Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles

Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles

**Band:** 17 (1880-1881)

Heft: 85

**Artikel:** Théorie mathématique du prix des terres et de leur rachat par l'état

Autor: Walras, Léon

**Kapitel:** VI: Impossibilité de l'amortissement en cas de prix normal

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-259354

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 17.11.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

$$= a \left[ -\beta - \frac{n}{1} \gamma - \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \delta - \dots - \nu \right]$$

$$+ (\beta - z^2) + \frac{n}{1} (\gamma - z^5) + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} (\delta - z^4) + \dots + (\nu - z^{n+2}) \right]$$

$$= -a \left[ z^2 + \frac{n}{1} z^5 + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} z^4 + \dots + z^{n+2} \right]$$

$$= -az^2 (1+z)^n.$$

Cette quantité étant essentiellement négative quand z est positif, il s'ensuit que : — Dès que l'excédant des intérêts à payer sur les fermages à recevoir a cessé de croître, il commence à décroître.

# VI

Impossibilité de l'amortissement en cas de prix normal.

29. La discussion de la formule [19] de la somme restant due en fonction des années écoulées

$$A_n = A(1+i)^n - a \frac{(1+i)^n - (1+z)^n}{i-z}$$

nous a fait reconnaître certaines conditions de rapport entre A et a pour que l'amortissement du prix d'achat au moyen du fermage soit possible. Et, d'autre part, la discussion de la formule [1] ou [2]

$$A = \frac{a}{i} + \frac{az}{i(1+i)^{m}} \times \frac{(1+i)^{m} - (1+z)^{m}}{i-z}$$
$$= \frac{a}{i(1+i)^{m}} \times \frac{i(1+i)^{m} - z(1+z)^{m}}{i-z}$$

69 sép. Théorie mathématique du prix des terres bull. 257 a mis en évidence certaines conditions de rapport entre A et a quand le prix est prix normal. Il s'agit de savoir si ces dernières conditions permettent aux premières d'être fréquemment et facilement remplies. Or, au premier coup d'œil, on voit qu'il n'en est pas ainsi.

« Dans une société où le taux de l'intérêt net surpasse le taux d'accroissement du fermage, c'est-à-dire dans le cas de z positif et < i, on ne peut acheter des terres en faisant l'amortissement du prix d'achat au moyen du fermage qu'à la condition que le taux du fermage initial soit supérieur à la différence des deux autres taux (21), » soit si l'on a

$$\frac{a}{A} > i - z$$
.

Mais, d'autre part, « En cas de plus-value pérpétuelle de la rente, et quand le taux de la plus-value est inférieur au taux du revenu net, le taux du fermage qui résulte du prix normal est égal à la différence du taux du revenu net et du taux de la plus-value (11), » soit

$$\frac{a}{A} = i - z$$
.

« Dans une société où il y a diminution et non accroissement du fermage, c'est-à-dire dans le cas de z négatif, on ne peut acheter des terres en faisant l'amortissement du prix d'achat au moyen du fermage qu'à la condition que le taux du fermage initial soit supérieur à la somme du taux de l'intérêt net et du taux de la diminution du fermage (21), » soit si l'on a

$$\frac{a}{A} > i + z.$$

Mais, d'autre part, « En cas de moins-value perpétuelle de la rente, le taux du fermage qui résulte du prix normal est

égal à la somme du taux du revenu net et du taux de la moins-value (11), » soit

$$\frac{a}{A} = i + z$$
.

Il y a donc contradiction entre les conditions d'amortissement du prix d'achat au moyen du fermage et les conditions de prix normal dans le cas de plus-value perpétuelle quand le taux de la plus-value est inférieur au taux de l'intérêt et dans le cas de moins-value perpétuelle. Quant au cas de plusvalue perpétuelle quand le taux de la plus-value est supérieur au taux de l'intérêt, le prix normal étant alors infini, il ne saurait y avoir d'amortissement. Par conséquent : — Quand on paie le prix normal, il est impossible de faire l'amortissement du prix d'achat au moyen du fermage ni dans le cas de plus-value ni dans celui de moins-value perpétuelle. Restent les cas de plus-value et de moins-value temporaire; mais il est facile de faire voir, par une démonstration générale vraiment remarquable, que, dans ces cas aussi, il est impossible de faire l'amortissement du prix d'achat au moyen du fermage quand on paie le prix normal.

30. Soit une terre dont le fermage initial a est susceptible de s'accroître de z fois son montant par an pendant m années, qui a été achetée au moyen d'une somme empruntée au taux courant de i, et qui a été payée au prix normal. La somme due, en principal et intérêts, au bout de n années de plus-value, est, conformément à la formule [19],

$$A_n = A (1+i)^n - a \frac{(1+i)^n - (1+z)^n}{i-z}$$
.

A, prix normal, est donné par l'équation [2]

$$A = \frac{a}{i(1+i)^{m}} \times \frac{i(1+i)^{m} - z(1+z)^{m}}{i-z}.$$

71 sép. Théorie mathématique du prix des terres Bull. 259 Or, en portant cette valeur de A dans l'équation précédente, il vient successivement

$$A_{n} = \left[\frac{a}{i(1+i)^{m}} \times \frac{i(1+i)^{m} - z(1+z)^{m}}{i-z}\right] (1+i)^{n}$$

$$-a \frac{(1+i)^{n} - (1+z)^{n}}{i-z}$$

$$= a \left[\frac{i(1+i)^{m+n} - z(1+z)^{m}(1+i)^{n}}{i(1+i)^{m}(i-z)} - \frac{(1+i)^{n} - (1+z)^{n}}{i-z}\right]$$

$$= a \frac{i(1+i)^{m+n} - z(1+z)^{m}(1+i)^{n} - i(1+i)^{m+n} + i(1+i)^{m}(1+z)^{n}}{i(1+i)^{m}(i-z)}$$

$$= a \frac{i(1+i)^{m}(1+z)^{n} - z(1+z)^{m}(1+i)^{n}}{i(1+i)^{m}(i-z)}$$

$$= a (1+i)^{n}(1+z)^{n} \times \frac{i(1+i)^{m-n} - z(1+z)^{m-n}}{i(1+i)^{m}(i-z)}$$

$$= \frac{a(1+z)^{n}}{i(1+i)^{m-n}} \times \frac{i(1+i)^{m-n} - z(1+z)^{m-n}}{i-z},$$

soit

$$\frac{A_{n}}{a} = \frac{(1+z)^{n}}{i(1+i)^{m-n}} \times \frac{i(1+i)^{m-n} - z(1+z)^{m-n}}{i-z}.$$

On reconnaît l'équation [12] de variation du prix normal en fonction des années écoulées depuis l'apparition de la plus-value. Ainsi, pendant toute la durée de la plus-value, l'acheteur dont nous étudions la situation doit, à chaque instant, une somme précisément égale, en principal et intérêts, au prix normal de la terre. Pendant toute cette période, le fermage de la terre, qui est de  $a(1+z)^n$ , ne suffit pas à payer les intérêts annuels de la somme

due, qui s'élèvent à 
$$\frac{a\,(1+z)^{\rm n}}{(1+i)^{\rm m-n}} \times \frac{i\,(1+i)^{\rm m-n}-z\,(1+z)^{\rm m-n}}{i-z}$$

$$= a (1+z)^n + \frac{a (1+z)^n z}{(1+i)^{m-n}} \times \frac{(1+i)^{m-n} - (1+z)^{m-n}}{i-z}$$
, et cette

somme due augmente en conséquence; mais, en raison de la plus-value restant à courir, le prix normal de la terre augmente d'une somme précisément égale (14).

Si, dans l'équation précédente, on fait n = m, il vient

$$A_{\rm m} = \frac{a(1+z)^{\rm m}}{i},$$

soit

$$\frac{A_{\rm m}}{a} = \frac{(1+z)^{\rm m}}{i}.$$

Et si on avait pris la somme due, en principal et intérêts, au bout de m années de plus-value,

$$A_m = A (1+i)^m - a \frac{(1+i)^m - (1+z)^m}{i-z}$$

et qu'on eût porté dans cette équation la valeur de A, prix normal, fournie par l'équation [2]

$$A = \frac{a}{i (1+i)^{m}} \times \frac{i (1+i)^{m} - (1+z)^{m}}{i-z},$$

il serait venu, par une série de transformations qu'il est inutile de reproduire,

$$A_{\rm m} = \frac{a (1+z)^{\rm m}}{i},$$

soit

$$\frac{\mathbf{A}_{\mathrm{m}}}{a} = \frac{(1+z)^{\mathrm{m}}}{i}.$$

Ainsi, au bout des m années de plus-value, l'acheteur doit, en principal et intérêts, une somme  $A_m \equiv \frac{a \ (1+z)^m}{i}$  dont l'intérêt annuel est  $a \ (1+z)^m$ , et il possède une terre dont le fermage, désormais constant, est  $a \ (1+z)^m$ , et qui vaut  $A_m \equiv \frac{a \ (1+z)^m}{i}$ . Le fermage de la terre suffira alors exactement à payer les intérêts annuels de la somme due, à moins que l'acheteur, voulant liquider son opération, ne vende sa terre pour rembourser ce qu'il doit, sans bénéfice ni perte.

Dans le cas particulier où z = i, la somme due, en principal et intérêts, au bout de n années de plus-value, est, conformément à la formule [20],

$$A_n = A (1+i)^n - an (1+i)^{n-1}$$
.

A, prix normal, est donné par l'équation [5]

$$A = \frac{a}{i} + \frac{ma}{1+i}.$$

Or, en portant cette valeur de A dans l'équation précédente, il vient successivement

$$A_{n} = \left[\frac{a}{i} + \frac{ma}{1+i}\right] (1+i)^{n} - an (1+i)^{n-1}$$

$$= a \frac{(1+i)^{n}}{i} + ma (1+i)^{n-1} - an (1+i)^{n-1}$$

$$= \frac{a (1+i)^{n}}{i} + (m-n) a (1+i)^{n-1}$$

soit

$$\frac{A_n}{a} = \frac{(1+i)^n}{i} + (m-n)(1+i)^{n-1},$$

L. WALRAS

ce qui est bien, pour ce cas particulier, l'équation [14] de variation du prix normal en fonction des années écoulées depuis l'apparition de la plus-value.

Si, dans cette équation, on fait n = m, il vient

$$A_{\rm m} = \frac{a (1+i)^{\rm m}}{i},$$

soit

$$\frac{A_{\rm m}}{a} = \frac{(1+i)^{\rm m}}{i}.$$

Et si on avait pris la somme due, en principal et intérêts, au bout de m années de plus-value,

$$A_{m} \equiv A (1+i)^{m} - am (1+i)^{m-1}$$

et qu'on eût porté dans cette équation la valeur de A, prix normal, fournie par l'équation [5]

$$\Lambda = \frac{a}{i} + \frac{ma}{1+i},$$

il serait venu

$$A_{\rm m} = \frac{a(1+i)^{\rm m}}{i},$$

soit

$$\frac{A_{\rm m}}{a} = \frac{a(1+i)^{\rm m}}{i}.$$

Ce cas particulier rentre donc dans le cas général. Et, par conséquent: — Quand on paie le prix normal, il est impossible de faire l'amortissement du prix d'achat au moyen du fermage ni dans le cas de plus-value ni dans celui de moinsvalue temporaire.

75 sép. théorie mathématique du prix des terres Bull. 263

31. Et pourtant, nous avions trouvé que « Dans une société où le taux d'accroissement du fermage égale ou surpasse le taux de l'intérêt net, c'est-à-dire dans le cas de z positif et égal à i ou > i, on pouvait acheter des terres à un prix quelconque en faisant l'amortissement du prix d'achat au moyen du fermage (21). » Sans doute, mais nous avions introduit pourtant cette seule et unique restriction que toutefois « La durée de l'accroissement du fermage, soit m, devait être au moins égale au nombre d'années nécessaire pour l'amortissement, soit à N. » Or, précisément, cette condition ne saurait être remplie en cas de prix normal; car on a, d'une part, en vertu de l'équation [21],

$$N = \frac{\log \left[1 - \frac{A}{a}(i-z)\right]}{\log \frac{1+z}{1+i}};$$

et, d'autre part, en résolvant par rapport à m l'équation [2], on a successivement

$$A = \frac{a}{i(1+i)^{m}} \times \frac{i(1+i)^{m} - z(1+z)^{m}}{i-z}$$

$$= \frac{a}{i-z} \times \frac{i(1+i)^{m} - z(1+z)^{m}}{i(1+i)^{m}} = \frac{a}{i-z} \left[ 1 - \frac{z}{i} \left( \frac{1+z}{1+i} \right)^{m} \right],$$

$$\frac{A}{a} (i-z) = 1 - \frac{z}{i} \left( \frac{1+z}{1+i} \right)^{m},$$

$$\frac{z}{i} \left( \frac{1+z}{1+i} \right)^{m} = 1 - \frac{A}{a} (i-z),$$

$$\left( \frac{1+z}{1+i} \right)^{m} = \frac{i}{z} \left[ 1 - \frac{A}{a} (i-z) \right],$$

$$m \log \frac{1+z}{1+i} = \log \frac{i}{z} + \log \left[1 - \frac{A}{a} (i-z)\right],$$

$$m = \frac{\log \frac{i}{z} + \log \left[1 - \frac{A}{a} (i - z)\right]}{\log \frac{1+z}{1+i}}.$$
 [23]

On a donc

$$N-m = -\frac{\log\frac{i}{z}}{\log\frac{1+z}{1+i}} = \frac{\log\frac{i}{z}}{\log\frac{1+i}{1+z}}.$$

Or cette différence est nécessairement positive, puisque, soit que i soit  $\geq z$ , le numérateur et le dénominateur de la première fraction seront toujours de signe contraire, et le numérateur et le dénominateur de la seconde fraction toujours de même signe. Ce qui revient à dire que N est toujours > m.

Dans le cas particulier où  $z \equiv i$ , on a, d'une part, en vertu de l'équation [22]

$$N = \frac{A}{a} (1+i);$$

et, d'autre part, en résolvant par rapport à m l'équation [5], on a successivement

$$A \equiv rac{a}{i} + rac{ma}{1+i},$$
 $Ai (1+i) \equiv a (1+i) + mai,$ 
 $mai \equiv (Ai - a) (1+i),$ 

77 SÉP. THÉORIE MATHÉMATIQUE DU PRIX DES TERRES BULL. 265

$$m = \frac{(Ai - a)(1 + i)}{ai} = \frac{Ai(1 + i)}{ai} - \frac{a(1 + i)}{ai}$$
$$= \frac{A}{a}(1 + i) - \frac{1 + i}{i}.$$
 [24]

On a donc

$$N-m=\frac{1+i}{i}.$$

Or cette différence est nécessairement positive. Ce qui revient à dire que, dans ce cas encore, N est toujours > m.

En comparant la différence N-m avec la différence m-k telle que nous l'avons rencontrée déjà à deux reprises (16 et 27), nous voyons que

$$N-m=m-k$$
;

d'où il suit que: — Le nombre d'années de plus-value de la rente qu'il faudrait ajouter au nombre existant, en cas de plus-value temporaire, pour que l'amortissement du prix d'achat au moyen du fermage fût possible, ne dépend que du taux de l'intérêt net et du taux d'accroissement du fermage et est, en outre, précisément égal à celui qui s'écoule depuis le moment où l'excédant des intérêts à payer sur les fermages à recevoir cesse de s'accroître jusqu'à celui où il devient nul.

32. Il faut nous arrêter un instant sur le fait, déjà pressenti plus haut et qui vient de se manifester complétement tout à l'heure, de l'identité de la courbe de variation du prix normal de la terre durant la période de variation du prix de la rente et de la courbe d'amortissement du prix d'achat de la terre au moyen du fermage.

Pour en bien saisir tous les détails, prenons les courbes de la Fig. 2, AN, AN', AN', donnant la somme restant due à la fin de chaque année exprimée en unités numéraires suivant le mode adopté par Gossen, et transformons-les en les courbes de la Fig. 3, AN, A'N', A"N", donnant la même somme exprimée en capitaux pour un de fermage initial suivant le mode adopté par nous pour les courbes de variation du prix normal.

Ainsi, la courbe AN de la Fig. 2, dont l'équation est

$$A_n = 100\,000 \times 1.04^n - 4\,000 \times \frac{1.04^n - 1.01^n}{0.04 - 0.01}$$
,

deviendra la courbe AN de la Fig. 3, dont l'équation est

$$\frac{A_{\rm n}}{a} = 25 \times 1.04^{\rm n} - \frac{1.04^{\rm n} - 1.01^{\rm n}}{0.04 - 0.01}.$$

La courbe AN' de la Fig. 2, dont l'équation est

$$A_n = 100000 \times 1.04^n - 3333.33 \times \frac{1.04^n - 1.01^n}{0.04 - 0.01}$$

deviendra la courbe A'N' de la Fig. 3, dont l'équation est

$$\frac{A_n}{a} = 30 \times 1.04^n - \frac{1.04^n - 1.01^n}{0.04 - 0.01}.$$

La courbe AN" de la Fig. 2, dont l'équation est

$$A_n = 100000 \times 1.04^n - 3200 \times \frac{1.04^n - 1.01^n}{0.04 - 0.01}$$

deviendra la courbe A"N" de la Fig. 3, dont l'équation est

$$\frac{A_n}{a} = 31.25 \times 1.04^n - \frac{1.04^n - 1.01^n}{0.04 - 0.01}.$$

Gomme on le voit, toutes ces courbes sont formées par la différence de trois courbes AP, A'P', A"P", représentant le montant du prix de la terre augmenté des intérêts capitalisés en fonction des années écoulées, et dont les équations sont respectivement

79 sép. théorie mathématique du prix des terres Bull. 267

$$y = 25 \times 1.04^{\text{n}}, y = 30 \times 1.04^{\text{n}}, y = 31.25 \times 1.04^{\text{n}},$$

et d'une courbe unique OP, représentant le montant des fermages capitalisés en fonction des années écoulées, et dont l'équation est

$$y = \frac{1.04^{\rm n} - 1.01^{\rm n}}{0.04 - 0.01}.$$

C'est ainsi, par exemple, que l'abscisse ON = 47.36 du point N d'intersection de la courbe AN avec l'axe horizontal, correspondant au point P d'intersection de la courbe AP avec la courbe OP, est déterminée par l'équation

$$OP - OP = 25 \times 1.04^{47.36} - \frac{1.04^{47.36} - 1.01^{47.36}}{0.04 - 0.01} = 0.$$

Cette première transformation opérée, pour faire apparaître aux yeux l'identité générique de ces courbes AN, A'N', A"N" de la Fig. 3 avec les courbes AM, A'M', A"M" de la Fig. 1, prenons ces dernières et ramenons-les purement et simplement à l'échelle des précédentes en les transportant dans la Fig. 3. Elles y deviendront les courbes  $\alpha\mu$ ,  $\alpha'\mu'$ ,  $\alpha''\mu''$ . Si ces courbes étaient continuées pour les valeurs de la variable n inférieures à zéro et supérieures à m, valeurs que nous n'avons pas considérées jusqu'ici, elles auraient la forme des courbes AN, A'N', A"M". C'est ainsi, par exemple, que la courbe  $\alpha'\mu'$ , dans l'équation de laquelle i et z ont les mêmes valeurs que dans les équations des courbes AN, A'N', A"N", deviendrait la courbe  $\alpha'\mu'v'$ , courbe coupant l'axe horizontal en un point v' fourni, conformément à la formule [21], par l'équation

$$57.36 = \frac{\log \left[1 - 27.11 \left(0.04 - 0.01\right)\right]}{\log \frac{1.01}{1.04}}.$$

La transformation de formule opérée plus haut explique comment cette courbe  $\alpha'\mu'\nu'$  peut avoir l'équation suivante :

$$\frac{A_n}{a} = 27.11 \times 1.04^n - \frac{1.04^n - 1.01^n}{0.04 - 0.01},$$

analogue à celles ci-dessus des courbes AN, A'N', A"N" et résultant de la différence des deux courbes

$$y = 27.11 \times 1.04$$
 n

et

$$y = \frac{1.04^{\rm n} - 1.01^{\rm n}}{0.04 - 0.01};$$

et comment ces courbes AN, A'N', A''N'' peuvent avoir les équations suivantes :

$$\frac{A_{\rm n}}{a} = \frac{1.01^{\rm n}}{0.04} + \frac{0.01 \times 1.01^{\rm n}}{0.04 \times 1.04^{\rm 0-n}} \times \frac{1.04^{\rm 0-n} - 1.01^{\rm 0-n}}{0.04 - 0.01},$$

$$\frac{A_n}{a} = \frac{1.01^n}{0.04} + \frac{0.01 \times 0.01^n}{0.04 \times 1.04^{31.30-n}} \times \frac{1.04^{31.30-n} - 1.01^{31.30-n}}{0.04 - 0.01},$$

$$\frac{A_{\rm n}}{a} = \frac{1.01^{\rm n}}{0.04} + \frac{0.01 \times 1.01^{\rm n}}{0.04 \times 1.04^{47.36 - {\rm n}}} \times \frac{1.04^{47.36 - {\rm n}} - 1.01^{47.36 - {\rm n}}}{0.04 - 0.01},$$

analogues à celle de la courbe  $\alpha'\mu'\nu'$  (15), les trois valeurs de m:0,31.30 et 47.36 étant fournies respectivement, conformément à la formule [23], par les équations

$$0 = \frac{\log[1 - 25(0.04 - 0.01)]}{\log\frac{1.01}{1.04}} + \frac{\log\frac{0.01}{0.04}}{\log\frac{1.01}{1.04}} = 47.36 - 47.36,$$

81 sép. théorie mathématique du prix des terres Bull. 269

$$31.30 = \frac{\log[1 - 30(0.04 - 0.01)]}{\log\frac{1.01}{1.04}} + \frac{\log\frac{0.04}{0.01}}{\log\frac{1.01}{1.04}} = 78.66 - 47.36$$

$$47.36 = \frac{\log[1 - 31.25(0.04 - 0.01)]}{\log\frac{1.01}{1.04}} + \frac{\log\frac{0.04}{0.01}}{\log\frac{1.01}{1.04}} = 94.72 - 47.36,$$

lesquelles donnent, comme nous l'avons vu (31), le nombre d'années de plus-value pour lequel un prix est prix normal.

Ainsi la courbe  $\alpha'\mu'\nu'$  serait courbe d'amortissement du prix d'achat dans le cas d'une terre payée à raison de 27.11 capitaux pour un de fermage initial alors que la durée de la plus-value de la rente serait non de 10 ans seulement mais de 57.36 ans au moins. Et inversement les courbes AN, A'N', A"N" seraient courbes de variation du prix normal dans le cas de terres payées à raison de 25, 30 et 31.25 capitaux pour un de fermage initial alors que la durée de la plus-value de la rente serait non de 47.36, 78.66 et 94.72 ans au moins, mais de 0, 31.30 et 47.36 ans seulement.

Les courbes de variation du prix normal de la terre durant la période de variation du prix de la rente et les courbes d'amortissement du prix d'achat de la terre au moyen du fermage devaient être ainsi identiques, vu que, pas plus pendant les m années de plus-value qu'au bout de ces m années, l'acheteur d'une terre au prix normal ne doit faire de bénéfice ni de perte, et que, par conséquent, pendant toute la durée de cette plus-value comme à la fin, la somme due en cas d'achat avec des capitaux empruntés doit se confondre avec le prix normal de la terre. Quoi qu'il en soit, cette identité des deux sortes de courbes existant, il n'y a

pas à s'étonner si nous avons trouvé que, pour les unes et les autres, la distance du point d'inflexion K au point de maximum M était indépendante du rapport du prix d'achat au fermage initial  $\frac{A}{a}$  et dépendante seulement du taux de l'intérêt net i et du taux d'accroissement du fermage z. Pour les unes et les autres aussi, cette même distance du point d'inflexion au point de maximum est égale à la distance du point de maximum M au point d'intersection avec l'axe horizontal N, en vertu de l'équation

$$N - m = \frac{\log \frac{i}{z}}{\log \frac{1+i}{1+z}} = m - k.$$

Ainsi, dans les courbes AN, A'N', A"N",  $\alpha'\mu'\nu'$ , qui se rapportent toutes à un taux de l'intérêt net de 0.04 et à un taux d'accroissement du fermage de 0.01, cette double distance, représentée par les longueurs k'm', ON, d'une part, ON,  $10\nu'$ , m'N', NN'', d'autre part, est toujours égale à 47.36.

# VII

Critique de la théorie de Gossen. Possibilité de l'amortissement grâce à l'élévation du taux d'accroissement du fermage.

33. Dans tous les cas, d'après ce que nous avons vu, si on paie le prix normal, il est impossible de faire l'amortissement du prix d'achat d'une terre au moyen du fermage. Et il est bien clair, en effet, qu'il en doit être ainsi puisqu'un tel amortissement constituerait un bénéfice et que le prix normal est celui qui ne permet ni bénéfice ni perte. On pouvait donc,