

Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 14 (1875-1877)
Heft: 77

Artikel: Théorie mathematique de la richesse sociale [suite]
Autor: Walras
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-258480>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 12.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

THÉORIE MATHÉMATIQUE DE LA RICHESSE SOCIALE

PAR

Léon WALRAS

Professeur d'économie politique à l'Académie de Lausanne.



ÉQUATIONS DE LA CAPITALISATION

I.

L'existence de revenus fonciers, personnels et mobiliers d'espèces (T), (T'), (T'') ... (P), (P'), (P'') ... (K), (K'), (K'') ... suppose l'existence de capitaux fonciers, personnels et mobiliers de mêmes espèces. Nous avons déterminé le prix des revenus; mais nous n'avons pas encore déterminé le prix des capitaux dont ces revenus sont l'usage ou le service. Le problème de cette détermination est le troisième grand problème de la théorie mathématique de la richesse sociale: c'est celui que nous allons aborder dans ce quatrième et dernier mémoire.

Il ne saurait y avoir, pour nous, de prix que sur le marché. Par conséquent, de même que, pour déterminer le prix des produits et le prix des revenus producteurs, nous avons considéré un marché des produits et un marché des revenus producteurs, de même, pour déterminer le prix des capitaux, il nous faut considérer un

marché que nous appellerons *marché des capitaux* et sur lequel se vendront et s'achèteront ces capitaux. Les produits sont demandés en raison de leur utilité; les revenus producteurs sont demandés en raison du prix des produits qu'ils servent à fabriquer. En raison de quoi sont demandés les capitaux producteurs? En raison de la rente, du travail et du profit, mais surtout en raison du fermage, du salaire et de l'intérêt qu'ils rapportent. Sans doute, on peut acheter un capital aussi bien en vue de la consommation qu'en vue de la vente du revenu; mais ce dernier point de vue doit être considéré comme dominant, en matière d'acquisition de capitaux, puisque autrement on se bornerait à acheter le revenu, soit à louer le capital. Un homme qui achète une maison pour s'y loger lui-même doit être décomposé par nous en deux individus dont l'un fait un placement de fonds et dont l'autre consomme directement le revenu de son capital. Nous avons déjà parlé de celui-ci; c'est à présent le premier qui nous occupe.

Le prix des capitaux dépendra donc essentiellement du prix des revenus. C'est pourquoi celui-ci demande à être analysé sans plus de retard; car il se compose de trois éléments très distincts.

En premier lieu, tous les différents capitaux qui existent ne se détruisent pas aussi rapidement les uns que les autres par l'usage. De là cette conséquence qu'on achètera un capital plus ou moins cher, à égalité de revenu, selon qu'il s'usera moins ou plus vite.

En second lieu, tous les différents capitaux ne sont pas également sujets à périr d'une manière subite et imprévue par accident. D'où cette conséquence qu'on achètera encore un capital plus ou moins cher, à égalité de revenu,

selon qu'il sera moins ou plus susceptible de disparaître accidentellement.

Rien de plus facile d'ailleurs que de tenir compte mathématiquement de ces deux circonstances.

En ce qui concerne la première, il n'y a qu'à supposer qu'on prélève sur le prix annuel du revenu la somme nécessaire soit pour entretenir toujours le capital à l'état de capital neuf, soit pour le rétablir lorsqu'il sera hors d'usage. C'est ce qui s'appelle faire *l'amortissement* du capital. La somme à prélever pour cet objet, ou *prime d'amortissement*, variera d'un capital à l'autre ; mais une fois qu'elle aura été prélevée, tous les capitaux seront devenus rigoureusement identiques sous le rapport de la détérioration par l'usage, puisque tous auront été rendus en quelque sorte indestructibles.

Il en est de même pour ce qui concerne la seconde circonstance : il n'y a qu'à supposer qu'on prélève sur le prix du revenu la somme nécessaire pour contribuer à la reconstitution de tous les capitaux similaires annuellement disparus par accident. C'est ce qui s'appelle faire *l'assurance* du capital. La somme à prélever dans ce but, ou *prime d'assurance*, variera encore d'un capital à l'autre ; mais une fois qu'elle aura été prélevée, tous les capitaux seront devenus rigoureusement identiques sous le rapport de la disparition accidentelle, puisque tous auront été rendus pour ainsi dire impérissables.

Soit p le prix du revenu, y compris les deux primes d'amortissement et d'assurance ; c'est le revenu *brut*. Soit μ la prime d'amortissement, ν la prime d'assurance. Ce qui reste du revenu brut après qu'on a retranché ces deux primes, soit $\pi = p - (\mu + \nu)$, est le revenu *net*.

On s'explique à présent la différence des revenus bruts

pour un même capital, ou, en d'autres termes, la différence des capitaux pour un même revenu brut. Mais on conçoit aussi sans doute que la valeur des capitaux est rigoureusement proportionnelle à la valeur des revenus nets. Car comment n'achèterait-on pas à des prix égaux deux capitaux rapportant des revenus nets égaux? Et comment n'achèterait-on pas à des prix deux ou trois fois plus élevés l'un que l'autre deux capitaux rapportant des revenus nets deux ou trois fois plus élevés l'un que l'autre? Du moins doit-il en être ainsi à un certain état normal et idéal qui sera l'état d'équilibre du marché des capitaux.

Soit donc P le prix du capital. Le rapport $\frac{\pi}{P}$, ou le *taux du revenu net*, est un rapport commun, à l'état d'équilibre. Soit i ce rapport; quand nous l'aurons déterminé, nous aurons déterminé par cela même le prix de tous les capitaux fonciers, personnels et mobiliers.

II.

Nous n'aurions pas, avec les seules données dont nous disposons encore à présent, les éléments de cette détermination. Nous avons supposé jusqu'ici des terres, des facultés personnelles et des capitaux proprement dits en quantités déterminées, et des propriétaires fonciers, des travailleurs et des capitalistes échangeant les revenus de ces capitaux producteurs, à la seule réserve de la fraction qu'ils en consomment directement, contre des produits consommables ou des revenus à consommer directement. Dans ces conditions, il n'y aurait ni vente ni achat de capitaux; car ces capitaux ne pourraient s'échanger que les uns contre les autres en proportion de leurs revenus nets,

et cette opération n'aurait aucune raison d'être et, d'ailleurs, ne fournirait aucun prix. Il n'y aurait pas plus d'échange ou de prix entre les divers capitaux, dans ce cas, qu'il n'y aurait d'échange ou de prix sur un marché où il n'y aurait qu'une seule et unique marchandise. Pour avoir une offre et une demande de capitaux, il faut substituer à la conception d'un état économique stationnaire celle d'un état économique ou rétrograde ou progressif. Il faut supposer des entrepreneurs qui, au lieu de fabriquer des produits consommables, ont fabriqué des capitaux producteurs neufs, ou bien des propriétaires fonciers, travailleurs ou capitalistes qui, ayant acheté des produits consommables pour une somme supérieure au montant de leurs revenus producteurs, sont obligés de vendre tout ou partie de leurs capitaux producteurs. En regard, il faut supposer des propriétaires fonciers, travailleurs ou capitalistes qui, ayant acheté des produits consommables pour une somme inférieure au montant de leurs revenus producteurs, ont le moyen d'acheter des capitaux producteurs neufs ou déjà existants. Nous avons donc ici des données nouvelles à emprunter à l'expérience touchant le mécanisme de la libre concurrence en matière de capitalisation.

A quelques exceptions près, dont il serait facile de tenir compte, mais dont il est inutile de compliquer nos formules, les terres sont des capitaux naturels et non artificiels ou produits : il n'y a point, à leur égard, action du prix sur la quantité et réaction de la quantité sur le prix. D'autre part, et à quelques exceptions près dont nous dirons la même chose que des précédentes, les terres sont des capitaux indestructibles et impérissables : il n'y a prélever, sur le prix de leur revenu, ni prime d'amor-

tissement, ni prime d'assurance. De ces deux observations, il résulte que les quantités des terres sont toujours des données et non des inconnues de notre problème, et que, quant à leurs prix, ils seront tout simplement égaux aux quotients de leurs revenus bruts divisés par le taux du revenu net, quand nous l'aurons déterminé, conformément à l'équation $P_t = \frac{p_t}{i}$.

Les facultés personnelles des hommes sont, elles aussi, des capitaux naturels. Leur quantité dépend non du mouvement de la production industrielle, mais de celui de la population. En revanche, elles sont des capitaux détructibles et périssables. Mais l'amortissement et l'assurance peuvent être envisagés comme se faisant par la génération reproductive et par l'entretien, l'éducation et l'instruction des femmes et des enfants des travailleurs. D'où il résulte que les quantités des facultés personnelles demeurent, elles aussi, des données et non des inconnues de notre problème, et que, pour ce qui est de leurs prix, si on veut les avoir, ils seront tout simplement égaux aux quotients de leurs revenus nets par le taux du revenu net, conformément à l'équation $P_p = \frac{\pi_p}{i}$.

Les capitaux proprement dits sont des capitaux artificiels ; ce sont des produits ; leur prix est soumis à la loi des frais de production. Si le prix de vente est supérieur au prix de revient, la quantité produite augmentera et le prix de vente baissera ; si le prix de vente est inférieur au prix de revient, la quantité produite diminuera et le prix de vente s'élèvera. A l'état d'équilibre, le prix de vente et le prix de revient sont égaux. Soient donc les capitaux proprement dits, existants ou à produire, d'espèces (K) , (K') , (K'') ... au nombre de l . Soient P_k , $P_{k'}$, $P_{k''}$...

leurs prix respectifs. $p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots$ étant respectivement les prix des revenus producteurs d'espèces (T) ... (P) ... (K), (K'), (K'') ... $k_t \dots k_p \dots k_k, k_{k'}, k_{k''} \dots, k'_t \dots k'_p \dots k'_k, k'_{k'}, k'_{k''} \dots, k''_t \dots k''_p \dots k''_k, k''_{k'}, k''_{k''} \dots$ étant les quantités respectives de ces revenus qui entrent dans une unité de (K), de (K'), de (K'') ... on aura les l équations

$$k_t p_t + \dots + k_p p_p + \dots + k_k p_k + k_{k'} p_{k'} + k_{k''} p_{k''} + \dots = P_k$$

$$k'_t p_t + \dots + k'_p p_p + \dots + k'_k p_k + k'_{k'} p_{k'} + k'_{k''} p_{k''} + \dots = P_{k'}$$

$$k''_t p_t + \dots + k''_p p_p + \dots + k''_k p_k + k''_{k'} p_{k'} + k''_{k''} p_{k''} + \dots = P_{k''}$$

$$\dots \dots \dots$$

D'autre part, les capitaux proprement dits sont des capitaux destructibles et périssables; il y a lieu de prélever, sur le prix de leur revenu, une prime d'amortissement et une prime d'assurance. $\mu_k, \mu_{k'}, \mu_{k''} \dots \nu_k, \nu_{k'}, \nu_{k''} \dots$ étant respectivement les primes d'amortissement et les primes d'assurance à prélever sur les prix $p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots$ des revenus bruts des capitaux (K), (K'), (K'') ... les prix de ces capitaux seront égaux aux quotients de leurs revenus nets divisés par le taux du revenu net, conformément aux l équations

$$P_k = \frac{p_k - (\mu_k + \nu_k)}{i},$$

$$P_{k'} = \frac{p_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i},$$

$$P_{k''} = \frac{p_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i},$$

$\dots \dots \dots \dots \dots \dots$

Soit, à présent, un individu propriétaire de q_t , de (T) ... de q_p de (P) ... de q_k de (K), de $q_{k'}$ de (K'), de $q_{k''}$ de (K'') ... Aux prix $p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots$ des revenus

producteurs, et $P_t \dots P_p \dots P_k$, $P_{k'}, P_{k''} \dots$ des capitaux producteurs, son revenu est de

$$q_t p_t + \dots + q_p p_p + \dots + q_k p_k + q_{k'} p_{k'} + q_{k''} p_{k''} + \dots$$

et son capital de

$$q_t P_t + \dots + q_p P_p + \dots + q_k P_k + q_{k'} P_{k'} + q_{k''} P_{k''} + \dots$$

Si cet individu cède des quantités respectives de $(T) \dots (P) \dots (K), (K'), (K'') \dots$ équivalentes à

$$o_t p_t \dots o_p p_p \dots o_k p_k, o_{k'} p_{k'}, o_{k''} p_{k''} \dots$$

il en consommera des quantités équivalentes à

$$(q_t - o_t) p_t \dots (q_p - o_p) p_p \dots \\ (q_k - o_k) p_k, (q_{k'} - o_{k'}) p_{k'}, (q_{k''} - o_{k''}) p_{k''} \dots$$

Et il consommera, en outre, des quantités respectives de produits $(A), (B), (C), (D) \dots$ équivalentes à

$$d_a, d_b p_b, d_c p_c, d_d p_d \dots$$

Il est possible que notre individu demande ainsi des produits $(A), (B), (C), (D) \dots$ pour une valeur égale à celle des services producteurs qu'il offre, suivant l'équation

$$o_t p_t + \dots + o_p p_p + \dots + o_k p_k + o_{k'} p_{k'} + o_{k''} p_{k''} + \dots \\ = d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots$$

comme nous l'avons supposé jusqu'ici. Mais il est possible aussi qu'il y ait un *excédant* de la valeur des services producteurs offerts sur la valeur des produits demandés

$$e = o_t p_t + \dots + o_p p_p + \dots + o_k p_k + o_{k'} p_{k'} + o_{k''} p_{k''} + \dots \\ - (d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots).$$

En ajoutant et retranchant, dans le second membre de cette équation, $r = q_t p_t + \dots + q_p p_p + \dots + q_k p_k + q_{k'} p_{k'} + q_{k''} p_{k''} + \dots$ il vient

$$e = r - [(q_t - o_t) p_t + \dots + (q_p - o_p) p_p + \dots + (q_k - o_k) p_k + (q_{k'} - o_{k'}) p_{k'} + (q_{k''} - o_{k''}) p_{k''} + \dots + d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots].$$

Et ainsi : — *L'excédant de la valeur des services producteurs offerts sur la valeur des produits consommables demandés est aussi l'excédant du revenu sur la consommation.*

Cet excédant peut être négatif, c'est-à-dire qu'il peut se résoudre en un excédant de la consommation sur le revenu. Il faut alors supposer que notre individu cède non-seulement tous ceux de ses revenus producteurs qu'il ne consomme pas lui-même, mais une partie de ses capitaux producteurs. C'est ce qui s'appelle « manger son fonds avec son revenu. » Cet excédant négatif ne peut être plus grand que la valeur totale des capitaux producteurs

$$q_t P_t + \dots + q_p P_p + \dots + q_k P_k + q_{k'} P_{k'} + q_{k''} P_{k''} + \dots$$

Autrement notre individu mangerait le bien d'autrui avec le sien, ce qui n'est pas un cas normal.

Ces définitions posées, il peut se produire de trois choses l'une :

1° L'excédant positif est égal à la somme nécessaire pour faire l'amortissement et l'assurance des capitaux d'espèces (K), (K'), (K'') ... et l'on a

$$e = q_k (\mu_k + \nu_k) + q_{k'} (\mu_{k'} + \nu_{k'}) + q_{k''} (\mu_{k''} + \nu_{k''}) + \dots$$

alors notre homme se borne purement et simplement à

maintenir la quantité de capitaux proprement dits qu'il possède, sans l'augmenter ni la diminuer.

2° L'excédant, positif, nul ou négatif, est inférieur au montant de l'amortissement et de l'assurance, et l'on a

$$e < q_k (\mu_k + \nu_k) + q_{k'} (\mu_{k'} + \nu_{k'}) + q_{k''} (\mu_{k''} + \nu_{k''}) + \dots$$

alors notre homme consomme réellement une partie de ses capitaux proprement dits qui, dans tous les cas, n'étant pas amortis et assurés, n'existeront plus intégralement ou en quantités égales entre ses mains au prochain exercice, puisqu'ils seront en partie détruits par l'usage ou auront en partie péri par accident.

3° Enfin l'excédant positif est supérieur au montant de l'amortissement et de l'assurance, et l'on a

$$e > q_k (\mu_k + \nu_k) + q_{k'} (\mu_{k'} + \nu_{k'}) + q_{k''} (\mu_{k''} + \nu_{k''}) + \dots$$

alors notre homme augmente la quantité de ses capitaux en demandant à la production des capitaux proprement dits neufs, au lieu de produits consommables. Il *épargne*.

Ainsi : — *L'épargne est la différence positive entre l'excédant du revenu sur la consommation et le montant de l'amortissement et de l'assurance des capitaux proprement dits.*

Que l'individu dont il s'agit fasse purement et simplement l'amortissement et l'assurance de ses capitaux proprement dits, ou qu'il mange son fonds en tout ou partie, ou qu'il épargne, il s'ensuit toujours qu'il demande à la production plus ou moins de produits consommables au lieu de capitaux proprement dits neufs, ou de capitaux proprement dits neufs au lieu de produits consommables. C'est pourquoi nous considérerons comme l'élément à introduire à présent dans le système des équations de la

production, pour en tirer celui des équations de la capitalisation, cet excédant, positif, nul ou négatif, du revenu sur la consommation. Il sera entendu qu'il n'est vraiment épargne que s'il est non-seulement positif, mais en outre supérieur au montant de l'amortissement et de l'assurance des capitaux proprement dits existants.

Raisonnant comme dans le cas de l'échange, nous nous demanderons, prenant un individu entre tous : De quoi dépendra l'excédant de son revenu sur sa consommation ? Et nous répondrons : Du prix des revenus producteurs, du prix des produits consommables et du prix des capitaux producteurs. Au lieu du prix des capitaux producteurs, nous pouvons mettre, pour plus de simplicité, le taux du revenu net. Il est certain que si notre individu ne sait pas ce que sont $p_t \dots p_p \dots p_k$, $p_{k'} \dots p_b$, p_c , $p_d \dots$ et i , il ne peut procéder à la détermination ni de l'offre de ses revenus producteurs, ni de sa demande de produits consommables, ni de sa demande de capitaux proprement dits neufs. Mais il l'est aussi que, ces quantités étant connues, il a tous les éléments nécessaires pour cette opération, et qu'en particulier ses dispositions à l'épargne pourront être exprimées mathématiquement de la manière la plus explicite par une équation de la forme

$$e = f_e (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i)$$

dans le premier membre de laquelle la fonction e figure seule, et dans le second membre de laquelle il faut se représenter les variables $p_t \dots p_p \dots p_k$, $p_{k'}$, $p_{k''} \dots p_b$, p_c , $p_d \dots i$ comme engagées, dans un ou plusieurs termes, en des combinaisons d'addition, soustraction, multiplication, division, etc., etc., de telle sorte que, ces variables

venant à être remplacées par tels ou tels *prix* des revenus producteurs et des produits consommables et par tel ou tel *taux* du revenu net, il en résulte mathématiquement, comme valeur de la fonction, l'*excédant* du revenu sur la consommation à ces prix et à ce taux. Nous posons, comme on voit, cette équation d'épargne empiriquement, comme nous avons posé, au début, l'équation de demande effective. Peut-être y aurait-il lieu de rechercher les éléments mathématiques constitutifs de la fonction d'épargne, comme nous avons recherché ceux de la fonction de demande effective. Il faudrait évidemment, pour cela, considérer l'utilité sous un aspect nouveau, la distinguer en utilité *présente* et utilité *future*. Nous ne ferons pas cette recherche, et nous laisserons à la fonction d'épargne son caractère empirique, sans prétendre aucunement, pour cela, qu'il soit impossible de remonter à ses éléments, mais parce que cette opération ne nous est pas nécessaire pour le moment. Il nous suffira de poser en fait que cette fonction est croissante ou décroissante pour des valeurs croissantes ou décroissantes de i , par la raison qu'il serait absurde de supposer qu'un homme, disposé à faire une certaine épargne dans de certaines conditions de revenu net à obtenir, ne soit pas disposé à faire une épargne au moins égale dans des conditions encore plus favorables.

La somme des excédants individuels étant désignée par E , et la somme des fonctions individuelles d'épargne étant désignée par F_e , on a l'équation

$$E = F_e (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i).$$

Et $D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots$ étant les quantités respectivement

fabriquées des capitaux proprement dits neufs (K), (K'), (K'') ... on a l'équation

$$D_k P_k + D_{k'} P_{k'} + D_{k''} P_{k''} + \dots = E.$$

Ainsi nous avons, en définitive, $2l + 2$ équations pour déterminer les l quantités produites de capitaux proprement dits neufs, les l prix de ces capitaux, lesquels prix seront tout naturellement aussi ceux des capitaux proprement dits déjà existants, l'excédant total du revenu sur la consommation à capitaliser et le taux du revenu net, soit autant d'équations que d'inconnues. Et il ne nous reste plus qu'à introduire convenablement ces équations dans le système des équations de la production, pour aborder et résoudre le problème de la capitalisation ainsi posé : — *Etant donnée la quantité des épargnes, formuler le système d'équations dont 1° les quantités des capitaux neufs, 2° les prix de ces capitaux, et 3° le taux du revenu net sont les racines.*

III.

On a d'abord l'équation

$$[1] \quad E = F_e (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

soit 1 équation d'excédant total du revenu sur la consommation.

On a d'ailleurs, pour un individu quelconque, l'équation d'échange des revenus producteurs contre les capitaux producteurs et les produits consommables

$$\begin{aligned} & o_t p_t + \dots + o_p p_p + \dots + o_k p_k + o_{k'} p_{k'} + o_{k''} p_{k''} + \dots \\ & = f_e (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i) \\ & \quad + d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots \end{aligned}$$

Et, la condition de satisfaction maximum étant toujours la condition déterminante d'offre positive ou négative des services producteurs et de demande des produits, on a aussi, entre ces quantités offertes, ces quantités demandées et les prix, les équations

$$\varphi_t (q_t - o_t) = p_t \varphi_a (d_a),$$

$$\varphi_p (q_p - o_p) = p_p \varphi_a (d_a),$$

$$\varphi_k (q_k - o_k) = p_k \varphi_a (d_a),$$

$$\varphi_{k'} (q_{k'} - o_{k'}) = p_{k'} \varphi_a (d_a),$$

$$\varphi_{k''} (q_{k''} - o_{k''}) = p_{k''} \varphi_a (d_a),$$

$$\varphi_b (d_b) = p_b \varphi_a (d_a),$$

$$\varphi_c (d_c) = p_c \varphi_a (d_a),$$

$$\varphi_d (d_d) = p_d \varphi_a (d_a),$$

soit $n + m - 1$ équations formant avec la précédente un système de $n + m$ équations au moyen desquelles on peut obtenir les n équations d'offre de (T) ... (P) ... (K), (K'), (K'') ...

$$o_t = f_t (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$o_p = f_p (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$o_k = f_k (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$o_{k'} = f_{k'} (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$o_{k''} = f_{k''} (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

et les $m - 1$ équations de demande de (B), (C), (D) ...

$$d_b = f_b (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$d_c = f_c (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$d_d = f_d (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

.....

la demande de (A) étant fournie par l'équation

$$\begin{aligned} d_a = & o_t p_t + \dots + o_p p_p + \dots + o_k p_k + o_{k'} p_{k'} + o_{k''} p_{k''} + \dots \\ & - [f_e (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i) \\ & + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots]. \end{aligned}$$

On aurait de même les équations d'offre ou demande partielle des services producteurs et les équations de demande partielle des produits par tous les autres porteurs de services producteurs. Et, en conservant les notations adoptées, on aurait enfin le système suivant de n équations d'offre totale des services producteurs

$$O_t = F_t (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

.....

$$O_p = F_p (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

.....

[2]

$$O_k = F_k (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$O_{k'} = F_{k'} (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$O_{k''} = F_{k''} (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

.....

et le système suivant de m équations de demande totale des produits

$$D_b = F_b (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$D_c = F_c (p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_c, p_d \dots i),$$

$$[3] \quad D_d = F_d(p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots p_b, p_e, p_d \dots i).$$

$$D_a = O_t p_t + \dots + O_p p_p + \dots + O_k p_k + O_{k'} p_{k'} + O_{k''} p_{k''} + \dots - (E + D_b p_b + D_c p_c + D_d p_d + \dots).$$

$a_t, b_t, c_t, d_t \dots k_t, k'_t, k''_t \dots a_p, b_p, c_p, d_p \dots$
 $k_p, k'_p, k''_p \dots a_k, b_k, c_k, d_k \dots k_k, k'_k, k''_k \dots a_{k'},$
 $b_{k'}, c_{k'}, d_{k'} \dots k_{k'}, k'_{k'}, k''_{k'} \dots a_{k''}, b_{k''}, c_{k''}, d_{k''} \dots$
 $k_{k''}, k'_{k''}, k''_{k''} \dots$ étant les quantités respectives, toujours supposées constantes, de services producteurs (T) ... (P) ... (K), (K'), (K'') ... qui entrent dans la confection d'une unité de chacun des produits (A), (B), (C), (D) ... et de chacun des capitaux proprement dits neufs (K), (K'), (K'') ... on aurait les trois systèmes d'équations suivants :

$$a_t D_a + b_t D_b + c_t D_c + d_t D_d + \dots + k_t D_k + k'_t D_{k'} + k''_t D_{k''} + \dots = 0_t,$$

$$a_p D_a + b_p D_b + c_p D_c + d_p D_d + \dots + k_p D_k + k'_p D_{k'} + k''_p D_{k''} + \dots = 0_p,$$

$$[4] \quad a_k D_a + b_k D_b + c_k D_c + d_k D_d + \dots \\ + k_k D_k + k'_k D_{k'} + k''_k D_{k''} + \dots = 0_k,$$

$$a_{k'} D_a + b_{k'} D_b + c_{k'} D_c + d_{k'} D_d + \dots + k_{k'} D_k + k'_{k'} D_{k'} + k''_{k'} D_{k''} + \dots = 0_{k'},$$

$$a_k'' D_a + b_k'' D_b + c_k'' D_c + d_k'' D_d + \dots + k_k'' D_k + k'_{-k}'' D_{k'} + k''_{-k}'' D_{k''} + \dots = 0_k'',$$

soit n équations exprimant que *les quantités de services producteurs employées sont égales aux quantités effectivement offertes* ;

$$a_t p_t + \dots + a_p p_p + \dots + a_k p_k + a'_k p'_k + a''_k p''_k + \dots = 1, \\ b_t p_t + \dots + b_p p_p + \dots + b_k p_k + b'_k p'_k + b''_k p''_k + \dots = p_b, \\ [5]$$

$$c_t p_t + \dots + c_p p_p + \dots + c_k p_k + c'_k p'_k + c''_k p''_k + \dots = p_c, \\ d_t p_t + \dots + d_p p_p + \dots + d_k p_k + d'_k p'_k + d''_k p''_k + \dots = p_d, \\ \dots \dots$$

soit m équations exprimant que *les prix de vente des produits sont égaux à leurs prix de revient* ;

$$k_t p_t + \dots + k_p p_p + \dots + k_k p_k + k'_k p'_k + k''_k p''_k + \dots = P_k, \\ k'_t p_t + \dots + k'_p p_p + \dots + k'_k p_k + k''_k p'_k + k''''_k p''_k + \dots = P'_k, \\ [6]$$

$$k''_t p_t + \dots + k''_p p_p + \dots + k''_k p_k + k'''_k p'_k + k''''_k p''_k + \dots = P''_k, \\ \dots \dots$$

soit l équations exprimant que *les prix de vente des capitaux neufs sont égaux à leurs prix de revient*.

Maintenant, nous avons les équations

$$P_k = \frac{p_k - (\mu_k + \nu_k)}{i}, \\ [7] \quad P'_k = \frac{p'_k - (\mu'_k + \nu'_k)}{i}, \\ P''_k = \frac{p''_k - (\mu''_k + \nu''_k)}{i}, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

soit un système de l équations exprimant *l'égalité du taux du revenu net* pour tous les capitaux proprement dits.

Et enfin, nous avons l'équation indiquant l'égalité de valeur entre tous les capitaux fonciers, personnels et mo-

biliers existants, plus les capitaux mobiliers neufs, d'une part, et les capitaux fonciers, personnels et mobiliers existants, plus l'excédant total du revenu sur la consommation, d'autre part, laquelle, en supposant cet excédant positif, devient

$$[8] \quad D_k P_k + D_{k'} P_{k'} + D_{k''} P_{k''} + \dots = E,$$

soit 1 équation d'échange de l'excédant total contre les capitaux neufs.

En résumé, nous avons en tout $2n + 2m + 2l + 2$ équations, se réduisant à $2n + 2m + 2l + 1$, pour déterminer précisément $2n + 2m + 2l + 1$ inconnues qui sont : 1° les n quantités totales offertes des revenus producteurs, 2° les n prix de ces revenus, 3° les m quantités totales demandées des produits consommables, 4° les $m - 1$ prix de $m - 1$ d'entre ces produits en le $m^{\text{ième}}$, 5° le montant de l'excédant total du revenu sur la consommation, 6° les l quantités fabriquées de capitaux neufs, 7° les l prix de ces capitaux, et 8° le taux du revenu net. Mais reste toujours à montrer, en ce qui concerne la capitalisation comme en ce qui concernait l'échange et la production, que ce même problème ainsi posé théoriquement est aussi celui qui se résout pratiquement sur le marché par le mécanisme de la libre concurrence.

IV.

Venons, pour cela, sur le marché, et supposons qu'on y détermine au hasard un certain taux du revenu net i' , plus l quantités à fabriquer de capitaux neufs $D'_{k'}, D'_{k''}, D'_{k'''} \dots$ plus n prix de services producteurs. Après la solution que nous avons donnée du problème de la pro-

duction, nous savons comment on peut, par divers tâtonnements qu'effectue précisément le mécanisme de la libre concurrence, amener ces derniers prix à des valeurs $p'_1, \dots, p'_p, \dots, p'_k, p'_{k'}, p'_{k''}, \dots$ déterminant m valeurs des prix de revient des produits suivant les équations

$$\begin{aligned}
 1 &= a_t p'_t + \dots + a_p p'_p + \dots + a_k p'_k + a_{k'} p'_{k'} + a_{k''} p'_{k''} + \dots \\
 p'_b &= b_t p'_t + \dots + b_p p'_p + \dots + b_k p'_k + b_{k'} p'_{k'} + b_{k''} p'_{k''} + \dots \\
 p'_c &= c_t p'_t + \dots + c_p p'_p + \dots + c_k p'_k + c_{k'} p'_{k'} + c_{k''} p'_{k''} + \dots \\
 p'_d &= d_t p'_t + \dots + d_p p'_p + \dots + d_k p'_k + d_{k'} p'_{k'} + d_{k''} p'_{k''} + \dots
 \end{aligned}$$

et de façon à ce que, ces n prix de services producteurs et ces m prix de produits étant donnés, il en résulte :

1° Un excédant total du revenu sur la consommation

$$E' = F_e (p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_{b'}, p'_{c'}, p'_{d'} \dots i');$$

2^o *n* quantités offertes des services producteurs

$$0'_t = F_t(p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_{b'}, p'_{c'}, p'_{d'} \dots i'),$$

$$O'_p = F_p(p'_t \dots p'_{p-1} \dots p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_{b'}, p'_{c'}, p'_{d'} \dots i'),$$

$$0'_{-k} \equiv F_{-k} (p'_{-1}, \dots, p'_{-n}, \dots, p'_{-k}, p'_{-k'}, p'_{-k''}, \dots, p'_{-b}, p'_{-c}, p'_{-d}, \dots, i'),$$

$$0'_{k'} \equiv F_{k'}(p'_t \dots p'_p \dots p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_{b'}, p'_{c'}, p'_{d'} \dots i'),$$

$$0'_{\mathbf{k}''} = F_{\mathbf{k}''}(p'_t \dots p'_p \dots p'_{\mathbf{k}}, p'_{\mathbf{k}'}, p'_{\mathbf{k}''} \dots p'_{\mathbf{b}}, p'_{\mathbf{c}}, p'_{\mathbf{d}} \dots i'),$$

3° *m* quantités demandées des produits

$$D'_b = F_b(p'_t \dots p'_p \dots p'_k, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_{b'}, p'_c, p'_d \dots i'),$$

$$D'_c = F_c(p'_t \dots p'_p \dots p'_{k'}, p'_{k''}, p'_{k'''} \dots p'_{b'}, p'_{c'}, p'_{d'} \dots i'),$$

$$D'_d = F_d(p'_t \dots p'_p \dots p'_{k'}, p'_{k'}, p'_{k''} \dots p'_{b'}, p'_{c'}, p'_{d'} \dots i'),$$

$$D'_a = 0'_t p'_t + \dots + 0'_p p'_p + \dots \\ + 0'_k p'_k + 0'_{k'} p'_{k'} + 0'_{k''} p'_{k''} + \dots \\ - (E' + D'_b p'_b + D'_c p'_c + D'_d p'_d + \dots);$$

lesquels excédant, quantités offertes et quantités demandées, joints aux quantités, déterminées au hasard, de capitaux neufs à fabriquer, satisferont aux équations

$$\begin{aligned}
 a_t D'_a + b_t D'_b + c_t D'_c + d_t D'_d + \dots \\
 + k_t D'_k + k'_t D'_k' + k''_t D'_k'' + \dots &= 0'_t, \\
 \dots &\dots \\
 a_p D'_a + b_p D'_b + c_p D'_c + d_p D'_d + \dots \\
 + k_p D'_k + k'_p D'_k' + k''_p D'_k'' + \dots &= 0'_p, \\
 \dots &\dots \\
 a_k D'_a + b_k D'_b + c_k D'_c + d_k D'_d + \dots \\
 + k_k D'_k + k'_k D'_k' + k''_k D'_k'' + \dots &= 0'_k, \\
 a_{k'} D'_a + b_{k'} D'_b + c_{k'} D'_c + d_{k'} D'_d + \dots \\
 + k_{k'} D'_k + k'_{k'} D'_k' + k''_{k'} D'_k'' + \dots &= 0'_{k'}, \\
 a_{k''} D'_a + b_{k''} D'_b + c_{k''} D'_c + d_{k''} D'_d + \dots \\
 + k_{k''} D'_k + k'_{k''} D'_k' + k''_{k''} D'_k'' + \dots &= 0'_{k''}.
 \end{aligned}$$

Les valeurs $p'_1, \dots, p'_p, \dots, p'_k$, $p'_{k'}, p'_{k''}, \dots$ des prix des services producteurs déterminent, outre les m valeurs des prix de revient des produits, l valeurs des prix de revient des capitaux neufs

$$\begin{aligned}
 P'_k &= k_t p'_t + \dots + k_p p'_p + \dots \\
 &+ k_k p'_k + k_{k'} p'_{k'} + k_{k''} p'_{k''} + \dots \\
 P'_{k'} &= k'_t p'_t + \dots + k'_{p'} p'_{p'} + \dots \\
 &+ k'_{k'} p'_{k'} + k'_{k''} p'_{k''} + \dots \\
 P'_{k''} &= k''_t p'_t + \dots + k''_{p'} p'_{p'} + \dots \\
 &+ k''_{k'} p'_{k'} + k''_{k''} p'_{k''} + \dots
 \end{aligned}$$

Ainsi, à ce moment, nous avons satisfait aux équations des systèmes [1], [2], [3], [4], [5] et [6], et il ne nous reste plus qu'à satisfaire aux équations des systèmes [7] et [8]; de telle sorte que si, par hasard, on avait

$$P'_{k'} = \frac{p'_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'},$$

$$P'_{k''} = \frac{p'_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i''},$$

$$P'_{k'''} = \frac{p'_{k'''} - (\mu_{k'''} + \nu_{k'''})}{i'''},$$

...

et

$$D'_{k'} P'_{k'} + D'_{k''} P'_{k''} + D'_{k'''} P'_{k'''} + \dots = E',$$

le problème serait résolu. Mais, généralement, on aura

$$P'_{k'} > \frac{p'_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'},$$

$$P'_{k''} < \frac{p'_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i''},$$

$$P'_{k'''} < \frac{p'_{k'''} - (\mu_{k'''} + \nu_{k'''})}{i'''},$$

...

et

$$D'_{k'} P'_{k'} + D'_{k''} P'_{k''} + D'_{k'''} P'_{k'''} + \dots > E' ;$$

et il s'agit d'amener ces inégalités à l'égalité par des tâtonnements à opérer sur les quantités, encore déterminées au hasard, i' , $D'_{k'}$, $D'_{k''}$, $D'_{k'''} \dots$ Tel est tout spécialement l'objet du problème qui nous occupe.

Or, aux prix $p'_{k'}$, $p'_{k''}$, $p'_{k'''} \dots$ de leurs revenus, les capitaux neufs (K), (K'), (K'') ... se vendront à des prix

$$\Pi_k = \frac{p'_k - (\mu_k + \nu_k)}{i'},$$

$$\Pi_{k'} = \frac{p'_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'},$$

$$\Pi_{k''} = \frac{p'_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'},$$

.

comme il est facile de le démontrer. Car si ces prix de vente s'établissaient plus haut, il y aurait avantage pour les entrepreneurs de produits à louer des capitaux existants (K), (K'), (K'') ... aux prix de location p'_k , $p'_{k'}$, $p'_{k''}$... plutôt que d'emprunter du capital monnaie au taux de i' pour acheter des capitaux neufs. Les entrepreneurs de capitaux neufs seraient alors obligés d'offrir les capitaux neufs au rabais. Et si, au contraire, ces prix de vente s'établissaient plus bas, il y aurait avantage pour les entrepreneurs de produits à emprunter du capital monnaie au taux de i'' pour acheter des capitaux neufs (K), (K'), (K'') ... plutôt que de louer des capitaux existants aux prix de location p'_k , $p'_{k'}$, $p'_{k''}$... Ces entrepreneurs de produits seraient alors amenés à demander les capitaux neufs à l'enchère. Ainsi Π_k , $\Pi_{k'}$, $\Pi_{k''}$... sont les prix de vente des capitaux neufs comme P'_k , $P'_{k'}$, $P'_{k''}$... en sont les prix de revient. Et, ces prix de vente et de revient étant généralement inégaux, les entrepreneurs de capitaux neufs feront des bénéfices ou des pertes exprimés par les différences

$$D'_k (\Pi_k - P'_k), \quad D'_{k'} (\Pi_{k'} - P'_{k'}), \quad D'_{k''} (\Pi_{k''} - P'_{k''}) \dots$$

On ne voit pas immédiatement, comme on le voyait en cas d'inégalité du prix de vente et du prix de revient des produits, comment, en modifiant les quantités D'_k ,

D'_k , D''_k ... on peut amener les prix π_k et P'_k , $\pi_{k'}$ et $P''_{k'}$, $\pi_{k''}$ et $P''_{k''}$... à l'égalité. Cela tient à ce qu'on n'aperçoit pas immédiatement que ces prix de vente et de revient soient des fonctions des quantités fabriquées de capitaux neufs. Mais c'est une circonstance qu'il est facile de faire apparaître.

Qu'on se reporte aux divers systèmes des équations de la capitalisation telles qu'elles ont été posées au paragraphe précédent. Supposons qu'on ait porté les valeurs de p_b , p_c , p_d ... fournies par les équations du système [5] dans les équations des systèmes [1], [2] et [3]; puis qu'on ait porté les valeurs de O_t ... O_p ... O_k , $O_{k'}$, $O_{k''}$... et celles de D_a , D_b , D_c , D_d ... fournies par les équations des systèmes [2] et [3] ainsi modifiées dans les équations du système [4], ce système serait alors un système de n équations entre $n + l + 1$ inconnues qui seraient les n prix des services producteurs p_t ... p_p ... p_k , $p_{k'}$, $p_{k''}$... les l quantités à fabriquer de capitaux neufs D_k , $D_{k'}$, $D_{k''}$... et le taux du revenu net i . En considérant ces $l + 1$ dernières quantités comme des données et les n premières seulement comme des inconnues, et en éliminant successivement $n - 1$ d'entre ces inconnues, on obtiendrait finalement n équations de la forme suivante, donnant les prix des services producteurs en fonction des quantités à fabriquer de capitaux neufs et du taux du revenu net :

$$p_t = \mathcal{F}_t (D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots i),$$

• • • • • • • • • •

$$p_p = \mathcal{F}_p (D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots i),$$

• • • • • • • • • •

$$p_k = \mathcal{F}_k (D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots i),$$

$$p_k' = \mathcal{F}_{k'}(D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots i),$$

$$p_k'' = \mathcal{F}_{k''}(D_k, D_{k'}, D_{k''} \dots i),$$

.

Et, en portant les valeurs de $p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots$ fournies par ces équations dans celles des systèmes [6] et [7], on aurait enfin deux systèmes de chacun l équations donnant l'un les prix de revient et l'autre les prix de vente des capitaux neufs en fonction des quantités à fabriquer de ces capitaux neufs et du taux du revenu net.

Nous ne connaissons pas les fonctions $\mathcal{F}_t \dots \mathcal{F}_p \dots \mathcal{F}_k, \mathcal{F}_{k'}, \mathcal{F}_{k''} \dots$ Mais il ressort assez explicitement des lois de variation des prix des services producteurs telles que nous les avons établies qu'étant données les inégalités

$$k_t p'_t + \dots + k_p p'_p + \dots + k_k p'_k + k_{k'} p'_{k'} + k_{k''} p'_{k''} + \dots \\ > \frac{p'_k - (\mu_k + \nu_k)}{i'}, \\ <$$

$$k'_t p'_t + \dots + k'_p p'_p + \dots + k'_k p'_k + k'_{k'} p'_{k'} + k'_{k''} p'_{k''} + \dots \\ > \frac{p'_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'}, \\ <$$

$$k''_t p'_t + \dots + k''_p p'_p + \dots + k''_k p'_k + k''_{k'} p'_{k'} + k''_{k''} p'_{k''} + \dots \\ > \frac{p'_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'}, \\ <$$

.

si on augmente ou diminue la quantité D_k on augmente ou diminue légèrement, d'une part, les prix de tous les services producteurs qui entrent dans la confection du capital (K), c'est-à-dire qu'on augmente ou diminue sensiblement le prix de revient de ce capital exprimé par le premier membre de la première inégalité, tandis qu'on diminue ou augmente sensiblement, d'autre part, le prix

du revenu producteur (K), c'est-à-dire qu'on diminue ou augmente sensiblement le prix de vente du même capital exprimé par le second membre de cette même inégalité. Ainsi le premier membre de l'inégalité est une fonction croissante et le second membre une fonction décroissante de la quantité fabriquée du capital (K). En conséquence, à supposer, par exemple, que P'_k soit $> \pi_k$, on pourrait diminuer P'_k et augmenter π_k en diminuant D'_k ; et à supposer, au contraire, que P'_k soit $< \pi_k$, on pourrait augmenter P'_k et diminuer π_k en augmentant D'_k . De même, $P'_{k'}$ étant $\gtrless \pi_{k'}$, on pourrait diminuer ou augmenter $P'_{k'}$ et augmenter ou diminuer $\pi_{k'}$ en diminuant ou augmentant $D'_{k'}$. De même, $P'_{k''}$ étant $\gtrless \pi_{k''}$, on pourrait diminuer ou augmenter $P'_{k''}$ et augmenter ou diminuer $\pi_{k''}$ en diminuant ou augmentant $D'_{k''}$... On reconnaît immédiatement quel tâtonnement serait à faire et comment, en combinant ce tâtonnement avec les précédents, on arriverait à déterminer certaines quantités D''_k , $D''_{k'}$, $D''_{k''}$... telles que l'on eût

$$k_t p''_t + \dots + k_p p''_p + \dots + k_k p''_k + k'_{k'} p''_{k'} + k''_{k''} p''_{k''} + \dots \\ = \frac{p''_k - (\mu_k + \nu_k)}{i'},$$

$$k'_t p''_t + \dots + k'_{p'} p''_{p'} + \dots + k'_{k'} p''_{k'} + k''_{k''} p''_{k''} + \dots \\ = \frac{p''_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'},$$

$$k''_t p''_t + \dots + k''_{p'} p''_{p'} + \dots + k''_{k'} p''_{k'} + k''_{k''} p''_{k''} + \dots \\ = \frac{p''_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'},$$

de telle sorte que les équations du système [7] fussent

satisfaites comme celles des systèmes [1], [2], [3], [4], [5] et [6]. Or ce tâtonnement est précisément celui qui se fait de lui-même sur le marché, sous le régime de la libre concurrence, alors que les entrepreneurs de capitaux neufs, tout comme ceux de produits, affluent vers les entreprises ou s'en détournent suivant qu'on y fait des bénéfices ou des pertes. Ainsi, l'un des tâtonnements déjà décrits et connus nous fournit la résolution des sept premiers systèmes d'équations de la capitalisation; et il n'y a plus à résoudre que l'équation du dernier système.

Si donc on avait alors

$$D''_k P''_k + D''_{k'} P''_{k'} + D''_{k''} P''_{k''} + \dots = E'',$$

le problème serait entièrement résolu. Mais, généralement, on aura

$$D''_k P_k'' + D''_{k'} P''_{k'} + D''_{k''} P''_{k''} + \dots > E'' ;$$

et il s'agit d'amener cette inégalité à l'égalité par un tâtonnement à opérer sur la quantité encore déterminée au hasard i' .

Mettions-la, pour cela, sous la forme

$$D''_k \frac{p''_k - (\mu_k + \nu_k)}{i'} + D''_{k'} \frac{p''_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'} + \dots$$

$$+ D''_{k''} \frac{p''_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'} + \dots$$

$$\geq F_e(p''_t \dots p''_p \dots p''_k, p''_{k'}, p''_{k''} \dots p''_b, p''_c, p''_d \dots i'),$$

Le premier membre de cette inégalité représente la demande du capital monnaie par les entrepreneurs de produits qui aiment autant emprunter du capital monnaie que de louer des capitaux existants (K), (K'), (K'') ... Il est évidemment une fonction décroissante de i . Quant au

second membre, il représente l'offre du capital monnaie par les créateurs de l'excédant du revenu sur la consommation. Bien que nous ne connaissions pas la fonction F_e , nous savons qu'elle est une fonction croissante de i . Cela étant, on voit immédiatement que, dans le cas où la demande effective du capital monnaie est supérieure à l'offre effective, il faut, pour arriver à l'égalité, une hausse du taux du revenu net, et que, dans le cas où l'offre effective est supérieure à la demande effective, il faut une baisse du taux du revenu net. Et c'est tout justement ce qui se fait sur le marché du capital.

Ainsi : — *Plusieurs services producteurs étant donnés, sur le prix desquels il est possible de prélever un excédant du revenu sur la consommation à transformer en capitaux proprement dits neufs, et dont l'échange se fait contre divers produits consommables et contre divers capitaux neufs avec intervention de numéraire, pour qu'il y ait équilibre du marché des capitaux, ou prix stationnaire de tous les capitaux neufs en numéraire, il faut et il suffit : 1° que le prix de vente de ces capitaux neufs soit égal à leur prix de revient, et 2° qu'au taux du revenu net résultant de ce prix, la demande effective du capital monnaie soit égale à son offre effective. Lorsque cette double égalité n'existe pas, il faut, pour arriver à la première, une augmentation dans la quantité des capitaux neufs dont le prix de vente excède le prix de revient, et une diminution dans la quantité de ceux dont le prix de revient excède le prix de vente ; et, pour arriver à la seconde, une hausse du taux du revenu net si la demande effective du capital monnaie est supérieure à son offre effective, et une baisse de ce taux si l'offre effective du capital monnaie est supérieure à sa demande effective.*

Les capitaux proprement dits neufs n'étant autre chose que des produits, et la condition qui les concerne rentrant dans le principe des frais de production, il reste, comme résultat principal de cette étude, la détermination du taux du revenu net conformément à la loi de l'offre et de la demande. Telle est la solution du problème de la capitalisation. D'ailleurs, ce taux étant une fois déterminé, les prix des terres et ceux des facultés personnelles se déterminent conformément à la même loi sur le marché des capitaux; ceux des terres suivant les équations

$$P_t = \frac{p_t}{i}, \quad P_{t'} = \frac{p_{t'}}{i}, \quad P_{t''} = \frac{p_{t''}}{i} \dots$$

et ceux des facultés personnelles suivant les équations

$$P_p = \frac{p_p - (\mu_p + \nu_p)}{i}, \quad P_{p'} = \frac{p_{p'} - (\mu_{p'} + \nu_{p'})}{i}, \\ P_{p''} = \frac{p_{p''} - (\mu_{p''} + \nu_{p''})}{i} \dots$$

V.

La libre concurrence en matière de création de capitaux neufs au moyen de l'excédant du revenu sur la consommation constituant bien la résolution par tâtonnement des équations de la capitalisation telles que nous les avons posées, il s'ensuit que :

La capitalisation des épargnes par le crédit sur un marché régi par la libre concurrence est une opération par laquelle l'excédant du revenu sur la consommation se transforme en les capitaux neufs de la nature et de la quantité propres à donner la plus grande satisfaction possible des besoins dans les limites de cette condition qu'il

n'y ait qu'un seul taux du revenu net pour tous les services producteurs sur le marché.

Utilité effective maximum d'une part; unité de prix d'autre part, soit des produits sur le marché des produits, soit des services producteurs sur le marché de ces services, soit du capital monnaie sur le marché de ce capital: telle est donc toujours la double condition suivant laquelle tend à s'ordonner de lui-même le monde des intérêts économiques, tout comme l'attraction en raison directe des masses et en raison inverse du carré des distances est la double condition suivant laquelle s'ordonne de lui-même le monde des mouvements astronomiques. D'un côté comme de l'autre une formule de deux lignes renferme toute la science et fournit l'explication d'une multitude innombrable de faits particuliers.

Il est à peine besoin de dire que le principe de la proportionnalité des valeurs aux raretés à l'état d'équilibre général du marché, et la loi de variation des prix d'équilibre en raison des variations des raretés provenant de variations soit dans les utilités soit dans les quantités possédées des produits ou des services producteurs, subsistent entièrement après comme avant la résolution des équations de la capitalisation. Mais, en revanche, le fait, que nous avons constaté en posant ces équations, de la non-augmentation dans la quantité des terres, en même temps que de l'augmentation possible dans la quantité des personnes et dans la quantité des capitaux proprement dits, au sein d'une société qui épargne et qui capitalise, a des conséquences extrêmement graves qu'il nous reste à formuler en quelques lois des plus importantes pourachever complètement cette esquisse d'une théorie mathématique de la richesse sociale. Ces *lois*

seront celles *de variation des prix dans une société progressive.*

Nous avons fait abstraction des coefficients de fabrication a_t , b_t , c_t , d_t ... k_t , k'_t , k''_t ... a_p , b_p , c_p , d_p ... k_p , k'_p , k''_p ... a_k , b_k , c_k , d_k ... k_k , k'_k , k''_k ... $a_{k'}$, $b_{k'}$, $c_{k'}$, $d_{k'}$... $k_{k'}$, $k'_{k'}$, $k''_{k'}$... $a_{k''}$, $b_{k''}$, $c_{k''}$, $d_{k''}$... $k_{k''}$, $k'_{k''}$, $k''_{k''}$... ou des quantités respectives des services producteurs (T) ... (P) ... (K), (K'), (K'') ... qui entrent dans la confection d'une unité de chacun des produits (A), (B), (C), (D) ... et de chacun des capitaux proprement dits neufs (K), (K'), (K'') ... Nous avons expliqué pourquoi nous nous permettions de considérer momentanément ces quantités comme déterminées *a priori* tout en énonçant qu'elles n'étaient pas telles. En effet, elles ne le sont pas, ni quant à leur valeur, ni même quant à leur nature. Cette circonstance est décisive ; elle a une portée considérable.

S'il fallait toujours des quantités fixes de rente d'espèce (T) pour confectionner une unité de (A), de (B), de (C), de (D) ... de (K), de (K'), de (K'') ... la multiplication de ces produits et de ces capitaux neufs serait absolument limitée par la quantité existante Q_t des terres de cette espèce. Si, par exemple, il fallait toujours $\frac{1}{10}$ de la rente annuelle d'un hectare de terre pour confectionner un hectolitre de blé, autrement dit si un hectare de terre ne pouvait jamais produire plus de 10 hectolitres de blé par an, la multiplication du blé serait absolument limitée par la quantité existante des terres susceptibles d'être emblavées. Mais chacun sait qu'il en est autrement. Grâce à la substitution du système des cultures alternées au système de la jachère, grâce à l'emploi des engrais, de machines labourant plus profondément ou plus menu, un

hectare de terre peut produire annuellement un nombre de plus en plus grand d'hectolitres de blé. Et, généralement, on peut, dans la confection des produits et des capitaux neufs, faire entrer des quantités de plus en plus faibles de rente de terres, à la condition d'y faire entrer des quantités de plus en plus fortes de profit de capitaux proprement dits. De là la possibilité du progrès.

Le progrès ne saurait consister en autre chose que dans la diminution des raretés ou des intensités des derniers besoins satisfaits des produits chez une population croissante. Donc le progrès est possible ou non selon que la multiplication des produits est possible ou non. Si la multiplication des produits n'était possible que dans certaines limites, le progrès ne serait possible que dans certaines limites. Les raretés ne pourraient diminuer que jusqu'à un certain point, la population restant la même; ou la population ne pourrait croître que jusqu'à un certain point, les raretés restant les mêmes, ou les raretés ne pourraient diminuer que jusqu'à un certain point, la population croissant elle-même jusqu'à un certain point. Si la multiplication des produits est possible indéfiniment, le progrès est possible indéfiniment. Or la multiplication indéfinie des produits est possible en raison de la possibilité de la substitution de plus en plus considérable, quoique jamais totale, du profit de capitaux à la rente de terres dans la production. Deux cas sont à distinguer. Le cas où la valeur seule des coefficients de fabrication varie par diminution de ceux d'emploi de rente et augmentation de ceux d'emploi de profit. C'est ce que nous appellerons le progrès *économique* amené par l'épargne. Et le cas où la nature même des coefficients de fabrication vient à changer par intervention de certains services pro-

ducteurs et abandon de certains autres. C'est ce que nous appellerons le progrès *technique* amené par la science. Dans la réalité, ces deux formes de progrès fonctionnent ensemble; ici, nous ferons abstraction de la seconde pour ne considérer que la première. Il faut d'ailleurs évidemment que les capitaux soient créés par l'épargne avant que l'emploi de leur profit ne s'opère. Par conséquent: — *Le progrès, consistant dans la diminution des raretés des produits avec l'augmentation dans la quantité des personnes, est possible, malgré la non-augmentation dans la quantité des terres, grâce à l'augmentation dans la quantité des capitaux proprement dits, à la condition essentielle que l'augmentation dans la quantité des capitaux proprement dits précède et surpassé l'augmentation dans la quantité des personnes.* Il y aurait lieu de préciser ici la théorie si controversée de Malthus sur la population et les subsistances.

On a beaucoup discuté, sans arriver du reste à aucune conclusion sérieuse et définitive dans un sens ou dans l'autre, la question de savoir si le prix des produits s'élevait ou s'abaissait dans une société progressive. Voici ce qu'il faut répondre à ce sujet. Ce qui diminue nécessairement, dans une société progressive, ce sont les raretés. Quant aux prix, qui sont les rapports de ces raretés aux raretés du produit numéraire, ils peuvent demeurer les mêmes si, comme il n'y a aucune raison de ne pas le supposer, en même temps que les raretés de tous les produits autres que le produit numéraire diminuent, les raretés du produit numéraire diminuent aussi proportionnellement. Ils ne s'abaissent que si les raretés du produit numéraire ne varient pas. C'est donc seulement sous la réserve de cette hypothèse que les raretés du produit numéraire sont

constantes que l'on peut dire que *le prix des produits s'abaisse dans une société progressive*. J.-B. Say affirmait la proposition dans ce sens, mais en avouant ne pouvoir la démontrer. Sur ce point, comme sur plusieurs autres, sa remarquable sagacité le servait bien; il lui manquait seulement une méthode d'investigation plus puissante: car, comme on le voit, l'éclaircissement de la question dont il s'agit repose tout entier sur une analyse mathématique complète du phénomène de l'établissement et de la variation des prix.

Cela dit quant à la définition du progrès, et quant aux prix des produits, venons au prix des services producteurs.

VI

Pour fixer les idées, et étudier les effets du progrès en laissant autant que possible toutes choses égales d'ailleurs, nous supposerons une société comme celle que nous avons considérée jusqu'ici, dans laquelle un certain nombre d'individus, ayant certaines courbes d'utilité ou de besoin, possèdent certaines quantités de services producteurs: terres, facultés personnelles et capitaux proprement dits, et qui, à un moment donné, serait doublée par le progrès. Il est évident que si, à la première société s'en ajoutait purement et simplement une seconde de tous points identique, les prix des services producteurs, non plus que ceux des produits, ne changeraient pas. C'est ce qui résulte mathématiquement des équations de la production. Mais une telle hypothèse n'est pas conforme à la notion expérimentale du progrès. Ce qu'il faut supposer, c'est qu'à chaque individu de la société primitive en ont

succédé, au bout d'un certain temps, pour composer la société nouvelle, deux autres ayant, avant l'opération de la production et de l'échange :

1° Les mêmes courbes d'utilité ou de besoin ;
2° La moitié des mêmes terres ;
3° Une quantité égale des mêmes facultés personnelles ;
4° La quantité proportionnelle plus considérable des mêmes capitaux proprement dits (ou, si l'on veut, la quantité proportionnelle plus considérable des mêmes services producteurs contenus dans les capitaux proprement dits anciens entrant dans la quantité de capitaux proprement dits nouveaux) qui est nécessaire pour permettre aux entrepreneurs de produire, avec une quantité égale de terres et de rente, et avec une quantité double de facultés personnelles et de travail, une quantité au moins double de chacun des produits.

De la sorte, chaque membre de la société primitive aurait été remplacé par deux membres de la société nouvelle ayant, après l'opération de la production et de l'échange, à consommer directement :

1° La moitié des mêmes rentes de terres ;
2° Une quantité égale des mêmes travaux de facultés personnelles ;
3° Une quantité proportionnelle plus considérable des mêmes profits de capitaux proprement dits ;
4° Une quantité au moins égale des mêmes produits.

Dans ces conditions, l'équilibre général n'existerait pas, sur le marché de la société nouvelle, aux mêmes prix que sur celui de la société primitive. Il saute aux yeux que les deux séries des rapports des raretés des rentes et des raretés des profits directement consommés aux raretés du produit numéraire seraient les uns très supérieurs, les

autres très inférieurs aux prix de ces rentes et de ces profits soit aux fermages et aux intérêts. Il y aurait immédiatement demande effective de rentes, offre effective de profits, à consommer directement; hausse des fermages, baisse des intérêts. Cela est certain; mais il est facile de faire voir que, si on suppose tout de suite effectuées cette hausse du prix des rentes et cette baisse du prix des profits, l'équilibre général est, à peu de chose près, entièrement rétabli.

Les fermages étant élevés et les intérêts abaissés, il y a, à peu de chose près, satisfaction maximum quant aux rentes et aux profits directement consommés. Il y a d'ailleurs satisfaction maximum quant aux travaux directement consommés. Ainsi, il y a équilibre, ou peu s'en faut, quant aux prix des services producteurs.

Les entrepreneurs producteurs paient des fermages plus élevés, mais ils font entrer moins de rente dans la confection des produits. Ils paient des intérêts moins élevés, mais ils font entrer plus de profit dans la confection des produits. Ainsi, les prix de revient sont, à peu de chose près, les mêmes, et concordent, ou peu s'en faut, avec les prix de vente.

Les propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes consommateurs vendent moins de rente mais ils la vendent plus cher. Ils vendent plus de profit mais ils le vendent moins cher. Ainsi ils ont à peu de chose près le même revenu et peuvent, ou peu s'en faut, se procurer une quantité au moins égale des mêmes produits aux mêmes prix de vente concordant avec les prix de revient.

Et enfin, puisque les divers rapports des raretés des produits quelque peu diminuées aux raretés du produit numéraire quelque peu diminuées aussi sont toujours

égaux à ces prix de vente, il y a, à peu de chose près, satisfaction maximum quant aux produits, et équilibre, ou peu s'en faut, quant aux prix de ces produits.

Cette démonstration suffit pour permettre d'énoncer que: — *Dans une société progressive, le prix du travail, ou le salaire, ne variant pas sensiblement, le prix de la rente, ou le fermage, s'élève sensiblement, et le prix du profit, ou l'intérêt, s'abaisse sensiblement.*

Les capitaux proprement dits sont des produits. Si nous considérons que, par ce motif, leur prix de vente, égal à leur prix de revient, ne varie pas, tandis que le prix du profit, ou l'intérêt, s'abaisse sensiblement, nous voyons que: — *Dans une société progressive, le taux du revenu net s'abaisse sensiblement.*

Le taux du revenu net est ainsi fourni par le rapport de l'intérêt net au prix du capital proprement dit. Quand on l'a une fois obtenu, on obtient le prix des facultés personnelles et le prix des terres en divisant par lui le salaire net et le fermage. Et comme le salaire ne varie pas sensiblement, et que le fermage s'élève sensiblement, il s'ensuit que: — *Dans une société progressive, le prix des capitaux proprement dits ne variant pas, le prix des facultés personnelles s'élève en raison de l'abaissement du taux du revenu net, et le prix des terres s'élève à la fois en raison de l'abaissement du taux du revenu net et en raison de l'élévation des fermages.*

Notre intention n'est pas de montrer ici comment la triple théorie du fermage, du salaire et de l'intérêt qui est implicitement comprise dans notre théorie de la détermination du prix des services producteurs s'accorde avec les théories courantes ou en diffère. En ce qui concerne seulement la théorie de la rente ou du fermage, nous fe-

rons remarquer comment on voit, dans la nôtre, la valeur de la rente naître, dans une société, par les mêmes causes qui la feront grandir, et grandir par les mêmes causes qui l'ont fait naître. Cette valeur est toujours proportionnelle aux raretés, ou aux intensités des derniers besoins satisfaits, des rentes directement consommées. Dans une société très récemment passée du régime de chasse et de pêche ou du régime pastoral au régime agricole, chacun trouve à discrétion de la terre et de la rente, non-seulement pour exercer la culture, mais pour placer son habitation et se faire un jardin d'agrément. Les raretés et, par suite, la valeur de la rente et de la terre sont nulles. Au contraire, dans une société parvenue au régime industriel et commercial, on se loge dans de très hautes maisons et les parcs disparaissent de jour en jour. Les raretés et, par suite, la valeur de la rente et de la terre sont considérables. Les économistes qui ont entrepris de nous persuader que nous ne payons pas de rente en achetant les produits agricoles ou autres devraient nous prouver que nous avons à discrétion du terrain pour nos maisons et nos jardins, là, bien entendu, où nous avons besoin de résider, et non pas dans les solitudes de l'Afrique ou de l'Amérique ; et cette preuve, ils ne la donnent point ni ne la donneront jamais. Aussi la vérité est-elle que l'augmentation de plus en plus considérable de la valeur de la rente et de la terre est, avec le développement du capital et de la population, la caractéristique essentielle du progrès économique, et qu'en mettant cette vérité en toute évidence, l'économie politique pure n'éclaire pas moins l'économie sociale qu'elle n'éclaire à d'autres égards l'économie politique appliquée.

OBSERVATION

Les quatre mémoires qui précèdent contiennent, sous l'appareil des formules de l'analyse algébrique, un système d'économie politique pure dont les deux éléments principaux sont l'exposition du mécanisme de la libre concurrence en matière d'échange (offre et demande effectives; hausse, baisse, prix courant d'équilibre) faite au § III du mémoire n° 1, et celle du mécanisme de la libre concurrence en matière de production (terres et rentes, personnes et travaux, capitaux proprement dits et profits; propriétaires fonciers, travailleurs, capitalistes; entrepreneurs; bénéfice, perte, égalité du prix de vente et du prix de revient) faite aux §§ I et II du mémoire n° 3. Grâce à ces conceptions fondamentales, nous avons : 1^o un marché des services producteurs sur lequel des rentes de terres, des travaux de personnes et des profits de capitaux proprement dits sont offerts au rabais par des propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes, et demandés à l'enchère par des entrepreneurs ; 2^o un marché des produits sur lequel des revenus consommables et des capitaux proprement dits neufs sont offerts au rabais par des entrepreneurs et demandés à l'enchère par des propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes; et 3^o un marché des capitaux sur lequel le capital monnaie est offert au rabais par des capitalistes et demandé à l'enchère par des entrepreneurs. Et, dès lors, nous avons aussi : 1^o les prix des services producteurs ou les fermages, salaires et intérêts; 2^o les prix des produits; et 3^o le taux du revenu net et, par conséquent, les prix des capitaux fonciers, personnels et mobiliers. La demande

des services producteurs et l'offre des produits sont déterminées, pour les entrepreneurs, par la considération de bénéfice ou de perte. L'offre des services producteurs et la demande des produits sont déterminées, pour les propriétaires fonciers, travailleurs et capitalistes, par la quantité possédée et l'utilité de ces marchandises et par la considération de satisfaction maximum des besoins.

Quelques personnes me demanderont peut-être, comme on l'a déjà fait, s'il était bien nécessaire, si même il n'était pas plus nuisible qu'utile de présenter sous la forme mathématique une doctrine qui peut sembler par elle-même assez simple et assez claire. Ma réponse à cette question sera la suivante.

Affirmer une théorie est une chose; la démontrer en est une autre. Je sais qu'en économie politique on donne et reçoit tous les jours de prétendues démonstrations qui ne sont rien autre chose que des affirmations gratuites. Mais, précisément, je pense que l'économie politique ne sera une science que le jour où elle s'astreindra à démontrer ce qu'elle s'est à peu près bornée jusqu'ici à affirmer gratuitement. Or, pour démontrer que des prix de marchandises, qui sont des quantités, à savoir les quantités de numéraire susceptibles de s'échanger contre ces marchandises, résultent effectivement de telles ou telles données ou conditions, il est absolument indispensable à mon sens: 1° de formuler, d'après ces données ou conditions, un système d'équations, en nombre rigoureusement égal à celui des inconnues, dont les quantités en question soient les racines, et 2° d'établir que l'enchaînement des phénomènes de la réalité constitue bien la résolution empirique de ce système d'équations. C'est ce que j'ai fait en ce qui concernait successivement l'échange, la production et la

capitalisation. Et non-seulement l'emploi du langage et de la méthode mathématiques m'a permis de démontrer ainsi les lois d'établissement des prix courants d'équilibre, mais elle m'a permis de démontrer, en outre, les lois de variation de ces prix, d'analyser le fait et, par cela même, d'asseoir le principe de la libre concurrence. Sans doute, l'exposition du système et sa confirmation par le raisonnement sont deux choses distinctes qui, réunies dans mon travail, pourraient, à la rigueur, être séparées l'une de l'autre. Je ne m'oppose en aucune façon à ce que ceux de mes lecteurs qui seront économistes sans être mathématiciens, laissent de côté la seconde de ces deux parties pour faire exclusivement leur profit de la première. Bien peu d'entre nous sont en état de lire les *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* de Newton ou la *Mécanique céleste* de Laplace; et cependant nous admettons tous, sur la foi des hommes compétents, la description qui nous est faite du monde des faits astronomiques conformément au principe de l'attraction universelle. Pourquoi n'admettrait-on pas de la même manière la description du monde des faits économiques conformément au principe de la libre concurrence? Rien ne s'oppose donc à ce qu'on laisse ainsi de côté la démonstration du système, une fois faite, et à ce qu'on en retienne seulement l'affirmation pour l'utiliser dans l'étude des questions d'économie politique appliquée ou d'économie politique pratique; mais, quant à moi, je devais donner l'une et l'autre pour esquisser, comme je le voulais, une théorie vraiment scientifique de la richesse sociale.
