

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Herausgeber:** Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Band:** 12 (1873-1874)  
**Heft:** 71

**Artikel:** Théorie élémentaire du gyroscope  
**Autor:** Piccard, P.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-287491>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 12.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DU GYROSCOPE

PAR

P. PICCARD

professeur.



Le gyroscope est un instrument qui est connu sous sa forme actuelle depuis une quinzaine d'années, et qu'on rencontre maintenant dans la plupart des cabinets de physique.

Il se compose d'un disque A (fig. 1), dont l'axe est monté dans une chape BB. Cette chape porte une tige ou queue C, dirigée dans le prolongement de l'axe du disque.

Lorsqu'on imprime au disque A un mouvement de rotation rapide, et qu'on pose l'extrémité de la tige C sur une pointe D, l'instrument, au lieu de tomber, reste suspendu en porte à faux sur la pointe D, autour de laquelle il se met à tourner d'un mouvement horizontal plus ou moins lent.

Au premier abord, ce phénomène paraît très étrange et même contraire aux lois élémentaires de la mécanique. Tant que le disque conserve son mouvement de rotation rapide, la pesanteur semble ne plus exercer d'action sur l'instrument.

Cette expérience, tout étrange qu'elle puisse paraître au premier abord, a bien vite été expliquée par les lois mêmes de la mécanique, qu'elle paraissait infirmer.

Les explications du phénomène, qui ont été données,

étant complètes et entièrement satisfaisantes, pourquoi revenons-nous sur ce sujet ?

Ces explications se rattachent toutes, à notre connaissance au moins, à une série de démonstrations et de calculs qui supposent la connaissance de la théorie de la rotation des corps. Mais l'instrument étant simple, nous avons pensé qu'on devait pouvoir en donner une explication simple également et basée uniquement sur les théorèmes généraux de la mécanique ; c'est ce que nous avons essayé de faire.

Nous donnerons d'abord une explication du phénomène, sans calcul, qui en fasse entrevoir les causes, puis appliquant les formules élémentaires de la mécanique à l'instrument, nous arriverons à trouver les vitesses de rotation qui amènent l'équilibre.

Dans l'explication qui va suivre, nous étudierons seulement le cas où la tige C de l'instrument est horizontale et décrit en tournant un plan dans l'espace. On peut aussi placer la tige C obliquement, elle décrit alors un cône et il y a également équilibre. Ce second cas peut se ramener très facilement au premier, mais comme il n'ajoute rien à l'explication que nous nous sommes proposée, nous le laisserons de côté.

Considérons un mobile  $m$  (fig. 2) qui se meut sur un cercle ABCD, pendant que ce cercle tourne autour de l'axe BD. Le point  $m$  sera animé d'un double mouvement et décrira une courbe gauche dans l'espace.

Le sens des deux mouvements étant celui qui est indiqué par les flèches  $v$  et  $v'$  de la figure, il est facile de reconnaître que pendant que le mobile  $m$  se meut sur la moitié supérieure ABC du cercle, la trajectoire du mobile tourne constamment sa convexité du côté F de l'axe FG ;

il suffira, en effet, de se représenter le mouvement du mobile dans le voisinage du point B pour reconnaître qu'il en est bien ainsi.

Lorsqu'au contraire le mobile se meut sur la moitié inférieure CDA du cercle, la trajectoire de  $m$  tourne constamment sa convexité vers G.

Or, lorsqu'un mobile se meut sur une courbe, il exerce une pression sur cette courbe, dirigée constamment vers la convexité de la courbe ; c'est la force centrifuge. Le point  $m$  exercera donc, dans son double mouvement, sur le plan du cercle ABCD, une pression tournée vers F pour la moitié supérieure ABC du cercle et vers G pour la moitié inférieure CDA.

Si, au lieu d'un seul mobile  $m$ , nous avons une série de points ou un anneau matériel ABCD tournant en même temps autour des axes FG et BD, tous les points de l'anneau compris dans la moitié supérieure ABC exerceront une pression tournée vers F, tandis que ceux compris dans la moitié inférieure CDA exerceront leur pression vers G. Toutes ces pressions formeront un couple indiqué sur la figure par les flèches  $\text{ff}$ , et le mouvement de  $m$  étant complètement symétrique par rapport à la ligne AC, les pressions seront aussi symétriques par rapport à cette ligne, donc AC sera l'axe du couple.

Au lieu d'un anneau, nous pourrions aussi avoir un disque matériel, qui ne serait autre chose qu'une réunion d'une infinité d'anneaux concentriques.

Les couples produits par tous ces anneaux auront un axe commun CA et s'ajouteront pour former un couple résultant ayant même axe que les couples élémentaires.

Si l'anneau ou le disque ABCD tournait autour de l'axe HI, au lieu de BD, le même couple se produirait encore,

car une rotation autour de HI revient identiquement à une rotation de même vitesse autour de BD et à une translation de tout le système sur un cercle de rayon FE. Dans cette translation, les vitesses de tous les points de l'anneau étant égales et parallèles, il ne pourra en résulter aucun couple, tandis que la rotation autour de BD produira son couple comme dans le cas précédent.

Le couple  $ff$  n'est donc pas changé lorsqu'on transporte l'axe de rotation de BD en HI.

Il est facile de reconnaître que l'anneau ou le disque que nous venons de considérer n'est pas autre chose que le disque du gyroscope. Dans le double mouvement du disque du gyroscope il naît un couple  $ff$  qui, pour certaines vitesses, fait justement équilibre au couple de la pesanteur qui tend à le renverser.

Comment se fait-il maintenant que lorsqu'on pose la tige C (fig. 1) sur la pointe D, l'instrument se mette, de lui-même, à tourner dans un plan horizontal, et comment se fait-il que l'instrument prenne, également de lui-même, la vitesse  $\omega'$  qui correspond à l'équilibre ?

C'est que, lorsqu'on abandonne l'instrument à lui-même, après avoir posé la tige C sur la pointe D, il tombe d'une petite quantité, et pendant cette chute le disque est animé d'un double mouvement semblable à celui que nous venons d'étudier, qui, d'après l'explication précédente, fait naître instantanément un couple à axe vertical, lequel imprime à l'appareil un mouvement horizontal. La chute dure jusqu'à ce que la vitesse  $\omega'$  du mouvement horizontal soit telle que le couple à axe horizontal qui en résulte fasse équilibre à la pesanteur, alors la cause de la chute cessant, celle-ci s'arrête, le couple à axe vertical disparaît

et le mouvement horizontal, cessant de s'accélérer, devient uniforme.

Appliquons maintenant le calcul au phénomène, tel que nous venons de l'expliquer.

Considérons un mobile de masse infiniment petite,  $dm$ , (fig. 3), courant sur le cercle ABCD, pendant que celui-ci tourne autour de l'axe BD, que nous prendrons pour axe des Z. Recherchons la projection  $V_y$  de la vitesse réelle du mobile sur l'axe des Y.

Lorsque nous l'aurons trouvée, nous saurons que la réaction  $\rho$  que le mobile exerce sur sa trajectoire, dans le sens Y, sera :

$$- dm \frac{dV_y}{dt}$$

Appelons  $\omega$  la vitesse angulaire du mobile sur le cercle et  $\omega'$  la vitesse angulaire du cercle autour de l'axe des Z.

La vitesse du mobile sur le cercle est  $r\omega$ , sa projection sur l'axe des Y sera  $- r\omega \sin \alpha \sin \alpha'$ .

La vitesse du mobile due au mouvement du cercle est  $r \cos \alpha \omega'$ , sa projection sur l'axe de Y sera :

$$r \cos \alpha \omega' \cos \alpha',$$

donc :

$$V_y = r\omega' \cos \alpha \cos \alpha' - r\omega \sin \alpha \sin \alpha'.$$

Remarquons que  $\alpha = \omega t + \beta$  et  $\alpha' = \omega' t + \beta'$ ,  $\beta$  et  $\beta'$  étant les angles  $\alpha$  et  $\alpha'$  pour  $t = 0$ , et différencions par rapport à  $t$ , nous aurons :

$$\begin{aligned} \frac{dV_y}{dt} &= r\omega' \left[ -\cos \alpha \sin \alpha' \omega' - \sin \alpha \cos \alpha' \omega \right] \\ &\quad - r\omega \left[ \sin \alpha \cos \alpha' \omega' + \cos \alpha \sin \alpha' \omega \right]. \end{aligned}$$



Prenons maintenant l'axe des X dans le plan ABCD (fig. 4), ce qui revient à dire que nous avons choisi le plan XZ de telle façon que le cercle ABCD passe par ce plan à l'instant considéré ; dans ce cas  $\alpha' = 0$  et notre valeur ci-dessus devient :

$$\frac{dV_y}{dt} = - 2 r \omega \omega' \sin \alpha$$

la réaction  $\rho$  sera donc :

$$\rho = 2 dm r \omega \omega' \sin \alpha.$$

Le couple infiniment petit, que nous appellerons  $dc$  engendré par cette force  $\rho$ , sera  $\rho z$ , mais comme  $z = r \sin \alpha$ , nous pourrons écrire :

$$dc = 2 dm r^2 \omega \omega' \sin^2 \alpha.$$

Au lieu d'un seul mobile de masse  $dm$ , considérons maintenant un anneau matériel ABCD et appelons  $\mu$  sa masse par unité de longueur ;  $dm$  sera  $\mu r d\alpha$  et

$$dc = 2 \mu r^3 \omega \omega' \sin^2 \alpha d\alpha.$$

Pour la moitié supérieure de l'anneau, le couple des forces  $\rho$  sera  $2 \mu r^3 \omega \omega' \int_0^\pi \sin^2 \alpha d\alpha$ , pour l'anneau entier, le couple, que nous appellerons  $c$ , sera le double,

$$\text{soit : } c = 4 \mu r^3 \omega \omega' \int_0^\pi \sin^2 \alpha d\alpha$$

$$\text{mais } \int \sin^2 \alpha d\alpha = -\frac{1}{4} \sin 2\alpha + \frac{\alpha}{2},$$

donc :

$$\int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \, d\alpha = \frac{\pi}{2} \quad \text{et par conséquent}$$

$$c = 2\pi r \mu r^2 \omega \omega'.$$

Si nous appelons  $m$  la masse totale de l'anneau, cette masse ne sera pas autre chose que  $2\pi r \mu$ , donc

$$c = mr^2 \omega \omega'.$$

Passons maintenant de l'anneau au disque matériel et appelons  $C$  le couple engendré par le double mouvement. Ce couple  $C$  sera la somme de tous les couples  $c$  produits par les anneaux élémentaires dont se compose le disque, par conséquent :

$$C = \omega \omega' \Sigma (mr^2).$$

Cette expression  $\Sigma (mr^2)$  n'est autre chose que ce qu'on appelle en mécanique le *moment d'inertie* du disque, expression qu'on note habituellement par  $I$ ; l'expression précédente devient donc

$$C = I \omega \omega'.$$

Lorsque l'appareil est en mouvement et se maintient dans la position horizontale, le couple  $C$  est égal et fait justement équilibre au couple produit par la pesanteur de l'appareil, dont tout le poids se trouve ainsi reporté sur la pointe D. Pour un même gyroscope, la valeur de  $I$  est constante, le couple de renversement de la pesanteur  $C$  l'est aussi, donc, pour qu'il y ait équilibre il faut que le produit  $\omega \omega'$  des deux vitesses angulaires atteigne une certaine valeur, constante pour un même appareil

$$\omega \omega' = \frac{C}{I}.$$



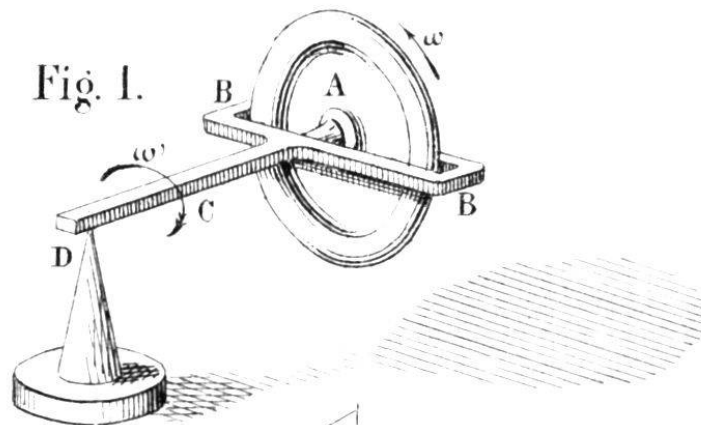


Fig. 1.

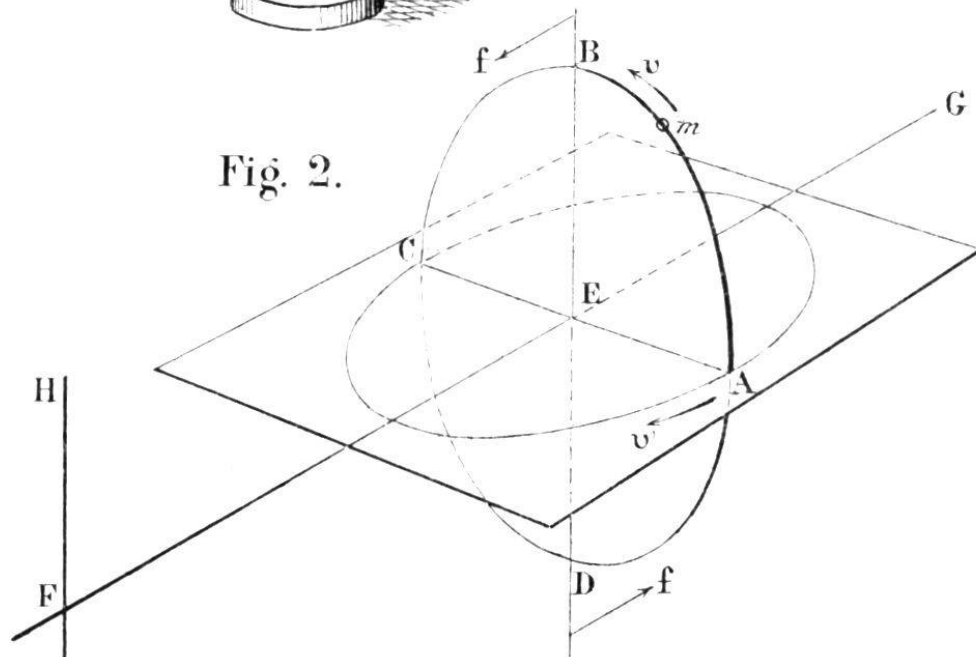


Fig. 2.

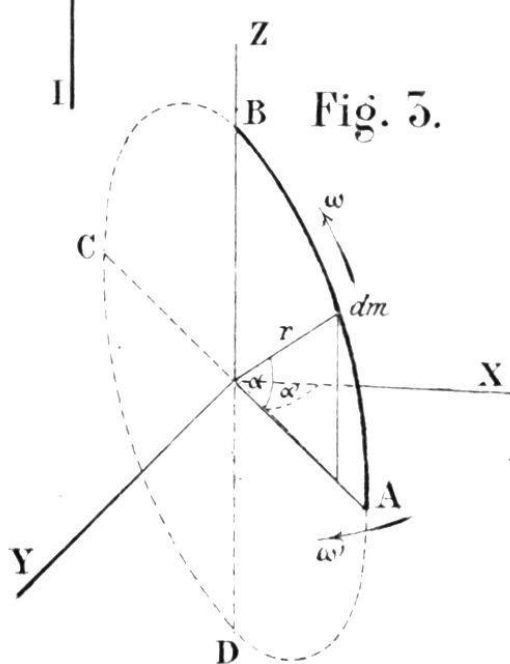


Fig. 5.

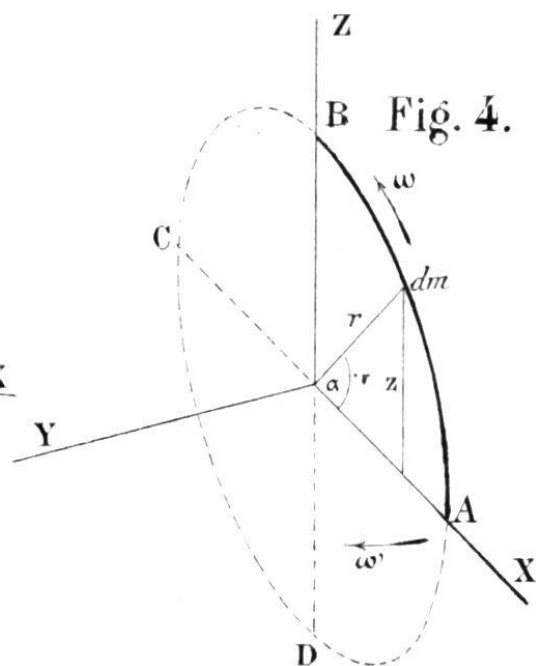


Fig. 4.

Voilà la formule fort simple à laquelle on arrive. Elle nous montre, entr'autres, que plus le disque tourne vite, plus le mouvement horizontal de l'appareil est lent ; c'est ce que la simple observation d'un gyroscope en mouvement prouve du reste aussi, car lorsque par l'effet du frottement la rotation du disque se ralentit, le mouvement horizontal autour de la pointe s'accélère ; cette accélération est produite par des chutes successives de l'appareil, qui se prolongent jusqu'à ce qu'enfin il tombe tout à fait.

