Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles

Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles

Band: 15 (1877-1878)

Heft: 80

Artikel: Étude élémentaire des courbes planes au moyen des coordonnées tangentielles

Autor: Amstein, H.

Vorwort

Autor: [s.n.]

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-287517

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 18.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

ÉTUDE ÉLÉMENTAIRE

DES

COURBES PLANES

AU MOYEN DES

COORDONNÉES TANGENTIELLES

PAR LE

Dr H. AMSTEIN

professeur à l'Académie de Lausanne.

(Pl. 24, 25.)

Les coordonnées tangentielles ont été introduites dans l'analyse par Plücker. M. *Fiedler,* dans un mémoire intitulé : « Ueber die projektivischen Coordinaten (Vierteljahrsschrift der zürcherischen naturforschenden Gesellschaft, XV Jahrgang, pages 152-182), » fait remarquer que ces coordonnées ne sont, comme les coordonnées cartésiennes, qu'un cas particulier des coordonnées projectives. Plusieurs géomètres, entre autres MM. G. Salmon, Cayley, Hesse, etc., en ont fait une fréquente application à l'étude des courbes et des surfaces. Mais c'est surtout depuis l'apparition des excellents ouvrages sur la géométrie analytique de M. *G. Salmon* [1], que leur emploi est devenu à peu près général. Dans les ouvrages français, on les rencontre surtout dans l'excellent traité trop peu connu de *Painvin : Principes de la géométrie analytique*

[1] Comp. les éditions originales, la traduction française du *Traité de géométrie analytique (sections coniques)*, par H. Resal et V. Vaucheret, Paris, Gauthier-Villars, 1870, et les éditions allemandes des différents ouvrages de Salmon, par M. W. Fiedler.

(Paris, Gauthier-Villars, 1872), et dans le complément de géométrie analytique de *Briot et Bouquet* (Paris, Dunod, 1864).

Le rôle scientifique des coordonnées tangentielles dans l'analyse, s'il est permis de s'exprimer ainsi, consiste à mettre en relief la réciprocité ou la dualité qui règne dans toute la géométrie. En effet, les coordonnées tangentielles sont aux coordonnées ponctuelles comme la droite est au point, comme l'enveloppe est au lieu géométrique; elles forment le complément nécessaire et naturel des coordonnées cartésiennes.

Puisque chaque problème particulier nécessite en quelque sorte un système de coordonnées spéciales, il est clair que les coordonnées tangentielles s'appliqueront de préférence à un certain genre de problèmes, par exemple à l'étude des courbes d'une classe élevée, à la recherche des tangentes multiples, des asymptotes, etc. Cependant il n'est peut-être pas inutile de soumettre les courbes planes à une étude générale dans ce système de coordonnées, étude qui, à la connaissance de l'auteur de ce mémoire, n'a pas été faite jusqu'à présent d'une manière complète.

Les pages suivantes n'ont pas la prétention de combler cette lacune; elles ont uniquement pour but de faire voir comment on pourrait introduire ces coordonnées dans une première étude générale des courbes planes telle qu'elle se pratique en coordonnées ponctuelles, par exemple dans les cours élémentaires de calcul différentiel.

Dans la première partie de ce mémoire, il est question des coordonnées tangentielles rectilignes, et dans la seconde des coordonnées que nous proposons d'appeler coordonnées tangentielles polaires. Les formules générales de la première partie ne sont pour ainsi dire que la traduction des formules analogues en coordonnées cartésiennes, de sorte que pour traiter le sujet un peu complètement, il a fallu s'occuper de certaines questions qui n'ont pas pour le savant l'attrait de la nouveauté.

Le but de ce travail justifie suffisamment l'absence des coordonnées homogènes ou trimétriques. Cependant, pour satisfaire autant que possible aux lois de symétrie, il est, dans les formules suivantes, largement tenu compte de cette sorte de symétrie qui résulte de ce que les coordonnées d'un point ou d'une droite sont exprimées en fonction d'une troisième variable indépendante.

A. Coordonnées tangentielles rectilignes.

1. On suppose pour plus de simplicité des coordonnées rectangulaires. L'équation d'une droite déterminée par ses segments a et b sur les axes, est

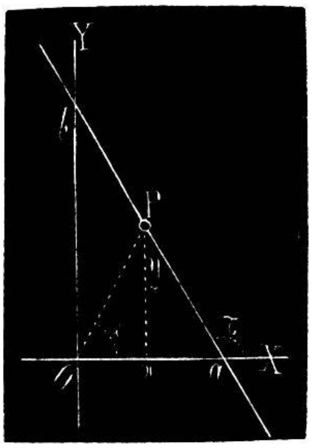

Fig. 1.

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

Si l'on pose

$$-\frac{1}{a} = u, \quad -\frac{1}{b} = v,$$

cette équation devient

$$ux + vy + 1 = 0.$$

Les quantités a et b, par conséquent aussi u et v, déterminent complètement la droite, et c'est pour cela qu'on a appelé u et v les *coordonnées linéaires* ou, pour une raison qui trouve son explication dans la théorie des courbes, les *coordonnées tangentielles* de la droite. Les coordonnées tangentielles d'une droite sont donc les valeurs réciproques prises avec le signe contraire des segments faits par la droite sur les axes.

L'angle τ que fait la droite avec l'axe des X est donné par

$$\operatorname{tg} \tau = -\frac{u}{v}.$$