Zeitschrift: Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles
Band: 11 (1871-1873)
Heft: 66

Artikel: Sur le calcul des logarithmes à un grand nombre de figures
Autor: Burnier, F.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-257298

Sur le calcul des logarithmes à un grand nombre de figures

par F. BURNIER, col.

Le procédé le plus en usage pour le calcul des logarithmes à un grand nombre de décimales est celui de R. Flower (1771). La Table nécesssaire à son application a été donnée par Briggs, en 1624, dans son *Arithmetica logarithmica*, en vue du même but; mais le procédé de Briggs était moins simple. Elle a été reproduite dans un grand nombre de Recueils, parmi lesquels je citerai les *Tables à cinq décimales* de M Hoüel, et celles de Schrön à la fin de la Table d'interpolation.

J'ai apporté une modification au procédé de Flower que je vais faire connaître dans cette note.

Si le nombre dont on cherche le logarithme commence par un 5 ou par un chiffre plus fort, on procède immédiatement au calcul. Si non, on le multiplie au préalable par 0,5, ou par 3 ou par 2, de manière que cette condition soit satisfaite. Puis on transporte la virgule à gauche du 1er chiffre en donnant 0 à la partie entière. Soit N le nombre ainsi modifié. J'en prends le complément à l'unité et j'écris

$$N = 1 - b.$$

Je multiplie les 2 membres par $1 + a$ et je pose la condition

$$(1 - b)(1 + a) = 1;$$ ou sous une autre forme

$$1 - \{ b - a(1 - b) \} = 1.$$

D'où

$$a = \frac{b}{1 - b}.$$

Avec la précaution qui a été prise quant au premier chiffre du nombre, cette valeur de a est plus petite que 1. Je ne garde de cette valeur que le chiffre des dixièmes. Le produit $(1 - b)(1 + a)$ ne sera pas égal à 1; mais l'erreur commise sur a étant moindre que 0,1, puisqu'on la multiplie par $1 - b$ plus petit que 1, l'erreur du résultat sera pareillement moindre que 0,1. Ainsi le produit sera encore de la forme $1 - b'$,

b' ayant, au moins, un zéro après la virgule.

Je multiplie de nouveau par $1 + a'$ en posant la condition

$$(1 - b')(1 + a') = 1 ; \qquad \text{d'où}$$

$$a' = \frac{b'}{1 - b'}.$$

Généralement les 1[ers] chiffres de a' et de b' seront du même ordre ; je suppose ici des centièmes. En négligeant les chiffres suivants je verrai, comme plus haut, que l'erreur du résultat sera moindre que 0,01. Donc, dans le nouveau produit $1 - b''$, il y aura au moins 2 zéros après la virgule de b''.

Par une suite de multiplications sucessives, on arrivera ainsi à un produit final égal à l'unité, en sorte que :

$$N(1 + a)(1 + a')(1 + a'')(1 + a''')\ldots\ldots = 1.$$

Les logarithmes de ces divers facteurs sont donnés par la Table V, page 109 des Tables à 5 décimales de M. Hoüel. En les ajoutant et en prenant le complément de cette somme, on aura le logarithme de N, abstraction faite de la caractéristique.

Le calcul de $a = \dfrac{b}{1 - b}$ dont on ne cherche que le 1[er] chiffre, se fera facilement de tête ou avec la règle à calcul. Quant à $a' = \dfrac{b'}{1 - b}$, comme l'on a $b' < 0{,}1$, on peut écrire $a' = b' + b'^2 + b'^3 + \ldots\ldots$ et le 1[er] chiffre de a' se trouvera encore plus facilement que le 1[er] chiffre de a.

La pratique du calcul est indiquée par l'équation

$$(1 - b)(1 + a) = 1 - b - ab + a.$$

Je vais l'éclaircir en cherchant le log. du nombre 3,1415........ avec 10 décimales. Voici le tableau du calcul :

$$\begin{array}{rl}
 & 0{,}31415.92653.6 \qquad \times 2 \\
 & 0{,}62831.85307.2 \\ \hline
1 - & 0{,}37168.14692.8 \qquad \times 1{,}5 \\
 & 18584.07346.4 \\
+ & 5 \\ \hline
1 - & 0{,}05742.22039.2 \qquad \times 1{,}06 \\
 & 345.13322.4 \\
+ & 6 \\ \hline
1 - & 0{,}00097.35361.6
\end{array}$$

$$
\begin{array}{rll}
1 - & 0{,}00097.35361.6 & \times 1{,}0009 \\
& \phantom{0{,}00097.3}8761.8 & \\
+ & \phantom{0{,}00097.353}9 & \\
\hline
1 - & 0{,}00007.44123.4 & \times 1{,}00007 \\
& \phantom{0{,}00007.441}52.1 & \\
+ & \phantom{0{,}00007.4412}7 & \\
\hline
1 - & 0{,}00000.44175.5 & \times 1{,}000004 \\
& \phantom{0{,}00000.44175.}2 & \\
+ & \phantom{0{,}00000.4417}4 & \\
\hline
1 - & 0{,}00000.04175.7 &
\end{array}
$$

Le 1er chiffre étant 3, on a multiplié le nombre proposé par 2; puis on en a pris le complément à l'unité.

$a = \frac{371}{628} = 0{,}59$, on prend $a = 0{,}5$.

$b' = 0{,}0575$; $b'^2 = 0{,}0033$; on prendra donc $a' = 0{,}06$.

Les facteurs suivants $1 + a''$, $1 + a'''$.... se formeront immédiatement au moyen du 1er chiffre de b'', b'''..... Les derniers facteurs sont donnés par les chiffres mêmes du dernier produit écrit.

Enfin le calcul s'achèvera suivant le méthode ordinaire, page XXX de l'Introduction aux Tables à 5 décimales de M. Hoüel.

L'on peut aussi se servir des deux ouvrages suivants :

Funfstellige gemeine Logarithmen, etc., von August Gernerth. Wien 1866. page 119, Table x.

Tables de logarithmes à 27 décimales pour les calculs de précision, par Fédor Thoman. Paris, à l'imprimerie impériale, 1867. page 48, Table IV.

Le procédé de Flower modifié, comme je viens de l'indiquer, peut également s'appliquer de la manière dont M. Hoüel l'a proposé dans son *Recueil de formules et de Tables numériques*; *Paris 1866.*

Au lieu d'aller chiffre par chiffre, on procède par groupes de deux chiffres. L'on fait alors usage de la Table V, page 14 de ce Recueil.

Je me bornerai à remarquer qu'il n'est plus nécessaire de préparer le nombre dont on cherche le logarithme afin que son 1er chiffre soit au moins égal à 5.

Je mentionnerai encore l'ouvrage suivant :

Kurze Hilfstafel zur bequemen Berechnung fünfzehnstellinger Logarithmen, etc., von A. Steinhauser. Wien 1865.

Avec son secours, le calcul peut se faire par groupes de 3 chiffres, le procédé restant le même et les calculs préparatoires s'effectuant avec la règle. Je me bornerai à en montrer un exemple :

$$\begin{array}{rrl}
 & 0,31415.92653.6 & \\
\hline
1 - & 0,68584.07346.4 & \times 1 + 2,16 \\
 & 1.37168.14692.8 & \\
 & 6858.40734.6 & \\
 & 4115.04440.8 & \\
+ & 2,16 & \\
\hline
1 - & 0,00725.67214.6 & \times 1,00730 \\
 & 5.07970.5 & \\
 & 21770.2 & \\
+ & 730. & \\
\hline
1 - & 0,00000.96955.3 & \times 1,00000.969 \\
 & 9 & \\
+ & 969 & \\
\hline
1 - & 0,00000.00056.2 &
\end{array}$$

La somme des logarithmes des 4 nombres

$$3,16 - 1,00730 - 1,00000.969 - 1,00000.00056.2$$

pris dans la Table de Steinhauser donnera le complément du logarithme cherché.

Cependant l'emploi de cette Table avec ses 15 décimales, dans l'application que nous supposons ici, exige une petite correction.

Pour passer de la dernière colonne C, à la colonne idéale suivante, après avoir divisé le logarithme par 1000, il faut encore ajouter à la 15^{me} décimale la quantité $0,21693\left(\frac{a}{100}\right)^2$.

Ainsi, dans l'exemple précédent, le log. de 1,00000.562 est donné par la colonne C de la Table. Je le divise par 1000; j'ajoute la correction à la 15^{me} décimale, (ici 7, pour $a = 562$) et j'obtiens le logarithme de 1,00000.00056.2.

Il est clair que cette correction peut être calculée d'avance et écrite, de distance en distance, à la marge de la Table Steinhauser.