^4}}$$

et la substitution

$$s = \sqrt[4]{1-z^4} \quad \text{ou} \quad z = \sqrt[4]{1-s^4}$$

amène pour w_2 la forme

$$w_2 = -\int_1^s \frac{ds}{\sqrt{1-s^4}} = \int_0^1 \frac{ds}{\sqrt{1-s^4}} - \int_0^s \frac{ds}{\sqrt{1-s^4}} = \mathrm{K}_2 - \int_0^s \frac{ds}{\sqrt{1-s^4}},$$