

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Herausgeber:** Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Band:** 22 (1886)  
**Heft:** 94

**Artikel:** Recherches expérimentales sur la capacité inductive spécifique de quelques diélectriques  
**Autor:** Palaz, Adrien  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-260949>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

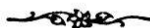
RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

SUR LA

Capacité inductive spécifique de quelques diélectriques<sup>1</sup>

PAR

Adrien PALAZ



INTRODUCTION

La mesure de la capacité inductive spécifique des diélectriques a déjà fait l'objet d'un grand nombre de travaux, sans qu'on soit pour cela arrivé à des valeurs concordantes qu'on puisse envisager comme définitives. Quelques diélectriques liquides, en particulier, ont été étudiés à plusieurs reprises, à l'aide de diverses méthodes; mais les résultats obtenus diffèrent aussi considérablement entre eux. C'est pourquoi il m'a paru intéressant de déterminer de nouveau la capacité inductive spécifique de quelques liquides, à l'aide d'une méthode n'ayant pas encore, à ma connaissance, servi à des mesures de ce genre. Cette méthode, permettant de reconnaître avec facilité des variations de capacité très faibles, était tout indiquée pour étudier l'influence de la température sur le pouvoir inductif spécifique. C'est ce qui a été fait et les résultats obtenus constatent cette influence et démontrent que la capacité inductive des liquides étudiés augmente lorsque la température diminue.

Il s'agissait en outre de vérifier la relation que Maxwell a déduite de sa théorie électro-magnétique de la lumière entre la

<sup>1</sup> Les recherches qui font l'objet de ce travail ont été effectuées au laboratoire de physique de l'Ecole polytechnique fédérale, à Zurich, pendant l'année 1884-1885, à l'instigation et sous la haute surveillance de M. le professeur H.-F. Weber. Je saisis avec empressement cette occasion de lui exprimer toute ma reconnaissance pour l'intérêt bienveillant qu'il n'a cessé de me témoigner pendant le cours de mes études.

constante diélectrique<sup>1</sup> et l'indice de réfraction d'une même substance. Dans ce but j'ai déterminé l'indice de réfraction, pour les raies principales du spectre, de tous les liquides soumis à mes recherches.

Profitant des dispositions expérimentales employées dans les mesures indiquées ci-dessus, j'ai recherché si la constante diélectrique des isolants varie lorsqu'ils sont soumis à une force magnétique intense. Dans les limites de l'exactitude atteinte, c'est-à-dire à 0,0005 près, il a été impossible de constater une influence de l'action magnétique sur la capacité inductive spécifique des quatre diélectriques étudiés relativement à ce point, savoir de la paraffine, de l'ébonite, de la colophane et du soufre.

## HISTORIQUE

### I

*Cavendish*<sup>2</sup> remarqua le premier l'influence du milieu isolant sur la capacité d'un condensateur; ses recherches, restées inconnues jusqu'à leur publication en 1879 par Maxwell, n'eurent donc aucune influence sur celles de ses successeurs dans ce domaine.

*Faraday*<sup>3</sup>, en 1837, découvrit et étudia les variations de la capacité d'un condensateur avec la diversité de la couche isolante. Le condensateur qu'il employait était formé de deux sphères concentriques dont l'espace libre était occupé par la substance à étudier; il détermina ainsi la capacité inductive spécifique de la paraffine, de la gomme-laque, du verre et du soufre.

*Belli*<sup>4</sup>, *Harris*<sup>5</sup>, *Matteucci*<sup>6</sup>, *W. Siemens*<sup>7</sup>, *Rossetti*<sup>8</sup>, effec-

<sup>1</sup> Afin de faciliter le langage, j'ai employé, dans le cours de ce travail, indifféremment les expressions *capacité inductive spécifique*, *pouvoir inductif spécifique* usitées surtout en Angleterre et en France, et l'expression *constante diélectrique* en usage surtout en Allemagne.

<sup>2</sup> *Cavendish*. The electrical researches of the hon Henry Cavendish; écrit en 1771-1779.

<sup>3</sup> *Faraday*. Experimental researches. Série 11.

<sup>4</sup> *Belli*. Corso elementare di fisica sperimentale, vol. III, p. 239.

<sup>5</sup> *Harris*. Philosophical Transactions, vol. 132.

<sup>6</sup> *Matteucci*. Comptes-rendus, vol. 48. 1859. Ann. de chim. et de phys. 3<sup>e</sup> série, vol. XXVII. 1849. — Vol. LVII. 1859.

<sup>7</sup> *Werner Siemens*. Poggendorf Annalen, vol 102. 1857.

<sup>8</sup> *Rossetti*. Il nuovo cimento. 2<sup>e</sup> série, vol. X. 1873.

tuèrent aussi un grand nombre de mesures portant sur les diélectriques solides les plus usités. Belli trouva que la capacité de son condensateur ne variait pas avec le degré de raréfaction de la couche d'air isolante, ni avec l'intensité de la charge. Harris essaya de déterminer la capacité inductive de quelques liquides, mais sans aucun succès.

*Boltzmann*<sup>1</sup> mesura avec un électromètre de Thomson la capacité d'un condensateur à disques de Kohlrausch, l'espace entre les disques étant occupé par la substance à étudier, mise sous la forme de disque à faces bien planes et parallèles; une seconde série de mesures fut faite en observant l'attraction de deux sphères du diélectrique chargées au même potentiel. Ces deux procédés donnèrent des valeurs concordantes pour la capacité inductive spécifique.

A l'aide d'une méthode reposant sur l'emploi d'une balance de torsion et de cubes de la substance à étudier influencés par une petite boule métallique chargée à un potentiel déterminé, *Felici*<sup>2</sup> a déterminé le pouvoir inductif spécifique de quelques diélectriques, de la paraffine et du soufre entre autres.

*Gibson* et *Barclay*<sup>3</sup> ont étudié avec un soin particulier la capacité inductive de la paraffine; la méthode de compensation suivie par eux comporte l'emploi de deux condensateurs cylindriques dont l'un est de capacité variable.

Le premier qui parvint à déterminer la capacité inductive spécifique de quelques liquides, fut *Silow* qui employa successivement deux méthodes. Dans la première<sup>4</sup>, il mesure l'attraction exercée au travers du liquide à étudier, sur une aiguille de platine terminée par deux feuilles de papier d'étain, par une combinaison de plaques de la même substance maintenues à un potentiel constant déterminé. La seconde méthode<sup>5</sup> est fondée sur la mesure des déviations d'une aiguille galvanométrique produites par la décharge d'un condensateur formé de deux disques métalliques séparés par la couche du liquide à étudier.

<sup>1</sup> *Boltzmann*. Berichte der k. k. Akademie der Wissenschaften in Wien. 2<sup>e</sup> série, vol. 67, 70. 1873-74. — Pogg. Ann., vol. 151.

<sup>2</sup> *Felici*. Il nuovo cimento. 2<sup>e</sup> série, vol. 5 et 6. 1871.

<sup>3</sup> *Gibson* et *Barclay*. Philosophical Transactions, vol. 161. 1873.

<sup>4</sup> *Silow*. Poggendorf Annalen, vol. 156.

<sup>5</sup> *Silow*. Id. vol. 158.

<sup>6</sup> *Gordon*. Phil. Trans., vol. 170. 1879. — Nature, vol. XX.



*Gordon*<sup>6</sup> effectua une série de mesures très minutieuses à l'aide d'une balance d'induction, appareil construit sur les indications de Maxwell et de sir W. Thomson et dont le nom ne donne qu'une idée erronée. La charge avait lieu à l'aide d'un commutateur spécial en moins de  $\frac{1}{12000}$  de seconde. La capacité inductive spécifique du sulfure de carbone et d'un nombre considérable de diélectriques solides fut déterminée de cette manière.

En employant la même méthode, le Dr *Hoptkinson*<sup>1</sup> mesura le pouvoir inductif de quelques solides et d'un certain nombre de liquides. Quoique utilisant des instruments identiques et un temps de charge du même ordre ( $\frac{1}{20000}$  de seconde), ce dernier obtint des valeurs concordant peu avec celles obtenues par Gordon; la capacité inductive d'un certain échantillon de verre, en particulier, fut trouvée égale à trois fois celle déterminée par Gordon.

Le tableau suivant donne les valeurs obtenues par différents physiciens pour la capacité inductive spécifique de la paraffine et du soufre.

|               | Boltzmann. | Felici. | Gibson<br>et Barclay. | Gordon. |
|---------------|------------|---------|-----------------------|---------|
| Paraffine . . | 2,32       | 2,25    | 1,977                 | 1,993   |
| Soufre . . .  | 3,84       | 1,78    | —                     | 2,58    |

Il permet de se faire une idée des différences qui existent entre les résultats obtenus par ceux qui se sont occupés de mesures dans ce domaine. L'importance de ces différences montre immédiatement que leur origine doit être cherchée non-seulement dans des erreurs d'observation, mais surtout dans certaines influences extérieures.

## II

La grandeur des divergences mentionnées ci-dessus et l'importance qu'acquiert la capacité inductive spécifique à la suite des travaux théoriques de Maxwell, comme moyen de vérifica-

<sup>1</sup> *Hoptkinson*. Phil. Trans., vol. 169. 1878. — Vol. 172. 1881.

tion de l'hypothèse qui est à leur base, firent rechercher avec soin quelles pouvaient être les causes de ces différences. Je ne mentionnerai des nombreuses recherches effectuées dans cette direction que celles qui sont en relation plus ou moins directe avec l'objet de ce travail.

L'influence présumée de la température sur la capacité inductive a été étudiée à diverses reprises, mais sans pouvoir être constatée, par plusieurs physiciens, entre autres par *Cavendish* <sup>1</sup> pour le verre et par *Gibson* et *Barclay* <sup>2</sup> pour la paraffine; ces derniers étendirent leurs recherches entre  $-12^{\circ}$  et  $+24^{\circ}$  sans obtenir de variation appréciable dans la constante diélectrique de la paraffine.

Il en est de même de la dépendance possible de la capacité inductive spécifique avec la force électro-motrice de charge, quoique cette question ait excité l'attention de tous ceux qui se sont occupés de mesures dans ce domaine.

La durée de la charge exerce, par contre, une influence très sensible sur la constante diélectrique de la plupart des milieux isolants.

*Gaugain* <sup>3</sup>, dans une longue étude sur ce sujet, a constaté des variations très considérables avec la durée de charge, la capacité augmentant avec le temps pendant lequel le condensateur était en communication avec la source d'électricité et s'approchant d'une limite atteinte après un temps plus ou moins long, suivant le degré de perfection du diélectrique.

*Boltzmann* <sup>4</sup> détermina les variations de la capacité inductive spécifique pour des durées de charge variant entre  $\frac{1}{364}$  et 90 secondes; les résultats auxquels il arriva constatent, d'une manière évidente, cette influence, la constante diélectrique des isolants étudiés augmentant rapidement avec la durée de l'électrisation.

Les recherches de *Romich* et *Nowack* <sup>5</sup>, effectuées avec des durées de charge comprises entre  $\frac{1}{64}$  de seconde et un temps très long (charge permanente), sur des diélectriques relativement peu parfaits, prouvent cette dépendance d'une façon in-

<sup>1</sup> *Cavendish*. Loc. cit.

<sup>2</sup> *Gibson* et *Barclay*. Loc. cit.

<sup>3</sup> *Gaugain*. Ann. de chim. et de phys. 4<sup>e</sup> sér., vol. 2. 1864.

<sup>4</sup> *Boltzmann*. Loc. cit.

<sup>5</sup> *Romich* et *Nowack*. Ber. der Wiener Acad. 2<sup>e</sup> série, vol. 70. 1874.

discutable; la capacité inductive spécifique déduite de leurs mesures est, pour plusieurs des diélectriques étudiés, plusieurs centaines de fois plus grande avec la charge permanente qu'avec celle de  $\frac{1}{64}$  de seconde.

Les travaux des physiciens précédents ont été faits avec des durées de charge relativement considérables. Ceux de *Schiller*<sup>1</sup>, par contre, portèrent sur des durées d'électrisation beaucoup plus courtes; aussi les différences observées sont-elles moins considérables. La constante diélectrique de plusieurs isolants fut d'abord déterminée à l'aide d'une méthode d'oscillations électriques, due à *Helmholtz*, pour une durée de charge variant entre 0,00005 et 0,0001 seconde, ensuite, pour une durée de  $\frac{1}{50}$  de seconde environ, par la méthode de Siemens. Le tableau suivant donne les valeurs ainsi obtenues.

|                                    | Charge de<br>$\frac{1}{50}$ seconde. | Charge de<br>0,00008 sec. |
|------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------|
| Ebonite . . . . .                  | 2,76                                 | 2,21                      |
| Caoutchouc pur . . . . .           | 2,34                                 | 2,12                      |
| Paraffine (transparente) . . . . . | 1,92                                 | 1,68                      |
| Paraffine (blanche) . . . . .      | 2,47                                 | 1,85                      |
| Verre . . . . .                    | 6,34                                 | 5,83                      |

*Wüllner*<sup>2</sup>, après avoir étudié plusieurs diélectriques solides et liquides, arrive à des résultats qui confirment les précédents. Voici résumées par G.-E. *Gordon*<sup>3</sup> les conclusions auxquelles ce savant est arrivé :

« L'épaisseur du diélectrique n'influe pas sur sa capacité inductive spécifique.

» La capacité augmente si l'électrisation se prolonge, rapidement d'abord, plus lentement ensuite et s'approche graduellement d'un maximum fixe.

<sup>1</sup> *Schiller*. Pogg. Ann. Band 152.

<sup>2</sup> *Wüllner*. Berichte der k. bayerischen Academie, vol. V.

<sup>3</sup> *Gordon*. Traité expérimental d'électricité et de magnétisme, traduit par Raynaud. Vol. 1, page 166.

» La capacité instantanée (c'est-à-dire la capacité lorsque  
» la charge ne dure qu'une très petite fraction de seconde)  
» est de nature tout autre que la capacité qui croît avec la  
» durée de l'électrisation; la capacité instantanée est indépen-  
» dante de la conductibilité; il n'en est pas de même de la ca-  
» pacité lente. »

Il résulte donc, de ce qui précède, que la capacité inductive spécifique, qui pour les diélectriques parfaits est une quantité parfaitement définie, est essentiellement variable pour la plupart des substances isolantes; cette capacité inductive est pour ainsi dire une fonction du temps de charge ou mieux, une fonction de la conductibilité électrique propre à chaque substance. Dans chaque mesure, il faut donc spécifier la durée de l'électrisation et, suivant les cas, la résistance spécifique du diélectrique étudié.

### III

En traduisant en formules mathématiques l'hypothèse de Faraday que l'action électrique s'exerce par l'intermédiaire du milieu qui est entre les molécules dans un état de déformation, *Maxwell*<sup>1</sup> est arrivé à des équations exprimant le mouvement de cette action électrique; de ces équations, tout à fait identiques à celles qui représentent le mouvement de l'éther dans la théorie ondulatoire de la lumière, il résulte que les perturbations électriques se transmettent dans les milieux diélectriques suivant des ondes transversales avec la vitesse de la lumière. De cette concordance Maxwell a tiré la conclusion que les phénomènes optiques ne sont que de simples phénomènes électromagnétiques, c'est-à-dire que les ondulations de l'éther sont identiques avec des courants électriques.

*Lorenz*<sup>2</sup> est arrivé, peu après Maxwell, au même résultat en ajoutant aux équations de Kirchhoff exprimant le mouvement de l'électricité dans un conducteur, plusieurs termes n'ayant aucune influence sur la déduction théorique des faits expérimentaux constatés.

<sup>1</sup> *Clerk Maxwell*. Phil. Trans., 1865. — Treatise on Electricity and Magnetism, vol. II.

<sup>2</sup> *Lorenz*. Oversigt det k. Danske Vidensk. Selsk. Forhandl. 1867. Pogg Ann. Band 131.

*Helmholtz*<sup>1</sup>, enfin, parvint aussi à identifier le mouvement de l'électricité dans les diélectriques avec celui de l'éther en optique en s'appuyant sur l'hypothèse de l'action à distance.

La théorie électro-magnétique de la lumière donne, qu'on suive dans ses développements l'hypothèse de l'action à distance ou celle de Faraday, une relation des plus simples entre la capacité inductive spécifique d'un diélectrique et son indice de réfraction ; cette relation qui permet de vérifier la théorie dans une de ses conséquences est, en désignant par  $\delta$  la capacité inductive du diélectrique et par  $n$  son indice de réfraction

$$n^2 = \delta$$

Maxwell a pris comme indice de réfraction à mettre en regard de la constante diélectrique le premier coefficient A de la formule de dispersion de Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

c'est-à-dire l'indice de réfraction pour une longueur d'onde  $\lambda$  infiniment grande. Boltzmann fut le premier qui compara la constante diélectrique et l'indice de réfraction des substances soumises à ses recherches ; la concordance de  $n^2$  et de  $\delta$  fut aussi grande qu'on pouvait le désirer. Il en a été de même de toutes les mesures faites dans le but de vérifier la relation donnée par Maxwell. L'étude de la capacité inductive des liquides présentait, sous ce rapport, un grand intérêt, l'indice de réfraction des liquides pouvant être déterminé avec plus d'exactitude que celui de la majorité des diélectriques solides qui sont plus ou moins opaques ; la comparaison devenant plus exacte gagnait ainsi en importance. Les liquides étudiés ont, en général, confirmé l'exactitude de la loi de Maxwell, sauf certaines huiles végétales qui ont donné, comme résultat, une constante diélectrique en complet désaccord avec le carré de leur indice de réfraction.

<sup>1</sup> *Helmholtz*. Borchardt's Journal. Band 72. 1870.



## PREMIÈRE PARTIE

Détermination de la capacité inductive  
spécifique.

## I. Méthode expérimentale. — Exposé et théorie.

EXPOSÉ DE LA MÉTHODE. — C'est une méthode de compensation; elle est souvent employée dans les mesures télégraphiques pour comparer les capacités de deux câbles, par exemple, sous le nom de méthode de *de Sauty*. Ce n'est qu'une simple modification du pont de Wheatstone dans laquelle les condensateurs, dont on veut comparer les capacités, prennent la place de la résistance inconnue et de celle qui sert d'étalon. Dans la figure 1 qui donne le schéma de la méthode,  $W_1$  et  $W_2$  sont deux résistances variables à volonté,  $C_1$ ,  $C_2$  les deux condensateurs que l'on veut comparer;  $P$  est la pile de charge dont le circuit peut être à volonté interrompu et fermé en  $K$  à l'aide d'un manipulateur; enfin  $G$  est un galvanomètre. En abaissant le manipulateur  $K$ , le galvanomètre ne subit aucune déviation lorsque la relation

$$W_1 C_1 = W_2 C_2$$

est rigoureusement satisfaite.

Cette méthode exige, pour atteindre une exactitude suffisante, l'emploi d'un galvanomètre astatique et à grande résistance très sensible; mais on peut simplifier la disposition expérimentale en se servant, comme source du potentiel de charge, d'une bobine d'induction actionnée par le courant d'une pile. Les courants alternatifs engendrés par cet appareil chargent et déchargent les deux condensateurs à chaque renversement du sens du courant; en remplaçant le galvanomètre  $G$  par un téléphone, on y perçoit un bruit qui diminue d'autant plus que la relation est près d'être satisfaite et qui devient nul dans le cas où cette égalité a rigoureusement lieu.

La détermination du rapport des capacités  $C_1$  et  $C_2$  revient donc à la mesure de celui des résistances  $W_1$  et  $W_2$ ; ces dernières pouvant être mesurées facilement avec une grande exacti-



tude, le rapport des capacités des deux condensateurs peut donc être fixé très exactement.

La démonstration de l'exactitude de cette méthode a été donnée par M. *Hazebrook*<sup>1</sup>, dans le cas où la charge des condensateurs a lieu avec une source d'électricité de potentiel constant. La démonstration analogue pour le second cas cité ci-dessus diffère considérablement de celle donnée par le physicien anglais; car les conditions du problème sont devenues tout autres par suite de la substitution d'une source d'électricité à potentiel variable à la force électro-motrice constante de la méthode primitive.

**THÉORIE DE LA MÉTHODE.** — Le téléphone n'émettra aucun bruit, c'est-à-dire aucun courant ne circulera dans le pont, lorsque la différence de potentiel entre les points D et F sera nulle en chaque instant; la présence du pont n'influe alors en aucune manière la valeur du potentiel en chaque point du circuit, en sorte que la démonstration revient à trouver les conditions sous lesquelles, dans le schéma simplifié de la figure 2, le potentiel des armatures  $M_1$ ,  $N_1$  des deux condensateurs a la même valeur en chaque instant.

Désignons dans la figure 2 les cinq branches du circuit par les chiffres O, I, II, III, IV; appelons  $W_i$  la résistance,  $Q_i$  le self-potential de la  $i^{\text{me}}$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  le potentiel existant au temps  $t$  aux points A et B du circuit; soient  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  les valeurs qu'affecte le potentiel aux armatures  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $N_1$ ,  $N_2$  des condensateurs  $C_1$ ,  $C_2$ . L'intensité du courant dans la branche II sera égale à celle de la branche I; car, si le condensateur  $C_1$  reçoit en  $M_1$  une quantité d'électricité  $e$ , la même quantité  $e$  est induite électro-statiquement sur l'armature  $M_2$ ; il en est de même pour les branches III et IV. Désignons donc l'intensité du courant par  $i_1$  dans la branche ADB, par  $i_2$  dans la branche AFB et par  $i_0$  dans la branche O.

La force électro-motrice de charge est fournie par un appareil d'induction H placé dans la branche O du circuit. Cette force électro-motrice E est induite dans la bobine secondaire de l'appareil par l'action d'un courant primaire I. En appelant P le potentiel électro-dynamique réciproque des deux bobines de l'inducteur, K la force électro-magnétique agissant en un point

<sup>1</sup> *Hazebrook*. Phil. Magazine, 5<sup>e</sup> série, vol. XI. 1881.

de l'intérieur de la bobine primaire, rempli par un noyau de fer doux dont la fonction magnétisante est  $s_0$ , on a

$$E = \left( P + \Sigma \int \int \int s_0 \frac{\partial k}{\partial x} dx dy dz \right) \frac{dI}{dt}$$

L'intégrale triple est à étendre sur tout l'espace occupé par le noyau de fer doux, la somme  $\Sigma$  sur toutes les spires de la bobine secondaire.

Le courant  $I$  est interrompu à l'aide d'un interrupteur à marteau; il en résulte que la force électro-motrice  $E$  est une fonction périodique du temps  $t$  que nous pouvons représenter par la série de Fourier

$$E = E_1 \sin(nt + m_1) + E_2 \sin(2nt + m_2) + \dots + E_k \sin(knt + m_k) + \dots$$

ou

$$(1) \quad E = \sum_{k=1}^{k=\infty} E_k \sin(knt + m_k)$$

En appliquant aux branches O, I, II, III et IV du circuit la deuxième loi de Kirchhoff et celle de l'induction, on obtient successivement les relations

$$(2) \quad i_0 W_0 = P_2 - P_1 + Q_0 \frac{\partial i_0}{\partial t} + E$$

$$i_1 W_1 = P_1 - P_1 - Q_1 \frac{\partial i_1}{\partial t}$$

$$i_1 W_2 = p_2 - P_2 - Q_2 \frac{\partial i_1}{\partial t}$$

$$i_2 W_3 = P_1 - q_1 - Q_3 \frac{\partial i_2}{\partial t}$$

$$i_2 W_4 = q_2 - P_2 - Q_4 \frac{\partial i_2}{\partial t}$$

dont les quatre dernières peuvent se mettre sous la forme

$$(3) \quad i_1 (W_1 + W_2) + (Q_1 + Q_2) \frac{\partial i_1}{\partial t} = P_1 - P_2 + p_2 - p_1$$

$$(4) \quad i_2 (W_3 + W_4) + (Q_3 + Q_4) \frac{\partial i_2}{\partial t} = P_1 - P_2 + q_2 - q_1$$

Les condensateurs  $C_1$  et  $C_2$  donnent en outre les égalités

$$(5) \quad C_1 \cdot \frac{\partial (p_1 - p_2)}{\partial t} = i_1$$

$$(6) \quad C_2 \cdot \frac{\partial (q_1 - q_2)}{\partial t} = i_2$$

Aux points A et B on a enfin la relation

$$(7) \quad i_0 = i_1 + i_2$$

Le problème revient maintenant à trouver l'expression de  $(p_1 - q_1)$ .

En substituant dans l'équation (2) les valeurs de  $(P_1 - P_2)$  tirées successivement des relations (3) et (4), on obtient

$$W_0 i_0 + Q_0 \frac{\partial i_0}{\partial t} + (W_1 + W_2) i_1 + (Q_1 + Q_2) \frac{\partial i_1}{\partial t} + p_1 - p_2 = E$$

$$W_0 i_0 + Q_0 \frac{\partial i_0}{\partial t} + (W_3 + W_4) i_2 + (Q_3 + Q_4) \frac{\partial i_2}{\partial t} + q_1 - q_2 = E$$

En différenciant ces équations et en tenant compte des relations (5), (6) et (7), il vient

$$(8) \quad (Q_0 + Q_1 + Q_2) \frac{\partial^2 i_1}{\partial t^2} + Q_0 \frac{\partial^2 i_2}{\partial t^2} + \\ + (W_0 + W_1 + W_2) \frac{\partial i_1}{\partial t} + W_0 \frac{\partial i_2}{\partial t} + \frac{i_1}{C_1} = \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$(9) \quad Q_0 \frac{\partial^2 i_1}{\partial t^2} + (Q_0 + Q_3 + Q_4) \frac{\partial^2 i_2}{\partial t^2} + \\ + W_0 \frac{\partial i_1}{\partial t} + (W_0 + W_3 + W_4) \frac{\partial i_2}{\partial t} + \frac{i_2}{C_2} = \frac{\partial E}{\partial t}$$

La force électro-motrice initiale étant représentée par une série de Fourier, il en sera de même des effets qu'elle produit, c'est-à-dire des courants qui circulent dans les diverses branches du circuit. On aura donc en posant

$$(10) \quad i_1^{(k)} = a_1^{(k)} \sin (knt + m_1^{(k)})$$

$$(11) \quad i_2^{(k)} = a_2^{(k)} \sin (knt + m_2^{(k)})$$

$$i_1 = i_1' + i_2'' + i_1''' + \dots + i_1^{(k)} + \dots = \Sigma (i_1^{(k)})$$

$$i_2 = i_2' + i_2'' + i_2''' + \dots + i_2^{(k)} + \dots = \Sigma (i_2^{(k)})$$

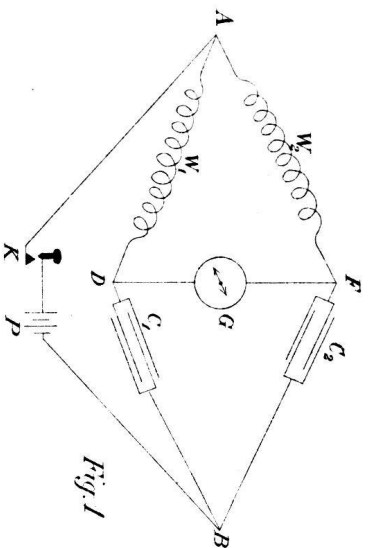


Fig. 1

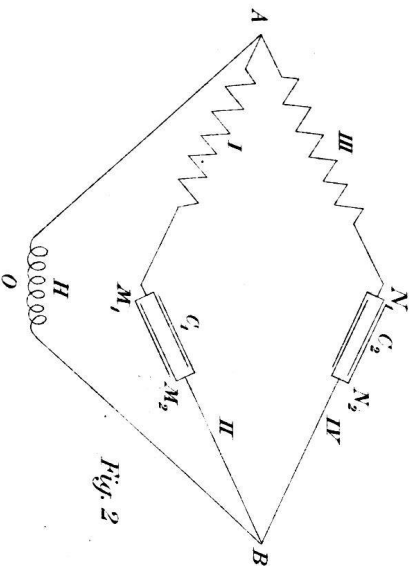


Fig. 2

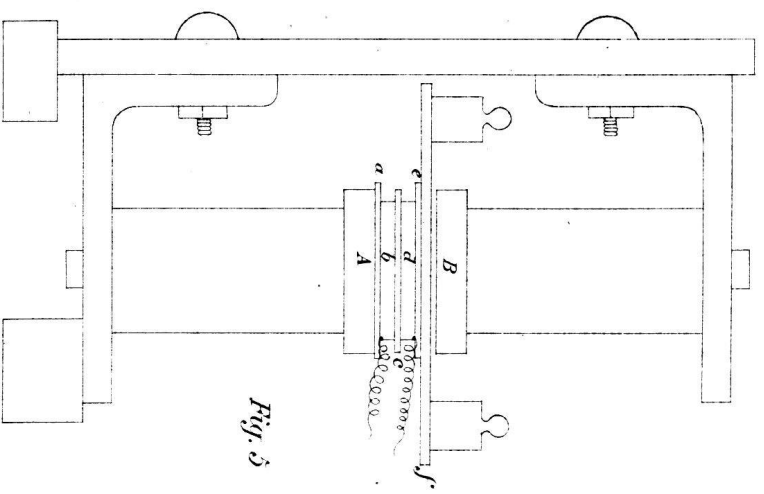


Fig. 3

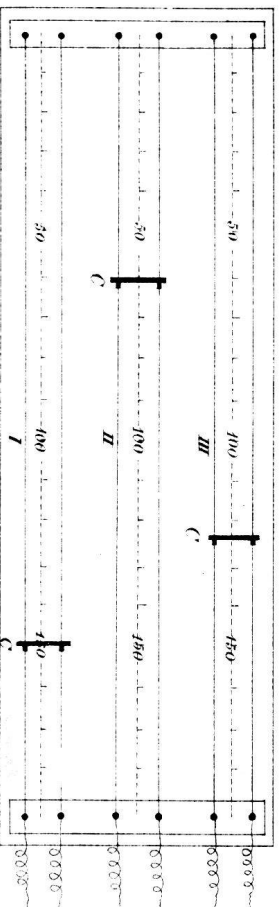


Fig. 4

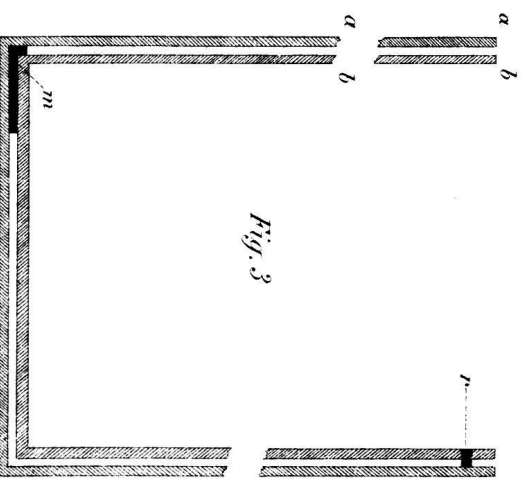


Fig. 5

Faisons en outre

$$\begin{aligned} m'_1 &= m_1 + \varphi_1' \dots m_1^{(k)} = m_k + \varphi_1^{(k)} \\ m'_2 &= m_2 + \varphi_2' \dots m_2^{(k)} = m_k + \varphi_2^{(k)} \end{aligned}$$

nous aurons

$$i_1 = a_1' \sin (nt + m_1 + \varphi_1') + a_2'' \sin (2nt + m_2 + \varphi_2'') + \dots$$

$$i_2 = a_2' \sin (nt + m_2 + \varphi_2') + a_3'' \sin (2nt + m_3 + \varphi_3'') + \dots$$

ou

$$(12) \quad i_1 = \sum_{k=1}^{k=\infty} a_1^{(k)} \sin (knt + m_k + \varphi_1^{(k)})$$

$$(13) \quad i_2 = \sum_{k=1}^{k=\infty} a_2^{(k)} \sin (knt + m_k + \varphi_2^{(k)})$$

En substituant ces valeurs dans les équations (8) et (9), nous obtenons deux équations générales dont chacune se décompose en  $k$  équations particulières; nous ne considérons que les deux équations d'indice ( $k$ ) qui sont

$$(14) \quad (Q_0 + Q_1 + Q_2) \frac{\partial^2 i_1^{(k)}}{\partial t^2} + Q_0 \frac{\partial^2 i_2^{(k)}}{\partial t^2} + \\ + (W_0 + W_1 + W_2) \frac{\partial i_1^{(k)}}{\partial t} + W_0 \frac{\partial i_2^{(k)}}{\partial t} + \frac{i_1^{(k)}}{C_2} = E_k nk \cos (knt + m_k)$$

$$(15) \quad Q_0 \frac{\partial^2 i_1^{(k)}}{\partial t^2} + (Q_0 + Q_3 + Q_4) \frac{\partial^2 i_2^{(k)}}{\partial t^2} + \\ + W_0 \frac{\partial i_1^{(k)}}{\partial t} + (W_0 + W_3 + W_4) \frac{\partial i_2^{(k)}}{\partial t} + \frac{i_2^{(k)}}{C_2} = E_k nk \cos (knt + m_k)$$

Posons

$$(16) \quad x_1^{(k)} = a_1^{(k)} \sin \varphi_1^{(k)}$$

$$y_1^{(k)} = a_1^{(k)} \cos \varphi_1^{(k)}$$

$$(17) \quad x_2^{(k)} = a_2^{(k)} \sin \varphi_2^{(k)}$$

$$y_2^{(k)} = a_2^{(k)} \cos \varphi_2^{(k)}$$

Les valeurs (10) et (11) de  $i_1^{(k)}$  et de  $i_2^{(k)}$  deviennent alors

en développant les cosinus et en introduisant les annotations (16) et (17)

$$(18) \quad i_1^{(k)} = x_1^{(k)} \cos (knt + m_k) + y_1^{(k)} \sin (knt + m_k)$$

$$(19) \quad i_2^{(k)} = x_2^{(k)} \cos (knt + m_k) + y_2^{(k)} \sin (knt + m_k)$$

Substituons ces expressions, ainsi que leurs dérivées première et seconde, dans les équations (14) et (15); elles prennent alors, après quelques réductions, la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[ \frac{1}{C_1} - (Q_0 + Q_1 + Q_2) k^2 n^2 \right] x_1^{(k)} + (W_0 + W_1 + W_2) k n y_1^{(k)} \right. \\ & \quad \left. - Q_0 k^2 n^2 x_2^{(k)} + W_0 k n y_2^{(k)} \right\} \cos (knt + m_k) + \\ (20) \quad & + \left\{ - (W_0 + W_1 + W_2) k n x_1^{(k)} + \left[ \frac{1}{C_1} - (Q_0 + Q_1 + Q_2) k^2 n^2 \right] y_1^{(k)} \right. \\ & \quad \left. - W_0 k n x_2^{(k)} - Q_0 k^2 n^2 y_2^{(k)} \right\} \sin (knt + m_k) = \\ & = E_k k n \cos (knt + m_k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ - Q_0 k^2 n^2 x_1^{(k)} + W_0 k n y_1^{(k)} + \left[ \frac{1}{C_2} - (Q_0 + Q_3 + Q_4) k^2 n^2 \right] x_2^{(k)} \right. \\ & \quad \left. + (W_0 + W_3 + W_4) k n y_2^{(k)} \right\} \cos (knt + m_k) + \\ (21) \quad & + \left\{ - W_0 k n x_1^{(k)} - Q_0 k^2 n^2 y_1^{(k)} - (W_0 + W_3 + W_4) k n x_2^{(k)} \right. \\ & \quad \left. + \left[ \frac{1}{C_2} - (Q_0 + Q_3 + Q_4) k^2 n^2 \right] y_2^{(k)} \right\} \sin (knt + m_k) = \\ & = E_k k n \cos (knt + m_k) \end{aligned}$$

Ces deux équations devant avoir lieu pour toutes les valeurs de  $t$ , il faut que les coefficients de  $\sin (knt + m_k)$  et ceux de  $\cos (knt + m_k)$  dans les deux membres soient égaux; chacune de ces équations se décompose donc en deux nouvelles et l'on obtient enfin en posant

$$(\alpha) \quad a_1^{(k)} = \frac{1}{C_1} - (Q_0 + Q_1 + Q_2) k^2 n^2$$

$$(\beta) \quad a_2^{(k)} = \frac{1}{C_2} - (Q_0 + Q_3 + Q_4) k^2 n^2$$



$$\begin{aligned}
 (22) \quad (\gamma) \quad & b_1^{(k)} = (W_0 + W_1 + W_2) kn \\
 (\delta) \quad & b_2^{(k)} = (W_0 + W_3 + W_4) kn \\
 (\varepsilon) \quad & c^{(k)} = Q_0 k^2 n^2 \\
 (\varphi) \quad & d^{(k)} = W_0 kn \\
 (\psi) \quad & e^{(k)} = E_k kn
 \end{aligned}$$

les quatre équations suivantes (pour simplifier l'écriture nous nous abstenons d'écrire l'indice  $k$ ).

$$\begin{aligned}
 (23) \quad & -c_1 x_1 + dy_1 + a_2 x_2 + b_2 y_2 = e \\
 & a_1 x_1 + b_1 y_1 - cx_2 + dy_2 = e \\
 & -dx_1 - cy_1 - b_2 x_2 + a_2 y_2 = 0 \\
 & -b_1 x_1 + a_1 y_1 - dx_2 - cy_2 = 0
 \end{aligned}$$

De ces équations résultent immédiatement les valeurs de  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ ; par exemple :

$$x_1 = \frac{e}{D} \left\{ (b_2 c + a_2 d) (b_1 - d) + (c^2 - a_1 a_2) (c + a_2) + (cd - a_1 b_2) (b_2 - d) \right\}$$

en désignant par D le déterminant de ces quatre équations, savoir :

$$D = \begin{vmatrix} -c & d & a_2 & b_2 \\ +a_1 & b_1 & -c & d \\ -d & -c & -b_2 & a_2 \\ -b_1 & a_1 & -d & -c \end{vmatrix}$$

Si nous posons enfin pour abréger

$$\begin{aligned}
 (24) \quad (\alpha) \quad & a_1 + c = \frac{1}{C_1} - (Q_1 + Q_2) k^2 n^2 = \alpha_1 \\
 (\beta) \quad & a_2 + c = \frac{1}{C_2} - (Q_3 + Q_4) k^2 n^2 = \alpha_2 \\
 (\gamma) \quad & b_1 - d = (W_1 + W_2) kn = \beta_1 \\
 (\delta) \quad & b_2 - d = (W_3 + W_4) kn = \beta_2
 \end{aligned}$$

nous obtiendrons pour les valeurs de  $x_1, y_1, x_2, y_2$  mises sous leur forme définitive les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{e}{D} \cdot \left[ c.(\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2) + d.(\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) + (\alpha_2^2 + \beta_2^2)(c - \alpha_1) \right] \\
 x_2 &= \frac{e}{D} \cdot \left[ c.(\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2) + d.(\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) + (\alpha_1^2 + \beta_1^2)(c - \alpha_2) \right] \\
 (25) \quad y_1 &= \frac{e}{D} \cdot \left[ c.(\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) - d.(\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2) - (\alpha_2^2 + \beta_2^2)(\beta_1 + d) \right] \\
 y_2 &= \frac{e}{D} \cdot \left[ c.(\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) - d.(\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2) - (\alpha_1^2 + \beta_1^2)(\beta_2 + d) \right]
 \end{aligned}$$

Or des équations (2) résulte

$$q_1 - p_1 = i_1 W_1 - i_2 W_2 + Q_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} - Q_2 \frac{\partial i_2}{\partial t}$$

En sorte que nous avons définitivement

$$\begin{aligned}
 q_1 - p_1 &= \sum_{k=1}^{k=\infty} [x_1^{(k)} W_1 - x_2^{(k)} W_3] \cos(knt + m_k) \\
 &+ \sum_{k=1}^{\infty} [y_1^{(k)} W_1 - y_2^{(k)} W_3] \sin(knt + m_k) \\
 (26) \quad &- \sum_{k=1}^{\infty} [x_1^{(k)} Q_1 - x_2^{(k)} Q_3] kn \sin(knt + m_k) \\
 &+ \sum_{k=1}^{\infty} [y_1^{(k)} Q_1 - y_2^{(k)} Q_3] kn \cos(knt + m_k)
 \end{aligned}$$

Pour que la différence de potentiel ( $q_1 - p_1$ ) soit nulle pour toutes les valeurs de  $t$ , il faudra donc qu'on ait simultanément

$$\begin{aligned}
 (27) \quad x_1^{(k)} W_1 - x_2^{(k)} W_3 + kn [y_1^{(k)} Q_1 - y_2^{(k)} Q_3] &= 0 \quad (\alpha) \\
 y_1^{(k)} W_1 - y_2^{(k)} W_3 - kn [x_1^{(k)} Q_1 - x_2^{(k)} Q_3] &= 0 \quad (\beta)
 \end{aligned}$$

Ces équations expriment donc les conditions auxquelles doivent satisfaire les divers éléments du circuit pour que la différence de potentiel entre les armatures  $M_1$  et  $N_1$  des deux condensateurs soit nulle. En développant ces équations, on arrive à la conclusion que, dans le cas général que nous considérons,

cette différence de potentiel ne peut s'annuler, mais qu'elle peut seulement passer par une valeur minimum déterminée.

Cependant, en faisant certaines hypothèses, facilement réalisables dans la pratique, sur les valeurs relatives des diverses quantités qui figurent dans les formules ci-dessus, on parvient à satisfaire aux équations (27) d'une manière fort simple.

Dans les mesures pratiques, les résistances  $W_1$  et  $W_3$  ont toujours un self-potential très faible, soit qu'on emploie des boîtes de résistance à enroulement bifilaire, soit qu'on utilise des fils tendus rectilignement. C'est cette dernière disposition qui a été adoptée. Or le self-potential d'un fil rectiligne de longueur  $l$ , à section circulaire constante de rayon  $r$ , est donné par la formule

$$Q = 2l \left[ \lg_n \left( \frac{2l}{r} \right) - 0,75 \right]$$

Dans toutes les mesures, les valeurs maxima de  $l$  et de  $r$  ont été

$$l = 3000 \text{ cm.}$$

$$r = 0,02 \text{ cm.}$$

ensorte que la valeur maxima du self-potential des branches I à IV fut :

$$Q = 7,1 \cdot 10^4$$

Le nombre des interruptions du courant par seconde, c'est-à-dire la valeur de  $n$ , étant de 50 environ, les facteurs  $Q_1 n$ ,  $Q_3 n$  sont ainsi, en valeur absolue, inférieurs à  $4 \cdot 10^6$ . Mais les résistances  $W_1$  et  $W_3$  ont été constamment supérieures à 200 ohms; en négligeant donc les valeurs de l'ordre  $10^6$  vis-à-vis de celles d'ordre  $10^{11}$ , cela revient à poser

$$Q_1 = 0, \quad Q_2 = 0, \quad Q_3 = 0, \quad Q_4 = 0.$$

Ces valeurs étant substituées, les inconnues  $x_1^{(k)}$ ,  $x_2^{(k)}$ ,  $y_1^{(k)}$ ,  $y_2^{(k)}$  sont encore données par les expressions (25), mais dans lesquelles les annotations introduites par les formules  $22\alpha$  et  $22\beta$  ont les valeurs simplifiées suivantes :

$$(28) \quad \begin{aligned} (\alpha) \quad a_1 &= \frac{1}{C_1} - Q_0 k^2 n^2 \\ (\beta) \quad a_2 &= \frac{1}{C_2} - Q_0 k^2 n^2 \end{aligned}$$

Les équations (27) deviennent ainsi

$$(29) \quad \begin{aligned} x_1^{(k)} W_1 - x_2^{(k)} W_3 &= 0 \\ y_1^{(k)} W_1 - y_2^{(k)} W_3 &= 0 \end{aligned}$$

et ne peuvent être satisfaites dans leur généralité; pour que cela soit possible, il faut supposer que les résistances  $W_2$  et  $W_4$  soient très petites relativement à  $W_1$  et à  $W_3$ , ensorte qu'on puisse admettre, sans commettre d'erreur sensible, que

$$\frac{W_2}{W_1} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{W_4}{W_3} = 0$$

En faisant cette hypothèse, les valeurs de  $\beta_1$  et de  $\beta_2$  deviennent

$$(30) \quad \begin{aligned} \beta_1 &= W_1 kn \\ \beta_2 &= W_3 kn \end{aligned}$$

et les équations (29) se réduisent à

$$(31) \quad \begin{aligned} kn (\beta_1 x_1^{(k)} - \beta_2 x_2^{(k)}) &= 0 \\ kn (\beta_1 y_1^{(k)} - \beta_2 y_2^{(k)}) &= 0 \end{aligned}$$

En substituant dans ces équations les valeurs de  $x_1^{(k)}$ ,  $y_1^{(k)}$ ,  $x_2^{(k)}$ ,  $y_2^{(k)}$ , données par les formules (25), elles deviennent après quelques réductions

$$(32) \quad \begin{aligned} \frac{1}{kn} \cdot \frac{e}{D} [(\alpha_1 \beta^3 - \beta_1 \alpha^3) [d(\beta_1 - \beta^3) - c(\alpha_1 + \alpha^3) + \alpha_1 \alpha^3 - \beta_1 \beta^3]] &= 0 \\ \frac{1}{kn} \cdot \frac{e}{D} [(\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) [c(\beta_1 - \beta_2) + d(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \beta_1]] &= 0 \end{aligned}$$

Or

$$(33) \quad \alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2 = kn \left[ \frac{W_3}{C_1} - \frac{W_1}{C_2} \right]$$

ensorte que la formule (26) devient en tenant compte des relations ci-dessus

$$(34) \quad \begin{aligned} q_1 - p_1 &= \left( \frac{W_3}{C_1} - \frac{W_1}{C_2} \right) \cdot \\ &\left[ \sum \frac{e^{(k)}}{D^{(k)}} [d^{(k)}(\beta_1^{(k)} - \beta^3^{(k)}) - c^{(k)}(\alpha_1^{(k)} + \alpha^3^{(k)}) + \alpha_1^{(k)} \alpha^3^{(k)} - \beta_1^{(k)} \beta^3^{(k)}] \right. \\ &\quad \left. \cos(knt + m_k) \right. \\ &+ \sum \frac{e^{(k)}}{D^{(k)}} [c^{(k)}(\beta_1^{(k)} - \beta^3^{(k)}) + d^{(k)}(\alpha_1^{(k)} + \alpha^3^{(k)}) + \alpha_1^{(k)} \beta^3^{(k)} - \beta_1^{(k)} \alpha^3^{(k)}] \\ &\quad \left. \sin(knt + m_k) \right] \end{aligned}$$

Il en résulte que la différence de potentiel ( $q_1 - p_1$ ) entre les armatures  $M_1$  et  $N_1$  des deux condensateurs ne peut s'annuler que lorsque

$$(35) \quad W_3 C_2 - W_1 C_1 = 0;$$

car le second facteur du second membre de l'équation (34) ne peut pas devenir égal à zéro pour toutes les valeurs de  $t$ , ainsi qu'il ressort de sa forme même.

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé que les diélectriques formant la couche isolante des condensateurs étaient parfaits, c'est-à-dire que leur résistance était infiniment grande; or cette supposition n'est jamais réalisée dans la pratique que d'une manière approchée. Si l'on tient compte de cette dernière circonstance, les équations du problème sont un peu plus compliquées; mais la marche à suivre est la même que précédemment et, en maintenant les hypothèses qui ont été faites sur les self-potentiels  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  et sur les résistances  $W_1, W_2, W_3, W_4$ , on arrive au résultat que le courant qui traverse le pont ne peut jamais s'annuler, mais qu'il passe seulement par une valeur minimum, lorsque la relation

$$C_1 W_1 - C_2 W_3 = 0$$

est satisfaite.

Le son que l'on perçoit au téléphone ne sera donc jamais nul; il atteindra une valeur minimum d'autant plus faible que le diélectrique du condensateur a une résistance spécifique plus considérable; l'intensité de ce son donne ainsi une mesure relative de cette résistance.

## II. Description des appareils employés.

CONDENSATEURS. — J'ai employé deux condensateurs cylindriques, tout à fait identiques, construits par M. Corrodi, mécanicien à Zurich; chacun d'eux se compose d'un double cylindre de laiton  $a, b$  (fig. 3) à surfaces polies, ayant des parois de 1,5<sup>mm</sup> d'épaisseur et emboîtant l'un dans l'autre; ces deux cylindres sont isolés à leur partie inférieure par trois appuis d'ébonite,  $m$ ; en forme de secteur annulaire de 1<sup>mm</sup> d'épaisseur et ayant un rebord de mêmes dimensions; à la partie supérieure quatre renflements,  $r$ , aussi en ébonite, empêchent tout contact

entre les deux surfaces métalliques. Le rapport moyen de l'espace libre entre les deux cylindres est égal à  $507^{\text{mm}}$  et sa hauteur à  $437^{\text{mm}}$ .

Les isolateurs *m* étaient fixés au cylindre intérieur au moyen d'un mastic isolant, composé d'un mélange de cire et de colophane; les variations du rapport des capacités des deux condensateurs, d'une mesure à l'autre, proviennent de ce que l'épaisseur de cette couche adhérente n'était pas exactement la même dans toutes les expériences.

RÉSISTANCES. — Ainsi qu'il résulte de la théorie de la méthode, la mesure des capacités des condensateurs repose sur la détermination du rapport de deux résistances; le plus grand soin devait donc être consacré à leur mesure et à l'élimination des erreurs pouvant provenir de leur isolation imparfaite.

Les premiers essais préliminaires furent faits avec deux boîtes de résistance de la maison Siemens et Halske, à Berlin; je reconnus bientôt le peu d'exactitude que comportait l'emploi de ces appareils; car, malgré leur enroulement bifilaire, ces rhéostats possédaient un self-potentiel assez considérable, en sorte que le son perçu au téléphone ne pouvait jamais être rendu nul, mais seulement réduit à un minimum encore trop intense pour permettre une mesure bien exacte; d'ailleurs cette intensité du son minimum fournit, les conditions du diélectrique du condensateur restant les mêmes, un moyen aussi commode qu'exact de constater si un circuit donné possède un self-potentiel appréciable.

Je pris ensuite un certain nombre de lampes à incandescence Edison qui, ayant un self-potentiel tout-à-fait négligeable, ne pouvaient donner naissance à des courants perturbateurs; l'extinction complète du bruissement dans le téléphone était obtenue à l'aide d'une résistance variable formée par deux fils de maillechort très fins sur lesquels glissait un curseur à contact de mercure. Cette disposition ne donna pas de résultats concordants; les chiffres obtenus variaient suivant la combinaison des lampes employées. Ces variations provenaient d'un défaut d'isolement dans les lampes; celles-ci sont, en effet, adaptées à leur monture en bois, à l'aide d'un mastic en plâtre, en sorte que l'isolement parfait nécessité par l'emploi de cou-



rants à haute tension, en usage dans les essais préliminaires, était illusoire.

La combinaison suivante donna, par contre, de bons résultats et elle fut employée durant tout le temps des recherches qui sont à la base de ce travail. Entre les deux parois du laboratoire, distantes de 8 mètres, je tendis, à une hauteur de 3 mètres environ, sur des isolateurs fixés dans des blocs de paraffine, une série de fils parallèles; ces fils descendaient à une extrémité le long de la paroi jusqu'à 120 centimètres du sol et étaient assujettis à des bornes isolées sur une plaque d'ébonite. Ces bornes étaient munies de fils épais qui permettaient, à l'aide de godets à mercure aussi isolés, de combiner les résistances entre elles. Le fil de maillechort employé avait 0,15<sup>mm</sup> de diamètre, un double isolement de soie et une résistance de 13,8 ohms par mètre. La résistance de ces couples de fils que je désignerai par les lettres A, B, C, D, E et F fut mesurée à 0,0005 près à l'aide du pont de Wheatstone; les chiffres ci-dessous sont la moyenne de mesures faites à trois époques différentes et ramenées à la même température de 15°:

|                    |        |        |        |        |        |       |
|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| N° du fil . . .    | A      | B      | C      | D      | E      | F     |
| Résistance en ohms | 237,31 | 239,01 | 240,57 | 240,37 | 170,14 | 52,19 |

Outre cette combinaison de fils, j'ai fait usage d'une résistance variable à curseur avec contact de mercure *c* (fig. 4), composée de trois paires I, II, III de fils parallèles, de 1,90 mètre de longueur et de 0,2<sup>mm</sup> de diamètre; ces fils étaient tendus sur une planche entre des bornes isolées sur des plaques d'ébonite, l'isolement du bois ayant été reconnu insuffisant. La résistance de chaque couple de fils fut soigneusement mesurée et chacun d'eux fut exactement calibré, de 30 en 30 centimètres. L'ohm correspondant à peu près à 20 centimètres de fil simple, c'est-à-dire à un déplacement du curseur de 10 centimètres, la résistance était ainsi connue exactement de 3 en 3 ohms; l'homogénéité du fil était suffisante pour permettre l'interpolation entre ces limites. Ces couples de fils sont désignés dans la suite par les chiffres I, II et III. Le tableau suivant donne en ohms la résistance de chacun d'eux, de 30 en 30 centimètres, pour une température de 15°.

| Division<br>du curseur. | Rhéostat<br>N° I. | Rhéostat<br>N° II. | Rhéostat<br>N° III. |
|-------------------------|-------------------|--------------------|---------------------|
| 0                       | 0,40              | 0,48               | 0,41                |
| 30                      | 3,66              | 3,57               | 3,58                |
| 60                      | 6,86              | 6,75               | 6,75                |
| 90                      | 10,10             | 9,71               | 9,85                |
| 120                     | 13,30             | 13,07              | 13,07               |
| 150                     | 16,51             | 16,21              | 16,26               |
| 190                     | 20,72             | 20,44              | 20,44               |

Je me suis un peu étendu sur la construction et la mesure des résistances employées, parce que cet élément est un des facteurs les plus importants des mesures qui font l'objet de ce travail. En effet, toutes les mesures revenant à la comparaison de deux résistances, le degré d'exactitude auquel on peut arriver dépend essentiellement, déduction faite des erreurs accidentelles d'observation, du degré de perfection des résistances employées. Un contrôle fort simple des qualités des résistances était le suivant. La position du curseur sur le rhéostat, correspondant à l'extinction du bruit dans le téléphone, pouvait être déterminée à 3 centimètres près en moyenne; la résistance de chacun des circuits étant ainsi connue à 0,001 près, la capacité d'un des condensateurs, exprimée en fonction de celle de l'autre, ne devait donc pas varier de plus de 0,002 en passant d'une combinaison de fils à une autre; c'est ce qui eut constamment lieu pendant toute la durée des recherches.

#### APPAREIL D'INDUCTION ET POTENTIEL MOYEN DE CHARGE.

— La charge des condensateurs était effectuée à l'aide du courant alternatif fourni par un inducteur à glissière Dubois-Reymond, actionné par quelques éléments Daniell. L'interrupteur du courant primaire était à marteau; le courant induit changeait de sens de 40 à 50 fois par seconde, ainsi qu'on en pouvait juger par la hauteur du son produit par le ressort de l'interrupteur.

Quant au potentiel moyen de charge des condensateurs, on pouvait en varier la valeur de deux manières: en enfonçant plus ou moins la bobine induite mobile ou en augmentant le

nombre des éléments Daniell engendrant le courant primaire. Ce potentiel moyen de charge est proportionnel au produit

$$P I$$

en désignant par  $P$  le potentiel électro-dynamique de la bobine primaire, avec son noyau de fer doux, et de la bobine secondaire de l'appareil d'induction, et par  $I$  l'intensité du courant primaire. J'employai cinq positions successives de la bobine induite sur le châssis de l'inducteur, positions que je désignerai par les chiffres I à V, et 3 combinaisons d'éléments Daniell; d'abord deux en quantité, puis 4 en deux séries et 6 en trois séries de deux éléments.

La valeur du produit  $IP$ , dans ces divers cas, fut mesurée en déterminant le courant intégral  $j$  induit dans la spirale secondaire par la fermeture du courant primaire; ce courant intégral est donné par la formule

$$j = \int_0^{\infty} i dt = \frac{IP}{W}$$

en appelant  $W$  la résistance du circuit secondaire et  $i$  l'intensité variable du courant qui y circule.

Pour deux positions 1 et 2 de l'inducteur, on a

$$j_1 = \frac{IP_1}{W}$$

$$j_2 = \frac{IP_2}{W}$$

d'où

$$\frac{IP_1}{IP_2} = \frac{j_1}{j_2}$$

Or le courant intégral  $j$  produisant sur le galvanomètre une déviation  $s$  mesurée sur l'échelle de la lunette placée à la distance  $D$ , on a, en appelant  $s_0$  la déviation corrigée

$$s_0 = s \left[ 1 - \frac{11}{2} \cdot \left( \frac{s}{4D} \right)^2 \right]$$

$$j = \frac{H}{\pi} \cdot \frac{T}{G} \cdot \frac{s_0}{2D}$$

Dans cette formule H désigne la composante horizontale de la force magnétique terrestre, G la fonction galvanométrique, T la durée d'oscillation de l'aiguille. Il en résulte enfin

$$\frac{IP_1}{IP_2} = \frac{s_1}{s_2}.$$

C'est ainsi qu'ont été obtenus les résultats suivants qui donnent la valeur relative du potentiel moyen de charge pour différents cas.

| Nombre d'éléments. | Position de l'induit. | P I. | Nombre d'éléments. | Position de l'induit. | P I. |
|--------------------|-----------------------|------|--------------------|-----------------------|------|
| 2                  | I                     | 1    | 4                  | IV                    | 24,6 |
| 2                  | II                    | 2,8  | 2                  | V                     | 29,8 |
| 2                  | III                   | 6,4  | 4                  | V                     | 47,0 |
| 2                  | IV                    | 15,6 | 6                  | V                     | 61,0 |

TÉLÉPHONE. — Un téléphone Siemens fut constamment employé ; cependant, quelques essais furent faits en le remplaçant par un dynamomètre Siemens à fil très fin ; ils ne donnèrent aucun résultat, la sensibilité du dynamomètre étant beaucoup moindre que celle du téléphone qui, au point de vue de la perceptibilité d'un courant électrique oscillatoire, est certainement l'appareil le plus sensible que l'on connaisse. Il suffit pour donner une idée de cette sensibilité, de citer le résultat des recherches de *Pellat*<sup>1</sup> qui a trouvé que l'énergie équivalant à une calorie (1 gramme et 1° cent.) suffirait à entretenir, pendant 10,000 années, les vibrations d'un téléphone.

### III. Procédés de mesure.

Il faut maintenant considérer les divers procédés employés pour éliminer les erreurs systématiques qui auraient pu fausser les résultats. Une des principales difficultés résidait dans le remplissage du condensateur ; en outre, dans l'étude de l'in-

<sup>1</sup> *Pellat*. Journal de physique, vol. X. 1881.

fluence de la température sur la capacité inductive spécifique, il a fallu utiliser plusieurs étuves qui ont nécessité certaines mesures de précaution sur lesquelles je m'étendrai un peu.

DISPOSITIONS DES CONDENSATEURS A LA TEMPÉRATURE ORDINAIRE. — Les deux condensateurs étaient isolés sur un bloc de paraffine et placés dans une caissette en bois hermétiquement fermée, à l'abri de la poussière et des influences extérieures; une quantité considérable d'acide sulfurique concentré servait à maintenir l'état hygroscopique de l'air à un degré convenable. Un des condensateurs que je désignerai dorénavant par le n° 1, resta constamment sans être rempli de liquide et servit ainsi d'étalon pendant tout le temps des mesures.

La capacité du condensateur n° 2 en fonction de celle du premier était d'abord mesurée, l'espace entre les deux cylindres étant occupé par une couche d'air à la température du laboratoire. Cette mesure terminée, le condensateur n° 2 était délicatement enlevé de la caisse où il était placé et le remplissage commençait. Il fallait éviter la production de bulles d'air pouvant rester attachées aux parois de cet espace resserré; à cet effet le cylindre était incliné d'un certain angle et j'introduisais le liquide à l'aide d'un tube effilé en ayant soin de le faire jaillir contre la paroi; il était ramené dans la position verticale lorsque la quantité de liquide introduite était jugée suffisante pour remplir complètement l'espace compris entre les bases des deux cylindres; ensuite un mouvement de rotation et de trépidation était imprimé au condensateur afin d'en chasser les bulles d'air. La production de ces bulles fut ainsi complètement évitée comme le prouve la concordance des résultats obtenus avec différents remplissages faits avec le même liquide.

Une série de mesures et d'essais préliminaires avaient démontré que les déplacements et les mouvements de rotation et de trépidation du condensateur ne lui faisaient subir aucune variation de capacité; car les deux cylindres emboîtaient l'un dans l'autre avec un frottement assez énergique dû aux isolateurs d'ébonite. Dans ces essais les mouvements indiqués ci-dessus furent considérablement amplifiés sans que les variations de capacité en résultant dépassassent jamais 0,0007. De ce côté-là aucune erreur n'était donc à craindre.

Lorsque le diélectrique à étudier était une huile végétale peu fluide, j'introduisais dans l'espace occupé par le liquide, entre



les deux cylindres, une tige de maillechort rigide, que je mouvais dans toutes les directions possibles, afin de chasser les bulles d'air adhérent aux parois.

DISPOSITION DES CONDENSATEURS A UNE TEMPÉRATURE AU-DESSUS DE LA MOYENNE. — Les déterminations de la capacité inductive spécifique à une température au-dessus de la moyenne ont été faites en plaçant le condensateur n° 2 dans une étuve à air chaud. Cette étuve était formée par un double cylindre en tôle de cuivre, dans l'espace libre duquel circulait un courant d'air chaud obtenu en plaçant sous l'appareil un brûleur à gaz dont on pouvait régler la flamme à volonté. On obtenait ainsi, au bout d'un certain temps, une température assez constante pouvant varier entre des limites très étendues suivant l'intensité de la flamme du brûleur. Le condensateur était placé dans le cylindre intérieur de l'étuve et isolé sur une plaque de soufre qui, mieux que les autres isolants, pouvait résister aux températures élevées. Le remplissage s'effectuait dans l'étuve elle-même en observant les mêmes précautions que précédemment. Le condensateur étalon restait constamment à sa place primitive.

DISPOSITION DES CONDENSATEURS A UNE TEMPÉRATURE AU-DESSOUS DE LA MOYENNE. — Les températures inférieures à celles de l'air ambiant étaient obtenues à l'aide d'une double enveloppe cylindrique en zinc dont l'espace libre était rempli de glace concassée. Le condensateur était isolé sur une plaque de paraffine. Le couvercle de l'appareil réfrigérant, ainsi que celui de l'étuve mentionnée plus haut, était percé de cinq trous ; deux d'entre eux servaient de passage aux fils reliant le condensateur au circuit, deux autres servaient à introduire les thermomètres, et le dernier, le plus grand de tous, avait pour but de permettre le remplissage du condensateur afin de combattre les effets de l'évaporation.

Cet appareil avait un défaut impossible à éviter complètement, savoir la condensation de la vapeur d'eau sur les parois du condensateur ; j'essayai d'absorber cette vapeur d'eau en tapissant les parois du vase réfrigérant de papier à filtrer saupoudré d'acide phosphorique anhydre, sans parvenir à un résultat satisfaisant. Je reviendrai plus tard sur cette cause d'erreur.



**MESURE DE LA TEMPÉRATURE.** — La température du liquide contenu dans le condensateur fut constamment mesurée à l'aide de deux thermomètres placés à mi-hauteur du cylindre et à 0,5 cent. des parois intérieure et extérieure. La moyenne des indications de ces deux thermomètres coïncide assez exactement avec la température moyenne du liquide, car dans cet espace resserré aucun courant ne peut se produire. Une mesure thermo-électrique de la température en divers points n'était guère possible, vu l'exiguïté de l'espace occupé par le liquide; elle n'aurait d'ailleurs pu être exécutée qu'avant et après chaque détermination de la capacité, ce qui en aurait diminué l'exactitude.

**MANIÈRE DE PROCÉDER AUX MESURES.** — Les deux condensateurs vides étaient placés dans le circuit; en combinant entre eux les couples de fils A à F et en déplaçant les curseurs sur les rhéostats I à III, je déterminais la position de ces derniers, correspondant, suivant les cas, au silence absolu ou au bruit minimum dans le téléphone.

La valeur des résistances ainsi déterminées étant notée, je faisais de nouvelles mesures en variant les combinaisons des divers couples de fils; les moyennes  $W_1'$ ,  $W_2'$  de ces valeurs donnaient immédiatement la capacité  $C_2'$  du condensateur n° 2 en fonction de celle du premier, savoir :

$$C_2' = \frac{W_1'}{W_2'} \cdot C_1.$$

En employant la force électro-motrice de charge 29,8 qui fut utilisée dans la majorité des mesures, le téléphone devait pouvoir être réduit au silence absolu, si les condensateurs étaient en bon état; un bruit minimum un peu fort indiquait que l'isolement des armatures des condensateurs laissait à désirer par suite de la présence de poussières entre les deux cylindres, ou d'un défaut dans les isolateurs d'ébonite.

Je procédais ensuite au remplissage du condensateur n° 2 en suivant les précautions mentionnées précédemment; le circuit rétabli, une série de mesures donnaient les valeurs  $W_1''$  et  $W_2''$  des résistances de compensation, d'où il résultait comme valeur de la capacité de ce condensateur avec une couche de liquide comme diélectrique

$$C_2'' = \frac{W_1''}{W_2''} C_1.$$

Le bruit minimum du téléphone pouvait, dans la majorité des cas, être rendu nul ; l'intensité plus ou moins grande de ce bruit était un moyen rapide de constater le degré de conductibilité électrique du liquide.

La capacité inductive spécifique de l'air étant prise comme unité, celle du liquide étudié se déduisait immédiatement des mesures ci-dessus à l'aide de la formule

$$\delta = \frac{C_2''}{C_2'}.$$

Les recherches de Boltzmann ayant montré que la constante diélectrique des gaz en général et de l'air en particulier, varie excessivement peu avec la température, j'en ai négligé les variations pour les températures dans les limites desquelles les mesures ont été faites.

EXEMPLE D'UNE MESURE COMPLÈTE. — A. *Le diélectrique du condensateur est une couche d'air.*

Température 15°,7.

*Première combinaison.*

| $W_1'$                      | $W_2'$                        |
|-----------------------------|-------------------------------|
| Résistance C = 240,57 ohms. | Résistance A . . 237,31 ohms. |
| D = 240,37                  | B . . 239,01                  |
| E = 170,14                  | F . . 52,19                   |
| <hr/>                       | Rhéostat III div. 0 0,41      |
| $W_1' = 651,08$ ohms.       | II 81 8,32                    |
|                             | <hr/>                         |
|                             | $W_2' = 537,74$               |

$$C_2' = \frac{651,08}{537,74} C_1 = 1,2108 C_1$$

*Deuxième combinaison.*

| $W_1'$                        | $W_2'$                        |
|-------------------------------|-------------------------------|
| Résistance A . . 237,31 ohms. | Résistance C . . 240,57 ohms. |
| B . . 239,01                  | D . . 240,37                  |
| E . . 170,14                  | F . . 52,19                   |
| <hr/>                         | Rhéostat III div. 0 0,41      |
| $W_1' = 646,46$               | II 10 1,99                    |
|                               | <hr/>                         |
|                               | $W_2' = 535,53$               |

$$C_2' = \frac{646,46}{535,53} C_1 = 1,2072 C_1$$

*Troisième combinaison.*

| $W_1'$           |              | $W_2'$              |              |
|------------------|--------------|---------------------|--------------|
| Résistance B . . | 239,01 ohms. | Résistance A . .    | 237,31 ohms. |
| F . .            | 52,19        | Rhéostat III div. 0 | 0,41         |
|                  |              | II 25               | 3,03         |
| $W_1' . .$       | 291,20       | $W_2' . .$          | 240,75       |

$$C_2' = \frac{291,20}{240,75} C_1 = 1,2096 C_1$$

*Quatrième combinaison.*

| $W_1'$           |              | $W_2'$              |              |
|------------------|--------------|---------------------|--------------|
| Résistance C . . | 240,57 ohms. | Résistance B . .    | 239,01 ohms. |
| F . .            | 52,19        | Rhéostat III div. 0 | 0,41         |
|                  |              | II 20               | 2,52         |
| $W_1' . .$       | 292,76       | $W_2' . .$          | 241,94       |

$$C_2' = \frac{292,76}{241,94} C_1 = 1,2100 C_1$$

Et ainsi de suite pour les quatre autres combinaisons dont je fis usage; la moyenne des valeurs de  $C_2'$  ainsi obtenues est 1,2095 avec un écart maximum de la moyenne de 0,0023, c'est-à-dire de 0,2 %.

*B. Le diélectrique du condensateur est une couche de benzol.*

|                                   |            |
|-----------------------------------|------------|
| Commencement du remplissage . . . | 9 h. 45 m. |
| Commencement des mesures . . .    | 9 h. 58 m. |
| Température intérieure . . . . .  | 15°,4      |
| » extérieure . . . . .            | 15°,0      |
| » moyenne . . . . .               | 15°,2      |

*Première combinaison.*

| $W_1''$          |              | $W_2''$                   |        |
|------------------|--------------|---------------------------|--------|
| Résistance B . . | 239,01 ohms. | Résistance A . . . . .    | 237,31 |
| C . .            | 240,57       | F . . . . .               | 52,19  |
| D . .            | 240,37       | Rhéostat III div. 150 . . | 16,26  |
| E . .            | 170,14       | II div. 74 . .            | 8,13   |
| $W_1'' . .$      | 890,09       | $W_2'' . . . .$           | 313,89 |

$$C_2'' = \frac{890,09}{313,89} C_1 = 2,8357 C_1$$

*Deuxième combinaison.*

| $W_1''$  |              | $W_2''$                   |        |
|--|--------------|---------------------------|--------|
| Résistance A . .                                 | 237,31 ohms. | Résistance D . . . . .    | 240,37 |
| B . .  | 239,01       | F . . . . .               | 52,19  |
| C . .  | 240,57       | Rhéostat III div. 150 . . | 16,26  |
| E . .  | 170,14       | II div. 38 . .            | 4,42   |
| <hr/>  |              | <hr/>                     |        |
| $W_1''$ . .                                      | 886,03       | $W_2''$ . . . . .         | 313,24 |
| $C_2'' = \frac{887,03}{313,24} C_1 = 2,8321 C_1$ |              |                           |        |

*Troisième combinaison.*

| $W_1''$  |              | $W_2''$                   |        |
|--|--------------|---------------------------|--------|
| Résistance A . .                                 | 237,31 ohms. | Résistance C . . . . .    | 240,57 |
| B . .  | 239,01       | F . . . . .               | 52,19  |
| D . .  | 240,37       | Rhéostat III div. 150 . . | 16,26  |
| E . .  | 170,14       | II div. 30 . .            | 3,57   |
| <hr/>  |              | <hr/>                     |        |
| $W_1''$ . .                                      | 886,83       | $W_2''$ . . . . .         | 312,59 |
| $C_2'' = \frac{886,83}{312,59} C_1 = 2,8369 C_1$ |              |                           |        |

*Quatrième combinaison.*

| $W_1''$  |              | $W_2''$                   |        |
|--|--------------|---------------------------|--------|
| Résistance A . .                                 | 237,31 ohms. | Résistance B . . . . .    | 239,31 |
| C . .  | 240,57       | F . . . . .               | 52,19  |
| D . .  | 240,37       | Rhéostat III div. 150 . . | 16,26  |
| E . .  | 170,14       | II div. 48 . .            | 5,48   |
| <hr/>  |              | <hr/>                     |        |
| $W_1''$ . .                                      | 888,39       | $W_2''$ . . . . .         | 313,24 |
| $C_2'' = \frac{888,39}{313,24} C_1 = 2,8362 C_1$ |              |                           |        |

Fin des mesures . . . . . 10 h. 07 m.

Température intérieure . . . . . 15°,7

» extérieure . . . . . 15°,5

Moyenne . . . . . 15°,6

Moyenne de  $C_2'$  . . . . . 1,2095  $C_1$

Moyenne de  $C_2''$  . . . . . 2,8352  $C_1$

Donc  $\delta = \frac{2,8352}{1,2095} = 2,3443$  pour  $t = 15°,4$ .

**EXACTITUDE ATTEINTE.** — Après avoir reconnu, comme il le sera démontré plus loin, que la constante diélectrique est indépendante de la force électro-motrice de charge, j'ai toujours fais usage de la combinaison de l'appareil d'induction donnant le maximum de précision dans la fixation de la position du curseur sur le rhéostat, correspondant au bruit minimum du téléphone, sans toutefois descendre au-dessous d'un potentiel moyen de charge égal à 10 unités de l'échelle arbitraire donnée précédemment. La position du curseur a ainsi toujours pu être fixée à 3 centimètres près, la résistance du circuit étant de 600 ohms, par exemple; il en résulte donc une exactitude de 0,001. L'exemple ci-dessus montre cependant que cette exactitude n'a pas été atteinte en général; cela provient de petites erreurs dans la valeur des résistances ou dans leur isolation. Cependant, l'erreur probable de  $C_2'$  et de  $C_2''$  n'ayant pas dépassé 0,002 au maximum, la constante diélectrique  $\delta$ , déterminée à l'aide de ces valeurs, devait être exacte à 0,004 près; c'est ce que les mesures ont démontré.

#### IV. Etude des causes pouvant avoir une influence sur les résultats définitifs.

Plusieurs causes peuvent avoir une influence sur la valeur de la constante diélectrique déterminée de la manière indiquée plus haut, comme par exemple le contact du liquide avec les armatures métalliques du condensateur, la force électro-motrice de charge, la température, etc. Aussi ai-je effectué un grand nombre de mesures, afin de rechercher quelle pouvait être l'influence de chacune d'elles.

**INFLUENCE DU CONTACT DU LIQUIDE AVEC LES ARMATURES MÉTALLIQUES DU CONDENSATEUR.** — Cette influence est sensible, mais n'atteint pas cependant la valeur qu'on pourrait lui attribuer de prime abord. Tous les liquides étudiés ont été colorés plus ou moins en vert, à la suite d'un séjour plus ou moins prolongé dans le condensateur. J'ai renoncé à faire dorer les cylindres, la dorure ne pouvant résister aux nettoyages qui devaient avoir lieu après chaque mesure et qui étaient en général longs et pénibles. L'augmentation de coloration était accompagnée d'un accroissement proportionnel dans la conductibilité

et la constante diélectrique du liquide. L'augmentation de conductibilité ne fut pas mesurée autrement que par l'augmentation d'intensité du bruit minimum perçu au téléphone. La coloration croissait beaucoup plus par des remplissages répétés que par un séjour prolongé dans le condensateur; ceci s'expliqua facilement par le frottement du liquide contre les parois du condensateur.

Les chiffres contenus dans les tableaux suivants montrent l'influence de remplissages répétés sur la capacité inductive spécifique du liquide; il est bon de remarquer que les mesures deviennent de plus en plus difficiles, d'un remplissage à l'autre, par suite de l'augmentation de la conductibilité.

*Toluol.*

| Température de l'air. | $C_2'$ | Température du liquide. | $C_2''$ | $\delta$ | Observations.               |
|-----------------------|--------|-------------------------|---------|----------|-----------------------------|
| 17°,5                 | 1,2128 | 17°,3                   | 2,8685  | 2,3653   | 1 <sup>er</sup> remplissage |
| 18°,8                 | 1,1986 | 19°,2                   | 2,8456  | 2,3744   | 2 <sup>me</sup> »           |
| 16°,7                 | 1,1904 | 16°,5                   | 2,8359  | 2,3824   | 3 <sup>me</sup> »           |

*Pétrole ordinaire N° 1.*

| Température de l'air. | $C_2'$ | Température du liquide. | $C_2''$ | $\delta$ | Observations.               |
|-----------------------|--------|-------------------------|---------|----------|-----------------------------|
| 15°,5                 | 1,1919 | 16°,4                   | 2,5289  | 2,1218   | 1 <sup>er</sup> remplissage |
| 16°,0                 | 1,2833 | 16°,3                   | 2,7355  | 2,1309   | 2 <sup>me</sup> »           |
| 16°,8                 | 1,1975 | 17°,0                   | 2,5586  | 2,1367   | 3 <sup>me</sup> »           |

*Pétrole rectifié.*

| Température de l'air. | $C_2'$ | Température du liquide. | $C_2''$ | $\delta$ | Observations.               |
|-----------------------|--------|-------------------------|---------|----------|-----------------------------|
| 16°,4                 | 1,1943 | 16°,6                   | 2,6190  | 2,1930   | 1 <sup>er</sup> remplissage |
| 15°,3                 | 1,1901 | 15°,9                   | 2,6174  | 2,1993   | 2 <sup>me</sup> »           |
| 17°,1                 | 1,1865 | 17°,3                   | 2,6155  | 2,2044   | 3 <sup>me</sup> »           |



En examinant ces chiffres on voit que la constante diélectrique augmente d'une manière assez régulière d'un remplissage à l'autre; cependant, pour juger d'une manière exacte de cette augmentation, il faut aussi tenir compte de l'effet provenant des différences de température entre les diverses observations, dont il sera question plus loin.

Une série de mesures furent ensuite faites afin de rechercher l'influence du contact permanent du liquide sur la constante diélectrique; cette influence fut trouvée la même pour tous les liquides étudiés; je remarquai constamment une légère augmentation de la constante diélectrique, augmentation d'abord rapide et sensible et suivant ensuite une marche asymptotique. Je me bornerai donc à citer les mesures suivantes, faites sur le pétrole ordinaire de dix en dix minutes, pendant une heure; dans ces recherches l'appareil d'induction ne fonctionnait que juste le temps nécessaire à faire les mesures, et avant celles-ci la minime quantité de liquide évaporée était remplacée chaque fois.

Commencement des mesures 6 h. 0 m.

Température . . . . . 16°,2

$W_1'' = 719,95$  ohms.

$W_2'' = 280,48$  ohms, savoir  $[A + I(150) + III(190) + II(55).]$

donc  $C_2'' = \frac{719,95}{280,48} C_1 = 2,5672 C_1$

|                     |        |         |         |         |         |         |        |
|---------------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
|                     | 6 h. 0 | 6 h. 10 | 6 h. 20 | 6 h. 30 | 6 h. 40 | 6 h. 50 | 7 h. 0 |
| Rhéostat II div. 55 | 53     | 52      | 51      | 51      | 50      | 50      |        |

Cette variation de 0,5 ohm environ dans la résistance  $W_2''$  correspond à une variation de 0,002 dans  $C_2''$  et dans la constante diélectrique.

En me basant sur les résultats qui précèdent, je me suis, dans la suite, toujours conformé aux deux règles suivantes :

1° Ne faire servir le même liquide qu'une seule fois pour la détermination de la capacité inductive spécifique.

2° Faire les mesures le plus rapidement possible entre les 10 et 15 premières minutes après le remplissage.

## INFLUENCE DE LA FORCE ÉLECTRO-MOTRICE DE CHARGE.

— A l'aide des dispositifs décrits tout au long dans un chapitre précédent et permettant de varier le potentiel moyen de charge dans le rapport de 1 à 60, j'ai recherché si la constante diélectrique dépendait d'une manière quelconque du potentiel auquel le condensateur était chargé; je n'ai pu constater aucune variation dans les limites de l'exactitude à laquelle je pouvais prétendre, c'est-à-dire à 0,001 près au minimum. Les chiffres suivants donnent le résultat d'une des nombreuses séries de mesures qui furent exécutées; le liquide étudié est le toluol.

$$W_1'' = 890,09 \text{ ohms, savoir } (B + C + D + E).$$

$$W_2'' = 312,67 \text{ ohms, savoir } [A + F + \text{III (190)} + \text{II (120)}]$$

donc

$$C_2 = \frac{890,09}{312,67} \cdot C_1 = 2,8468 C_1.$$

Commencement des mesures 10 h. 55.

Température . . . . . 19°,0.

| Force électro-motrice. | Position du curseur. | Observations.      | Force électro-motrice. | Position du curseur. | Observations.                     |
|------------------------|----------------------|--------------------|------------------------|----------------------|-----------------------------------|
| 1                      | 120                  | Mesure incertaine. | 24,6                   | 125                  | Étincelles traversant le liquide. |
| 2,80                   | 124                  |                    | 29,8                   | 124                  |                                   |
| 6,43                   | 123                  |                    | 47,0                   | 123                  |                                   |
| 15,6                   | 124                  |                    | 61,0                   | 124                  |                                   |

Fin des mesures 11 h. 07 m.

Température 19°,1.

Les mesures effectuées avec une force électro-motrice trop faible n'ont pas la même exactitude que celles faites avec une force électro-motrice moyenne; car la longueur sur laquelle je pouvais déplacer le curseur, sans percevoir aucun son dans le téléphone, était trop considérable pour déterminer avec assez d'exactitude le point correspondant au minimum absolu; de

même les mesures faites avec une force électro-motrice considérable sont moins exactes, à cause de l'intensité considérable du bruit minimum dans le téléphone.

Ces recherches étaient faites 45 minutes au moins après la fin du remplissage, afin d'éliminer l'influence du contact des armatures, arrivé, après ce laps de temps, à une valeur stationnaire.

On objectera peut-être que l'influence de la force électro-motrice sur la constante diélectrique, en admettant qu'elle existe, ne peut être constatée de cette manière; car les deux condensateurs que l'on compare étant chargés au même potentiel, cette influence doit se faire sentir de la même manière dans les deux. Cette objection est fondée; mais il est aussi très plausible d'admettre, par simple analogie avec d'autres phénomènes physiques, que cette influence doit se manifester à un degré d'intensité différent dans le condensateur à liquide que dans celui à air, en sorte que rien ne dit qu'elle ne puisse être constatée de la manière indiquée plus haut.

INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE. — J'ai étudié, relativement à ce point, le benzol, le toluol et le sulfure de carbone; chez ces trois liquides j'ai observé une diminution de la constante diélectrique avec une augmentation de la température.

Les mesures à une température au-dessus de celle de la salle d'observations étaient faites en plaçant le condensateur dans l'étuve décrite dans un paragraphe précédent; j'attendais que les températures indiquées par les deux thermomètres devinssent égales et restassent constantes; j'effectuais ensuite la mesure de la capacité du condensateur en notant la température au commencement et à la fin des observations. Aussitôt après j'enlevais le couvercle de l'étuve, et le remplissage du condensateur, dans l'étuve même, commençait en observant les précautions déjà décrites plusieurs fois; j'avais soin de chauffer le liquide à une température de 15° supérieure à celle du condensateur. Au bout de trois minutes environ le remplissage était terminé; je fermais hermétiquement l'étuve et j'attendais 10 minutes avant de procéder aux mesures; au bout de ce temps, la température qui avait baissé pendant ces manipulations, avait repris sa valeur primitive. Pendant toute la durée des mesures, les températures indiquées par les deux thermomètres étaient

notées de 2 en 2 minutes et le condensateur était, avec le plus grand soin, maintenu plein à déborder.

Dans les mesures à une température au-dessous de la moyenne, faites en plaçant le condensateur dans l'appareil réfrigérant mentionné précédemment, j'ai fait usage de précautions analogues à celles indiquées ci-dessus. Les résultats obtenus à l'aide de cette disposition sont entachés d'une erreur systématique qui les a rendus tous trop grands. Cette erreur a sa source dans la condensation de la vapeur d'eau par suite de la basse température de l'appareil réfrigérant. Cette condensation se produisait sur les parois du condensateur et sur les isolateurs d'ébonite; l'isolement n'était ainsi jamais aussi bon que dans les mesures effectuées à une température égale ou supérieure à la moyenne. En outre le liquide introduit dans le condensateur y trouvait une certaine quantité de vapeur d'eau condensée, quantité minime, il est vrai, mais qui suffisait néanmoins à augmenter sa conductibilité et partant sa constante diélectrique. C'est dans ce fait qu'il faut rechercher l'explication de l'anomalie existant dans le coefficient de variation de la constante diélectrique avec la température, suivant qu'on le déduit des mesures faites à 5° et 15° par exemple, ou de celles faites entre 15° et 45°.

Voici les résultats obtenus :

*Benzol.*

| Température<br>de l'air. | $C_2'$ | Température<br>du liquide. | $C_2''$ | $\delta$ |
|--------------------------|--------|----------------------------|---------|----------|
| 16°,0                    | 1,2095 | 15°,3                      | 2,8354  | 2,3443   |
| 15°,7                    | 1,2096 | 16°,3                      | 2,8269  | 2,3371   |
| 18°,7                    | 1,2100 | 18°,2                      | 2,8256  | 2,3352   |
| 18°,0                    | 1,2236 | 19°,1                      | 2,8466  | 2,3266   |
| 32°,3                    | 1,2136 | 32°,1                      | 2,7714  | 2,2837   |
| 46°,3                    | 1,2183 | 46°,0                      | 2,7427  | 2,2513   |
| 45°,7                    | 1,2136 | 48°,5                      | 2,7241  | 2,2452   |

Il résulte des chiffres ci-dessus le résumé suivant :

| Température. | Const. diélectr. | Variation de $\delta$<br>pour $1^\circ = \Delta\delta$ |
|--------------|------------------|--|
| 15°,8        | 2,3407           | 0,00338  |
| 18°,7        | 2,3309           |  |
| 32°,3        | 2,2837           | 0,00348  |
| 47°,2        | 2,2483           | 0,00238  |

d'où l'on obtient

$$\Delta\delta = 0,00308.$$

*Toluol.*

| Température<br>de l'air. | $C_2'$ | Température<br>du liquide. | $C_2''$ | $\delta$ |
|--------------------------|--------|----------------------------|---------|----------|
| 4°,6                     | 1,2133 | 3°,4                       | 2,8844  | 2,3774   |
| 4°,5                     | 1,2218 | 3°,8                       | 2,8989  | 2,3728   |
| 17°,5                    | 1,2168 | 16°,9                      | 2,8754  | 2,3631   |
| 17°,4                    | 1,2127 | 17°,5                      | 2,8701  | 2,3667   |
| 45°,7                    | 1,2170 | 44°,7                      | 2,7592  | 2,2636   |
| 45°,0                    | 1,2362 | 44°,8                      | 2,7984  | 2,2638   |

On obtient comme pour le benzol le résumé suivant :

| Température. | Const. diélectr. | Variation de $\delta$<br>pour $1^\circ = \Delta\delta$ |
|--------------|------------------|--|
| 3°,6         | 2,3751           | 0,00072  |
| 17°,2        | 2,3649           |  |
| 44°,8        | 2,2637           | 0,00366  |

Je reviendrai plus tard sur la valeur de  $\Delta\delta$  qui se déduit de ces mesures.



*Sulfure de carbone.*

| Température<br>de l'air. | $C_2'$ | Température<br>du liquide. | $C_2''$ | $\delta$ |
|--------------------------|--------|----------------------------|---------|----------|
| 20,8                     | 1,2010 | 30,0                       | 3,1581  | 2,6296   |
| 140,8                    | 1,1963 | 140,5                      | 3,1284  | 2,6150   |
| 160,7                    | 1,2121 | 160,9                      | 3,1544  | 2,6033   |

De ce tableau résulte pour la variation de la constante diélectrique correspondant à une variation de 1° de la température

$$\Delta\delta = 0,0016$$

N'ayant à ma disposition qu'une quantité restreinte de chaque liquide, je n'ai pu, à mon grand regret, faire un nombre plus considérable de mesures.

DISCUSSION DES RÉSULTATS. — La variation observée dans la constante diélectrique des liquides étudiés ne peut provenir d'un changement de dimensions du condensateur survenu après la mesure de la capacité du condensateur vide de liquide; en effet, la capacité du condensateur à air était mesurée lorsque la température de l'étuve et partant celle des cylindres avaient atteint la valeur constante à laquelle les mesures devaient être faites; une dilatation anormale ne pouvait donc avoir lieu.

Il ne peut non plus être question de l'influence d'une dilatation, par suite du contact avec le liquide, des isolateurs d'ébonite placés à la base du cylindre intérieur; ces isolateurs n'ont qu'une épaisseur de 1,2<sup>mm</sup> au maximum et une variation de 0,1<sup>mm</sup> ne produirait qu'une variation de 0,004 dans la capacité, tandis que l'on en constate une égale à 0,04.

L'explication de cette variation par la présence de bulles d'air dans le condensateur qui, en se dilatant par suite de la température élevée, en diminuaient la capacité, n'est guère admissible, vu le soin avec lequel le remplissage était fait et la concordance des résultats obtenus à des époques différentes.

Le coefficient de variation de la capacité inductive spécifique des liquides étudiés a été trouvé plus grand entre 17° et 45° qu'entre 4° et 17°; cette anomalie provient du défaut capital de l'appareil employé à la production des basses températures et sur lequel j'ai déjà insisté dans un paragraphe précédent. Il est



donc tout à fait logique de n'admettre comme concluantes que les mesures faites à une température égale ou au-dessus de celle de la salle d'observations. Il faudra répéter ces mesures en hiver, alors que la source d'erreurs résidant dans la condensation de la vapeur d'eau n'existera plus.

Je puis donc résumer les résultats obtenus pour la capacité inductive spécifique du benzol et du toluol par les deux formules suivantes valables entre 15° et 45° :

Benzol

$$\delta = 2,3358 + 0,00308 (17^{\circ},3 - t)$$

Toluol

$$\delta = 2,3649 + 0,00366 (17^{\circ},2 - t)$$

### V. Résultats définitifs.

Je passe maintenant aux résultats obtenus pour la capacité inductive spécifique des six liquides qui ont été l'objet de mes recherches; tous les nombres qui en résultent se rapportent à la température ambiante, c'est-à-dire à une température variant entre 15° et 19°.

#### *Pétrole ordinaire n° 1.*

Echantillon de couleur jaunâtre fortement prononcée :

| $t_a$ | $c_2'$ | $t_1$ | $c_2''$ | $\delta$ |
|-------|--------|-------|---------|----------|
| 15°,5 | 1,1919 | 16°,4 | 2,5289  | 2,1218   |
| 16°,3 | 1,1995 | 15°,7 | 5,5490  | 2,1250   |

Moyenne  $\delta = 2,1234$  pour  $t = 16^{\circ},2$ .

#### *Pétrole ordinaire n° 2.*

Echantillon de couleur bleuâtre presque totalement incolore.

| $t_a$ | $c_2'$ | $t_1$ | $c_2''$ | $\delta$ |
|-------|--------|-------|---------|----------|
| 14°,2 | 1,2134 | 14°,3 | 2,5405  | 2,0938   |
| 15°,7 | 1,2299 | 16°,4 | 2,5651  | 2,0856   |

Moyenne  $\delta = 2,0897$  pour  $t = 15^{\circ},4$ .

*Pétrole rectifié.*

Acheté comme tel dans un magasin de produits chimiques.

| $t_a$ | $c_2'$ | $t_1$ | $c_2''$ | $\delta$ |
|-------|--------|-------|---------|----------|
| 19°,0 | 1,1860 | 19°,5 | 2,6056  | 2,1970   |
| 16°,4 | 1,1943 | 16°,7 | 2,6264  | 2,1930   |

Moyenne  $\delta = 2,1950$  pour  $t = 17^\circ,7$ .

*Toluol n° 1.*

| $t_a$ | $c_2'$ | $t_1$ | $c_2''$ | $\delta$ |
|-------|--------|-------|---------|----------|
| 17°,5 | 1,2128 | 17°,3 | 2,8685  | 2,3653   |
| 18°,0 | 1,2043 | 18°,2 | 2,8469  | 2,3640   |

Moyenne  $\delta = 2,3646$  pour  $t = 17^\circ,7$ .

*Toluol n° 2.*

| $t_a$ | $c_2'$ | $t_1$ | $c_2''$ | $\delta$ |
|-------|--------|-------|---------|----------|
| 17°,5 | 1,2168 | 16°,9 | 2,8754  | 2,3631   |
| 17°,4 | 1,2127 | 17°,5 | 2,8701  | 2,3667   |

Moyenne  $\delta = 2,3649$  pour  $t = 17^\circ,2$ .

*Benzol cristallisé.*

| $t_a$ | $c_2'$ | $t_1$ | $c_2''$ | $\delta$ |
|-------|--------|-------|---------|----------|
| 16°,0 | 1,2095 | 15°,3 | 2,8354  | 2,3443   |
| 15°,7 | 1,2096 | 16°,3 | 2,8269  | 2,3371   |
| 18°,7 | 1,2100 | 18°,2 | 2,8256  | 2,3352   |
| 18°,0 | 1,2236 | 19°,1 | 2,8466  | 2,3266   |

Moyenne  $\delta = 2,3377$  pour  $\delta = 17^\circ,2$ .

*Sulfure de carbone.*

| $t_a$ | $c_2'$ | $t_1$ | $c_2''$ | $\delta$ |
|-------|--------|-------|---------|----------|
| 14°,8 | 1,1963 | 14°,5 | 3,1284  | 2,6150   |
| 16°,7 | 1,1221 | 16°,9 | 3,1544  | 2,6033   |

Moyenne  $\delta = 2,6091$  pour  $t = 15^\circ,7$ .

*Huile de navet.*

Cet échantillon fut acheté dans une droguerie comme huile de navet la plus pure. La conductibilité étant assez considérable, les mesures furent difficiles.

| $t_a$ | $c_2'$ | $t_1$ | $c_2''$ | $\delta$ |
|-------|--------|-------|---------|----------|
| 19°,4 | 1,2179 | 19°,8 | 3,6580  | 3,004    |
| 20°,5 | 1,2214 | 21°,2 | 3,6903  | 3,021    |
| 20°,2 | 1,2688 | 21°,6 | 3,8519  | 3,041    |
| 21°,1 | 1,2343 | 21°,5 | 3,7559  | 3,043    |

Moyenne  $\delta = 3,027$  pour  $t = 21^\circ,0$ .

*Huile de ricin.*

Les mesures ont été faites dans des conditions de conductibilité excellentes.

| $t_a$ | $c_2'$ | $t_1$ | $c_2''$ | $\delta$ |
|-------|--------|-------|---------|----------|
| 18°,0 | 1,2515 | 19°,4 | 5,7477  | 4,621    |
| 22°,5 | 1,2496 | 22°,4 | 5,7837  | 4,600    |

Moyenne  $\delta = 4,610$  pour  $t = 20^\circ,9$ .

En résumant tous les chiffres qui précèdent, il en résulte le tableau définitif suivant :

|                          | $t$   | $\delta$ | $\Delta\delta$ |
|--------------------------|-------|----------|----------------|
| Pétrole ordinaire n° 1 . | 16°,2 | 2,1234   | —              |
| » » n° 2 .               | 15°,4 | 2,0897   | —              |
| » rectifié. . . .        | 17°,7 | 2,1950   | —              |
| Toluol n° 1 . . . .      | 17°,7 | 2,3646   | —              |
| » n° 2 . . . .           | 17°,2 | 2,3649   | 0,00366        |
| Benzol. . . . .          | 17°,2 | 2,3377   | 0,00308        |
| Sulfure de carbone . .   | 15°,7 | 2,6091   | —              |
| Huile de navet . . . .   | 21°,0 | 3,027    | —              |
| Huile de ricin . . . .   | 20°,9 | 4,610    | —              |

Il faut remarquer que les résultats qui précèdent se rapportent tous à la même durée d'électrisation de  $\frac{1}{50}$  de seconde environ ; il est possible et même fort probable que ces chiffres seraient quelque peu différents si la durée d'électrisation avait été moins considérable.

En étudiant les tableaux précédents au point de vue de la concordance des résultats et de l'exactitude atteinte, on voit que la méthode que j'ai employée est une de celles qui a jusqu'à présent fourni les résultats les plus concordants ; cette méthode ayant en outre l'avantage de pouvoir être employée pour un temps de charge variant entre des limites fort étendues, il est à prévoir qu'elle sera appelée à être employée fréquemment.

## DEUXIÈME PARTIE

**Détermination des indices de réfraction. Leur comparaison avec la constante diélectrique.**

EXPOSÉ DES MESURES. — Toutes les mesures ont été effectuées par la méthode de la déviation minimum, en utilisant un goniomètre de Babinet construit par Dubosq, à Paris. Le cercle était divisé de 20 en 20 minutes et le vernier donnait directement la demi et par approximation le quart de minute. Le prisme à liquide était fermé par deux disques de verre à faces planes et parallèles. Des vis de pression assuraient la stabilité complète et l'étanchéité du système de fermeture. L'angle de réfringence du prisme était mesuré par la méthode ordinaire avant chaque détermination de la déviation minimum; du reste cet angle varia excessivement peu pendant la durée des expériences; sa valeur moyenne fut de  $60^{\circ} 2' 45''$ .

La température du liquide était notée avant et après la mesure de la déviation minimum en introduisant dans la cavité du prisme un thermomètre à boule effilée et en ayant soin que le liquide affleurât toujours à la même hauteur sur la tige thermométrique.

Toutes les observations ont été faites en utilisant la lumière solaire, projetée sur la fente du collimateur par un héliostat. Pour les liquides dont la transparence me l'a permis, j'ai mesuré les indices de réfraction pour les raies B, D, F, G du spectre. En appelant  $A$  l'angle réfringent du prisme, et  $\alpha$  l'angle de déviation minimum de la raie observée, l'indice de réfraction  $n$  pour la longueur d'onde, correspondante à cette raie, est donné par la formule

$$n = \frac{\sin \frac{A + \alpha}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

La détermination de l'indice de réfraction des liquides, par le procédé ordinaire, étant depuis longtemps entrée dans la pratique de la physique, je ne m'étendrai pas sur les détails des mesures.

RÉSULTATS OBTENUS. — J'ai commencé par rechercher si la coloration des liquides provenant de leur contact avec les parois du condensateur a une influence sur leur indice de réfraction; je me suis servi, pour ces mesures, de la lumière monochromatique produite par un globule de sodium rendu incandescent dans la flamme d'un brûleur Bunsen. Je n'ai pu constater aucune influence bien sensible dans les limites de l'exactitude que comportait le goniomètre employé.

Je me borne à citer les indices de réfraction pour la raie D de 7 échantillons de benzol, différant entre eux par l'intensité de leur coloration verdâtre.

| Echantillon n° 1. | Température. | Indice. |
|-------------------|--------------|---------|
| 1 (Benzol pur)    | 22°.2        | 1.4995  |
| 2                 | 21°.3        | 1.5007  |
| 3                 | 21°.3        | 1.5008  |
| 4                 | 21°.2        | 1.5008  |
| 5                 | 20°.3        | 1.5017  |
| 6                 | 20°.2        | 1.5017  |
| 7                 | 20°.0        | 1.5015  |

Si l'on tient compte des températures auxquelles se rapportent les valeurs du tableau ci-dessus et de la variation de l'indice de réfraction avec la température, on voit que les différences qui paraissent exister entre le pouvoir réfringent de ces divers échantillons de benzol sont excessivement faibles. C'est pourquoi j'ai adopté comme indice de réfraction de chaque liquide, pour une longueur d'onde donnée, la moyenne des valeurs fournies par tous les échantillons de chacun d'eux. Les indices de réfraction ainsi obtenus suivent dans le tableau définitif résumant toutes les mesures.

COMPARAISON DE L'INDICE DE RÉFRACTION AVEC LA CONSTANTE DIÉLECTRIQUE. — J'ai déjà mentionné, au commencement de ce travail, que Maxwell<sup>1</sup> et après lui tous ceux

<sup>1</sup> *Maxwell*. Treatise on Electricity and Magnetism. Vol. II, n° 788.



qui se sont occupés de la question qui est ici en jeu, ont pris comme indice de réfraction à comparer avec la racine carrée de la constante diélectrique, le premier terme de la formule de dispersion de Cauchy <sup>1</sup>, c'est-à-dire l'indice correspondant à une longueur d'onde infinie. Or ce premier coefficient dépend du nombre de termes que l'on donne à la formule; en outre, Cauchy l'a établie d'après les mesures de Fraunhofer sur le pouvoir dispersif de certains verres. Il est maintenant prouvé que cette formule qui représente avec assez d'exactitude la dispersion dans certains flints, n'est pas en mesure de le faire pour d'autres substances; d'ailleurs la dispersion suit une loi variable de l'une à l'autre.

Enfin l'optique ne peut guère se représenter des longueurs d'onde non pas infiniment grandes mais de 0,01<sup>mm</sup> seulement; car les recherches les plus récentes <sup>2</sup> sur la dispersion dans la partie ultra-rouge du spectre, n'ont pas atteint une longueur d'onde supérieure à 0,005<sup>mm</sup>. La comparaison que l'on peut faire entre la racine carrée de la constante diélectrique et l'indice de réfraction pour une longueur d'onde infinie est donc tout à fait illusoire.

Il est vrai que cette comparaison devient bien moins facile si l'on ne veut pas faire usage de la formule de Cauchy; on ne peut alors que rechercher à peu près pour quelle longueur d'onde l'indice de réfraction coïncide avec la racine carrée de la constante diélectrique; si cette coïncidence a lieu pour la même longueur d'onde dans toutes les substances, alors la loi donnée par Maxwell pourra être considérée comme vérifiée rigoureusement; de cette manière la vérification est plus ou moins indépendante du temps de charge employé dans la mesure de la constante diélectrique; car l'influence de la durée de l'électrisation se fait alors sentir avec une intensité relative du même ordre dans tous les diélectriques.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus :

<sup>1</sup> *Cauchy*. Mémoire sur la dispersion de la lumière. Prague, 1836.

<sup>2</sup> *H. Becquerel*. Comptes-Rendus, vol. XCIX. 1884.

|                        | Temp. | Indice de réfraction pour les raies |        |        |        | Temp. | $\sqrt{\delta}$ |
|------------------------|-------|-------------------------------------|--------|--------|--------|-------|-----------------|
|                        |       | G                                   | F      | D      | B      |       |                 |
| Pétrole ordinaire n° 1 | 25°,5 | —                                   | 1,4550 | 1,4487 | 1,4460 | 16°,2 | 1,457           |
| » » n° 2               | 25°,7 | —                                   | 1,4539 | 1,4477 | 1,4454 | 15°,4 | 1,445           |
| » rectifié. . .        | 26°,2 | —                                   | 1,4840 | 1,4766 | 1,4744 | 17°,7 | 1,481           |
| Toluol n° 1 . . .      | 21°,9 | 1,5167                              | 1,5062 | 1,4949 | 1,4903 | 17°,7 | 1,537           |
| » n° 2 . . .           | 22°,3 | 1,5165                              | 1,5060 | 1,4948 | 1,4901 | 17°,2 | 1,537           |
| Benzol . . . . .       | 22°,0 | 1,5226                              | 1,5115 | 1,4997 | 1,4949 | 17°,2 | 1,517           |
| Sulfure de carbone .   | 21°,6 | 1,6759                              | 1,6516 | 1,6269 | 1,6174 | 15°,7 | 1,609           |
| Huile de navet . .     | 24°,8 | —                                   | —      | 1,4706 | —      | 21°,0 | 1,737           |
| » de ricin . . .       | 24°,6 | —                                   | —      | 1,4772 | —      | 20°,9 | 2,147           |

Il est regrettable que les indices de réfraction se rapportent à une température différente de celle à laquelle les constantes diélectriques ont été déterminées. Les mesures du pouvoir dispersif devant être faites avec la lumière solaire, il en résultait l'obligation de travailler dans un local exposé au midi; de là la haute température de la salle d'observations; il faut encore ajouter, relativement à ce point, que ces observations eurent lieu dans le courant des mois de juin et juillet.

Malgré cette différence de température, la comparaison peut encore se faire sans trop de peine, en tenant compte soit du coefficient de variation de l'indice de réfraction avec la température, soit de celui de la constante diélectrique. La conclusion qui résulte de la comparaison des chiffres du tableau ci-dessus est tout à fait favorable à l'exactitude de la loi de Maxwell, sauf pour les deux huiles végétales chez lesquelles la concordance entre  $\sqrt{\delta}$  et  $n$  n'a pas lieu même d'une façon approchée.

## TROISIÈME PARTIE

**Etude de l'action du magnétisme sur la capacité inductive spécifique des diélectriques.**

---

INTRODUCTION. — *Hall*<sup>1</sup> a découvert en 1879 que, sous l'action du magnétisme, il se produit dans une feuille métallique traversée par un courant électrique et placée normalement aux lignes de forces d'un champ magnétique, une rotation des lignes équipotentiels du courant. En étudiant cette question au point de vue mathématique, *Rowland*<sup>2</sup> a démontré que le phénomène de Hall doit se manifester dans les diélectriques, c'est-à-dire que le magnétisme doit avoir une influence sur la polarisation dans les diélectriques. Cependant Hall n'a pu constater cette influence dans des expériences qu'il fit en 1880. D'après les déductions théoriques de Rowland, le magnétisme, influençant la polarisation du diélectrique, doit aussi en modifier la capacité inductive spécifique. Cette variation probable de la capacité inductive spécifique d'un diélectrique, suivant qu'il est ou non soumis à l'action du magnétisme, n'a pas encore été, à ma connaissance, l'objet de recherches expérimentales. C'est pourquoi j'ai profité de ce que la méthode exposée tout au long dans les pages qui précèdent permet de mesurer les variations de capacité d'un condensateur avec une grande exactitude pour essayer de résoudre cette question.

La disposition des appareils était la même que dans les mesures des chapitres précédents; elle n'en différait qu'en ce que le condensateur dont la capacité devait être étudiée était placé dans un champ magnétique très intense, pouvant être produit et supprimé à volonté.

<sup>1</sup> *Hall*. Sillimann's American Journal, 1879.

<sup>2</sup> *Rowland*. American Journal of Mathematics, vol. II et III, 1879 et 1880.

**ELECTRO-AIMANT.** — Le champ magnétique était celui d'un puissant électro-aimant modèle Rhumkorff, formé de deux parties mobiles sur une glissière et pouvant être rendues fixes à l'aide de deux écrous. L'électro-aimant était placé verticalement, ses deux moitiés l'une au-dessus de l'autre. Le champ magnétique, c'est-à-dire l'espace compris entre les deux armatures de l'électro-aimant, était de forme cylindrique; il avait un diamètre de 15 centim. et dans les mesures que je discuterai plus loin, sa profondeur fut de 4 centim. au maximum. Le courant excitant les électro-aimants était fourni par une machine Gramme, type d'atelier; son intensité variait entre 20 et 25 ampères suivant les conditions de marche du moteur. On peut donc admettre, sans risquer de commettre une erreur sensible, que le champ magnétique était homogène et son intensité voisine du maximum. Un commutateur servait à faire circuler le courant dans les électro-aimants à volonté, à produire et supprimer ainsi, suivant les besoins, le champ magnétique.

**CONDENSATEUR.** — Le condensateur soumis à l'influence du champ magnétique se composait de deux disques de cuivre de 13 centim. de diamètre, de 8<sup>mm</sup> d'épaisseur, bien plans et bien polis sur les deux faces; un fil de cuivre soudé à leur face extérieure servait à introduire le condensateur dans le circuit. Le diélectrique, mis sous la forme d'un disque à faces planes et parallèles, dépassait d'un centimètre les bords des armatures métalliques. Pour la construction des disques de paraffine, de soufre et de colophane, je me suis servi de la méthode indiquée par Boltzmann dans son mémoire sur les constantes de quelques solides.

L'arrangement du condensateur dans le champ magnétique était le suivant. D'abord, et reposant sur l'armature inférieure A de l'électro-aimant (fig. 4), une mince plaque de paraffine *a* isolant complètement le premier disque métallique *b* du condensateur; sur ce disque *b* la plaque *c* du diélectrique à étudier, puis la seconde armature *d* du condensateur; enfin une planchette de bois dur *f* isolée du condensateur par un mince disque *e* de paraffine et séparée de l'armature supérieure B de l'électro-aimant par une couche d'air *g* de quelques millimètres; cette planchette portait, à chacune de ses extrémités, un poids en plomb de 20 kilogrammes. La pression exercée par cet ar-

rangement était destinée à vaincre les variations de distance des deux armatures du condensateur sous l'influence de l'excitation des électro-aimants. Cet arrangement, qui paraît superflu au premier abord, est absolument nécessaire et ne fut introduit qu'après une série d'essais infructueux <sup>1</sup>. Dans les uns aucune pression n'était exercée sur le condensateur, tandis que dans les autres la partie supérieure B de l'électro-aimant reposait directement sur la seconde plaque isolant le condensateur. Dans les deux cas des variations dans la capacité du condensateur avaient lieu ; elles provenaient, dans le premier, de l'attraction des disques de cuivre par les pôles de l'aimant par suite de la présence de particules de fer adhérant au cuivre après le travail au tour ; dans le second, d'une augmentation de pression résultant de l'attraction exercée par les deux pôles l'un sur l'autre, à laquelle les écrous d'arrêt ne pouvaient résister que d'une manière imparfaite.

Le condensateur étalon, ayant une couche d'air comme diélectrique, était un condensateur à disques de Kohlrausch.

La charge des condensateurs était effectuée, comme dans les mesures de la première partie de ce travail, par un appareil d'induction Dubois-Reymond actionné par 4 éléments Daniell ; l'égalité de la relation fondamentale était obtenue de la même manière avec le même téléphone et les mêmes résistances.

**MANIÈRE D'EFFECTUER LES MESURES. EXACTITUDE ATTEINTE.** — J'ai procédé de deux manières dans les mesures qui vont suivre. La première consiste à déterminer, le champ magnétique n'étant pas excité, la position du curseur correspondant à l'extinction du bruissement dans le téléphone ; ensuite, les électro-aimants étant excités, à trouver la nouvelle position zéro du rhéostat à curseur. Les chiffres suivants donnent une idée de l'exactitude atteinte de cette manière. Les deux condensateurs ayant une couche d'air de 3<sup>mm</sup> environ

<sup>1</sup> Ces essais furent d'abord effectués en mesurant directement la capacité du condensateur soumis à l'action du champ magnétique à l'aide d'un électromètre à cadran de Thomson ; je ne m'étends pas sur ces mesures car leur exactitude était beaucoup plus faible que celle qui fut atteinte dans les recherches qui suivent.



comme diélectrique, les résistances  $W_1$ ,  $W_2$ , correspondantes aux capacités  $C_1$ ,  $C_2$ , des condensateurs I et II étaient :

$$W_1 = 531.77$$

$$W_2 = 507.70$$

La position du curseur sur le rhéostat, correspondant au silence dans le téléphone, pouvait être déterminée à 2 centim. près. Or à un déplacement du curseur de 1 centim. correspond une variation de 0,1 ohm environ ; les résistances  $W_1$ ,  $W_2$  pouvaient donc être déterminées à 0,2 ohm près, c'est-à-dire avec une exactitude de 0,0004 au moins.

Dans la seconde méthode un aide ouvre et ferme alternativement le courant excitant les électro-aimants ; pendant ce temps on observe au téléphone s'il en résulte un renforcement du bruit minimum ou un bruit nouveau suivant le cas. Cette méthode, basée sur la perceptibilité de variations dans l'intensité d'un son très faible, est au moins aussi exacte que la première ; car l'ouverture et la fermeture du courant pouvant se faire suivant un certain rythme, celui-ci doit se reproduire dans le bruit perçu au téléphone si l'influence pressentie existe réellement ; les variations d'intensité du son sont ainsi rendues beaucoup plus facilement perceptibles.

RÉSULTATS. — J'ai étudié les quatre substances que l'on peut appeler les bons diélectriques, savoir la paraffine, l'ébonite, la colophane et le soufre ; les disques de chaque substance qui furent l'objet de mesures exactes avaient une épaisseur variant entre 1,5<sup>mm</sup> et 7<sup>mm</sup>. Les résultats obtenus ont été les mêmes dans tous les cas ; c'est pourquoi je ne donne ci-après le détail des mesures et des résultats que pour une seule épaisseur de chacun des diélectriques. J'ai constamment fait les mesures à double, c'est-à-dire obtenu la position du curseur correspondant au bruit minimum du téléphone en variant successivement les résistances  $W_1$  et  $W_2$  ; l'indice 1 désigne dans les tableaux suivants les quantités relatives au condensateur étalon, l'indice 2 celles qui se rapportent au condensateur à diélectrique variable.



*Paraffine.* — Epaisseur du disque, 3,1<sup>mm</sup>.

| $W_1$                                   |   | $W_2$           | $W_1$           | $W_2$                                 |                                       |
|---|---|-----------------|-----------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| Champ magnétique<br>excité.             | non excité.                             |                 |                 | Champ magnétique<br>excité.           | non excité.                           |
| 176,88 ohms.<br>+ Rhéostat III. Div. 95 | 176,88 ohms.<br>+ Rhéostat III. Div. 94 | 483,18 $\omega$ | 187,26 $\omega$ | 476,22 ohms.<br>+ Rhéostat I. Div. 60 | 476,32 ohms.<br>+ Rhéostat I. Div. 59 |
| 96                                      | 96                                      |                 |                 | 62                                    | 61                                    |
| 95                                      | 95                                      |                 |                 | 60                                    | 60                                    |
| 96                                      | 94                                      |                 |                 | 59                                    | 62                                    |
| 94                                      | 95                                      |                 |                 | 60                                    | 58                                    |

*Ebonite.* — Epaisseur du disque, 1,4<sup>mm</sup>.

| $W_1$                                   |   | $W_2$           | $W_1$           | $W_2$                                 |                                       |
|---|---|-----------------|-----------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| Champ magnétique<br>excité.             | non excité.                             |                 |                 | Champ magnétique<br>excité.           | non excité.                           |
| 239,01 ohms.<br>+ Rhéostat III. Div. 90 | 239,01 ohms.<br>+ Rhéostat III. Div. 89 | 252,28 $\omega$ | 248,86 $\omega$ | 247,02 ohms.<br>+ Rhéostat I. Div. 45 | 247,02 ohms.<br>+ Rhéostat I. Div. 44 |
| 91                                      | 90                                      |                 |                 | 47                                    | 46                                    |
| 90                                      | 91                                      |                 |                 | 44                                    | 45                                    |
| 89                                      | 90                                      |                 |                 | 46                                    | 43                                    |
| 90                                      | 91                                      |                 |                 | 45                                    | 45                                    |

*Colophane.* — Epaisseur du disque, 3,2<sup>mm</sup>.

| $W_1$                                   |   | $W_2$           | $W_1$           | $W_2$                                 |                                       |
|---|---|-----------------|-----------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| Champ excité.                           | magnétique non excité.                  |                 |                 | Champ excité.                         | magnétique non excité.                |
| 179,83 ohms.<br>+ Rhéostat III. Div. 32 | 179,83 ohms.<br>+ Rhéostat III. Div. 33 | 485,87 $\omega$ | 183,63 $\omega$ | 476,22 ohms.<br>+ Rhéostat I. Div. 85 | 476,32 ohms.<br>+ Rhéostat I. Div. 86 |
| 33                                      | 32                                      |                 |                 | 87                                    | 85                                    |
| 32                                      | 33                                      |                 |                 | 84                                    | 85                                    |
| 32                                      | 32                                      |                 |                 | 86                                    | 87                                    |
| 33                                      | 33                                      |                 |                 | 85                                    | 86                                    |

*Soufre.* — Epaisseur du disque, 4,9<sup>mm</sup>.

| $W_1$                                   |   | $W_2$           | $W_1$           | $W_2$                                  |  |
|---|---|-----------------|-----------------|--|--|
| Champ excité.                           | magnétique non excité.                  |                 |                 | Champ excité.                          | magnétique non excité.                 |
| 170,14 ohms.<br>+ Rhéostat III. Div. 67 | 170,14 ohms.<br>+ Rhéostat III. Div. 67 | 493,46 $\omega$ | 177,51 $\omega$ | 476,32 ohms.<br>+ Rhéostat I. Div. 156 | 476,32 ohms.<br>+ Rhéostat I. Div. 154 |
| 66                                      | 66                                      |                 |                 | 155                                    | 156                                    |
| 67                                      | 66                                      |                 |                 | 153                                    | 154                                    |
| 66                                      | 67                                      |                 |                 | 155                                    | 157                                    |
| 66                                      | 67                                      |                 |                 | 157                                    | 155                                    |

L'ouverture et la fermeture rythmiques du courant excitant les électro-aimants ne produisirent dans aucun des quatre cas ci-dessus des variations sensibles dans le bruit perçu au téléphone. Or en examinant les chiffres précédents on voit que l'exactitude atteinte est de 0,0007.

Les deux méthodes d'observation livrant donc des résultats concordants, on peut, de ce qui précède, tirer la conclusion que *la capacité inductive spécifique de la paraffine, de l'ébonite, de la colophane et du soufre ne varie pas de 0,0007 lorsqu'on soumet ces substances à l'influence d'une force magnétique très intense.*

