

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Herausgeber:** Société Vaudoise des Sciences Naturelles  
**Band:** 9 (1866-1868)  
**Heft:** 57

**Artikel:** De la Renonciation au paiement des primes dans les assurances sur la vie  
**Autor:** Rieu, Auguste  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-255763>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# DE LA RENONCIATION

AU PAIEMENT DES PRIMES

## DANS LES ASSURANCES SUR LA VIE.

PAR

**Auguste RIEU.**

### § 1. Introduction et exposition du sujet.

Il arrive souvent que des changements survenus dans la position de fortune, ou dans les circonstances de famille des assurés, les obligent à renoncer au paiement ultérieur de leurs primes. Que deviennent leurs droits et quel effet cette cessation de paiement peut-elle avoir sur le contrat? Telle est la question qui se pose fréquemment dans la pratique, et qui, bien qu'elle ait reçu une solution, n'a pas été, que nous sachions, ni traitée d'une manière complète dans les ouvrages sur la matière, ni surtout rattachée à l'ensemble de la théorie.

Quoiqu'en droit un contrat régulièrement formé soit également obligatoire pour les deux parties et ne puisse être dissout que de leur commun consentement, les compagnies se relâchent volontiers de leurs droits et ne demandent pas mieux que d'entrer en accommodement avec les assurés.

Trois alternatives peuvent leur être offertes :

1<sup>o</sup> la résiliation du contrat,

2<sup>o</sup> la réduction de l'assurance,

3<sup>o</sup> sa transformation, par exemple sa conversion en rente viagère, opération devenue tristement célèbre depuis que Couty de la Pommeraie s'en est servi comme d'un stratagème pour accomplir son crime.

Nous allons les examiner successivement.

En conservant la notation des auteurs anglais pour les quantités qu'ils désignent par  $C$ ,  $D$ ,  $N$ ,  $M$ , nous éviterons la confusion dans laquelle ils sont tombés en reculant d'une année les quanti-

tés  $N$  et  $M$ , et nous appellerons respectivement  $\frac{N_x}{D_x}$ ,  $\frac{N_{x+1}}{D_x}$  et  $\frac{M_{x+1}}{D_x}$  les valeurs qu'ils expriment par  $\frac{N_{x-1}}{D_x}$  et  $\frac{N_x}{D_x}$  et  $\frac{M_x}{D_x}$ .

Nous applaudissons à l'idée du Dr ZILLMER qui, dans son ouvrage sur la théorie mathématique des assurances, prend pour point de départ la rente viagère, qu'il appelle *prænumerando*, et qui s'emploie pour les primes, de préférence à la rente *postnumerando* (la rente viagère ordinaire), dont le premier arrérage se paie une année après le contrat. C'est à la première des deux que nous appliquerons à son exemple la notation  $R_x$ . Nous ferons volontiers un pas de plus en appelant *rente immédiate* celle que l'auteur allemand appelle *prænumerando* et *rentes différées* toutes les autres. La rente différée d'une année sera donc pour nous la rente viagère ordinaire, appelée à tort la *rente immédiate*. Cette terminologie présenterait l'avantage de faire concorder le *langage technique* avec le *langage usuel*. C'est ainsi qu'un rente payable cinq années après le contrat est dite dans l'usage différée de cinq ans, tandis que d'après le système ordinairement suivi, elle n'est différée que de *quatre* ans. Toutes les formules étant en général conçues dans ce dernier système, il peut résulter de ce désaccord des erreurs dans l'application des tarifs.

Dans tout ce qui suit, nous supposerons la somme assurée égale à l'unité, et nous appellerons  $P_x$ ,  $P_{x+n}$ , suivant l'âge de l'assuré, la prime annuelle correspondante, quelle que soit d'ailleurs l'espèce d'assurance.

## § 2. De la résiliation de l'assurance.

La *résiliation* implique nécessairement la restitution en tout ou en partie des sommes versées par l'assuré. Quelle est donc la valeur que l'assuré a droit de retirer de la compagnie en cas de résiliation? Pour nous en faire une idée, reprenons les choses dès l'origine.

Soient  $l_x$  individus qui s'assurent en commun et paient chacun une prime, que nous appellerons  $P_x$ , pour l'assurance de 1 fr. payable au décès de chacun. A la fin de la première année, il est mort  $d_{x+1}$  personnes, à chacune desquelles on paie 1 fr. Chaque prime a porté intérêt, et si nous appelons  $p$  soit  $1 + t$  ce fac-

teur d'intérêt, il y aura en caisse au commencement de la seconde année

$$l_x P_x p - d_{x+1}$$

Au bout de la seconde année, cette somme a porté intérêt. Les  $l_{x+1}$  assurés ont payé une nouvelle prime qui a également porté intérêt, et l'assurance 1 a été payée à  $d_{x+2}$  décédés. On a donc en caisse

$$\begin{aligned} & l_x P_x p^2 - d_{x+1} + l_{x+1} P_x p - d_{x+2} \\ &= P_x (l_x p^2 + l_{x+1} p) - (d_{x+1} p + d_{x+2}) \end{aligned}$$

Au bout de la  $n^e$  année on aura semblablement

$$\begin{aligned} & P_x (l_x p^n + l_{x+1} p^{n-1} + l_{x+2} p^{n-2} \dots + l_{x+n-1} p) \\ & - (d_{x+1} p^{n-1} + d_{x+2} p^{n-2} \dots + d_{x+n}) \end{aligned}$$

Ce capital divisé par  $l_{x+n}$  assurés encore vivants, représente la part de chacun d'eux dans le capital social, soit

$$\frac{1}{l_{x+n}} \left[ P_x (l_x p^n + l_{x+1} p^{n-1} + l_{x+2} p^{n-2} \dots + l_{x+n-1} p) - (d_{x+1} p^{n-1} + d_{x+2} p^{n-2} \dots + d_{x+n-1} p + d_{x+n}) \right]$$

En divisant chaque terme de la fraction par  $p_{x+n}$ , on retrouve les quantités désignées respectivement par  $D$  et par  $C$ ,

$$\frac{1}{D_{x+n}} \left[ P_x (D_x + D_{x+1} + D_{x+2} \dots + D_{x+n-1}) - (C_{x+1} + C_{x+2} \dots + C_{x+n-1} + C_{x+n}) \right]$$

expression qui peut se mettre sous la forme

$$\frac{P_x (N_x - N_{x+n}) - (M_{x+1} - M_{x+n+1})}{D_{x+n}}$$

et qui représente la capitalisation des primes après  $n$  années, moins celle d'une assurance temporaire de fr. 1 pendant le même temps<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Nous devons cette analyse à l'ouvrage du Dr ZILLMER : *Die mathematischen Rechnungen der Lebens- und Renten-Versicherungen*. Berlin 1861. Page 92.

Nous appelons *capitalisation* en assurance, le produit d'une somme ou d'une succession de primes, au bout de  $n$  années, en tenant compte du double élément de l'intérêt composé et de la mortalité. La capitalisation

des sommes s'opère par le facteur  $\frac{D_x}{D_{x+n}}$  et celle des primes par le fac-

teur  $\frac{N_x - N_{x+n}}{D_{x+n}}$ .

Il en résulte déjà une loi importante : c'est l'impossibilité, en cas de résiliation, de restituer à l'assuré la totalité des primes versées, même en déduisant la marge. Car il y a pour chaque prime une partie aliquote, dépendante de l'âge de l'assuré, employée nécessairement au paiement des autres assurances, et c'est cette fraction dont nous venons de voir la détermination rigoureuse qui est, en tout état de cause, définitivement acquise à la compagnie, ou plutôt aux autres assurés.

Toute la théorie des assurances sur la vie, a en effet pour but de répartir entre tous les assurés, suivant leur âge et la nature de leurs assurances respectives, le montant de leurs primes<sup>2</sup>. Aucune compagnie ne pourrait donc, sans se mettre en perte elle-même, ou sans léser les droits des autres assurés, restituer la totalité des versements. C'est là ce que la plupart des assurés ne paraissent pas comprendre ; la retenue que la compagnie ne peut pas ne pas faire sur les primes restituées est à leurs yeux un pur bénéfice, et non ce qu'elle est en réalité, l'exercice d'un droit de propriété légitimement acquis.

L'expression ci-dessus est susceptible d'une transformation par le moyen de laquelle elle se prête mieux aux exigences de la pratique. On peut en effet l'écrire ainsi :

$$\frac{P_x (N_x - N_{x+n}) - M_{x+1}}{D_{x+n}} + \frac{M_{x+n+1}}{D_{x+n}}$$

Or  $P_x$  ou la prime annuelle de l'assurance au décès, a pour expression  $\frac{M_{x+1}}{N_x}$  d'où  $M_{x+1} = P_x N_x$ .

Par cette substitution on obtient définitivement

$$\frac{M_{x+n+1}}{D_{x+n}} - P_x \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}}$$

Le premier terme est la valeur actuelle de l'assurance à l'âge  $x+n$  ; et le second celle d'une rente viagère au même âge, ayant pour annuité  $P_x$ . Leur différence est la RÉSERVE. La RÉSERVE est donc le maximum de ce qu'une compagnie peut restituer en cas de résiliation. Cette conclusion se justifie encore par d'autres con-

<sup>2</sup> Ce sont donc les assurés et non les compagnies, comme on le croit trop souvent, qui recueillent le bénéfice de la mortalité. Les bénéfices des compagnies résultent : 1° de la différence entre la mortalité des assurés et celle qu'exprime la table de mortalité, lorsque cette différence est à leur profit ; 2° de la différence entre les intérêts qu'elles bonifient aux assurés (ordinairement le 4 % et ceux qu'elles retirent du placement des capitaux ; 3° enfin, de la *marge*.

sidérations. L'assuré a droit en tout temps à la valeur actuelle représentant la somme qui lui est assurée ; mais d'un autre côté, les primes à payer appartenant à la compagnie, son droit ne comporte en réalité que la différence de ces deux valeurs c'est-à-dire la RÉSERVE<sup>3</sup>.

On a imaginé d'autres méthodes pour évaluer la *prime de résiliation*. Par exemple, la compagnie française l'UNION adopte la différence entre la prime annuelle d'assurance vie entière et la prime annuelle d'assurance temporaire pendant  $n$  années, et capitalise cette différence. C'est encore la RÉSERVE sous une autre forme. En effet la prime annuelle d'une assurance temporaire est

$$\frac{M_{x+1} - M_{x+n+1}}{N_x - N_{x+n}}$$

La différence entre la prime vie entière, que nous avons appelée  $P_x$ , et cette prime, est

$$P_x - \frac{M_{x+1} - M_{x+n+1}}{N_x - N_{x+n}}$$

Pour capitaliser cette expression, il faut la multiplier par

$\frac{N_x - N_{x+n}}{D_{x+n}}$  ce qui donne

$$\frac{P_x (N_x - N_{x+n}) - (M_{x+1} - M_{x+n+1})}{D_{x+n}}$$

et nous ramène au point de départ et de là à la RÉSERVE<sup>4</sup>.

La réserve constitue donc la propriété de l'assuré dans le fonds commun, et c'est avec raison que LA SUISSE, la RENTEN-ANSTALT

<sup>3</sup> En calculant ainsi la réserve à l'expiration de la  $n^{\text{e}}$  année, la  $n+1^{\text{e}}$  prime, payable à l'échéance du contrat, entre dans les primes à recevoir qui s'expriment par la rente immédiate ; c'est la méthode logique et théorique à laquelle on est nécessairement conduit par les déductions analytiques. Mais dans la pratique, où l'on a besoin de connaître la réserve pour un jour fixe, par exemple le 31 décembre, on peut supposer cette prime encaissée, ce qui a lieu en effet ordinairement dans le courant de l'année, et l'on évalue les primes à recevoir par la rente que nous appelons *différée d'une année*, la rente viagère ordinaire. Le montant des primes à recevoir diminue du chiffre de la prime, mais l'encaisse et la réserve augmentent de la même valeur. Si l'on veut se servir de la rente immédiate, alors il faut tenir compte de l'encaissement ultérieur de la prime et la porter en déduction des primes à recevoir ou, ce qui revient au même, en addition à la réserve.

Nous rappelons, pour mémoire, que la rente immédiate est égale à la rente différée d'une année augmentée de l'unité.

<sup>4</sup> *Théorie élémentaire des annuités viagères, etc.*, par M. MAAS. Paris, 1865-Page 55.

et probablement aussi d'autres compagnies l'adoptent comme *prime de restitution* ou *valeur de rachat*<sup>5</sup>. Par la même raison, on peut la prendre comme point de départ dans les deux autres alternatives à examiner.

### § 3. De la réduction de l'assurance.

Pour savoir ce que devient la somme assurée au décès, lorsqu'on cesse le paiement des primes, il faut, d'après ce qui précède, considérer la réserve comme prime unique et la combiner avec la formule

$$y = A \frac{D_x}{M_{x+1}}$$

qui donne la somme assurée, en fonction de la prime unique. Effectuant cette opération et remplaçant  $x$  par  $x + n$  on trouve :

$$\begin{aligned} y &= \left( \frac{M_{x+n+1}}{D_{x+n}} - P_x \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} \right) \frac{D_{x+n}}{M_{x+n+1}} \\ &= \left( 1 - P_x \frac{N_{x+n}}{M_{x+n+1}} \right) \end{aligned}$$

c'est-à-dire, la somme assurée 1, diminuée de l'assurance que donnerait la prime  $P_x$  payée à l'âge  $x + n$ ; telle est en effet la signification du second terme; résultat logique, car en renonçant au paiement de la prime, l'assuré se prive de son produit en assurance au décès. — Comme on a d'ailleurs

$$\frac{M_{x+n+1}}{N_{x+n}} = P_{x+n}$$

l'expression peut se mettre sous la forme

$$1 - \frac{P_x}{P_{x+n}} \quad \text{ou} \quad \frac{P_{x+n} - P_x}{P_{x+n}}$$

En effet, si à l'âge  $x + n$  la prime  $P_{x+n}$  donne 1, la prime  $P_x$  donnera  $\frac{P_x}{P_{x+n}}$ .

<sup>5</sup> Il faut encore déduire la marge du résultat, car il n'y a pas de raison pour en exempter ce genre d'opération. Aussi LA SUISSE ne restitue la réserve que sous déduction du 20 %; c'est ainsi qu'a été calculé son tarif imprimé. — *Exemple* : A 50 ans, la réserve d'une assurance de fr. 100 est, après 20 primes, de fr. 26 640, dont les  $\frac{1}{5}$  font fr. 21 32, comme le porte le tarif.

C'est la formule employée par la compagnie française l'UNION à Paris<sup>6</sup>.

*Exemple* : Soient  $x = 30$  et  $x + n = 50$ . D'après les tarifs de la Suisse, prime nette, on a :

$$\begin{aligned} P_{x+n} &= 3,934 \\ P_x &= 1,861 \end{aligned}$$

$$P_{x+n} - P_x = 2,073$$

d'où 
$$\frac{P_{x+n} - P_x}{P_{x+n}} = \frac{2,073}{3,934}$$

ce qui donne, pour une assurance de fr. 100, fr. 52 694, résultat dont il faut encore déduire la marge.

On peut toutefois arriver directement à un résultat affecté de la marge. Par exemple :

1° Si dans l'exemple précédent on opère sur les primes du tarif, on a :

$$\begin{aligned} P_{x+n} &= 4,65 \\ P_x &= 2,44 \end{aligned}$$

$$P_{x+n} - P_x = 2,21$$

d'où 
$$\frac{P_{x+n} - P_x}{P_{x+n}} = \frac{2,21}{4,65}$$

ce qui donne, pour fr. 100, fr. 47 53.

2° Si au lieu de partir de la réserve prime nette on prend pour point de départ la réserve déduction faite de la charge, soit la *valeur de rachat*, et qu'envisagée comme prime unique, on suppose la somme nette qu'elle assure au décès, le résultat sera affecté de la charge dans la même proportion.

*Exemple* : Dans les conditions précédentes, la SUISSE donne pour valeur de rachat d'une assurance de fr. 100 fr. 21 32. La prime unique d'une assurance de fr. 100 est, à l'âge de 50 ans, prime nette, fr. 50 562. Fr. 21 32 donneront en conséquence

$$100 \times \frac{21,32}{50,562} \text{ soit fr. } 42,165,$$

ce qui équivaut précisément à une charge du 20 % sur le net fr. 52 694.

#### § 4. De la conversion de l'assurance en rente viagère.

LA SUISSE et la RENTEN-ANSTALT ont dressé des tarifs pour la conversion de l'assurance au décès en rente viagère, en prenant

<sup>6</sup> *Théorie élémentaire des annuités viagères, etc.*, par M. MAAS. Paris 1865. Page 56.

pour base la valeur numérique de la réserve et appliquant le tarif des rentes viagères. Mais comme la réserve ne peut guère être calculée à l'avance, que de cinq en cinq ans et de cinq en cinq primes pour chaque âge, on est obligé, pour les cas intermédiaires, d'interpoler par voie de proportion, procédé qui, bien que suffisant dans la pratique, ne donne pas une exactitude rigoureuse. Mais en appliquant ici le calcul algébrique, comme nous l'avons fait pour la réduction de l'assurance, on arrive à une formule qui donne pour chaque cas la solution précise du problème et sans passer par la réserve. Il faut pour cela combiner la réserve envisagée comme prime unique avec la formule qui donne la valeur de l'annuité en fonction de la prime unique

$$a = R_x \frac{D_x}{N_x}$$

et on obtiendra l'annuité équivalente à l'assurance.

Opérant cette substitution, et remplaçant  $x$  par  $x + n$ , on obtient

$$\begin{aligned} a &= \left( \frac{M_{x+n+1}}{D_{x+n}} - P_x \frac{N_{x+n}}{D_{x+n}} \right) \frac{D_{x+n}}{N_{x+n}} \\ &= \frac{M_{x+n+1}}{N_{x+n}} - P_x \end{aligned}$$

expression dont le premier terme est la prime annuelle de l'assurance au décès à l'âge  $x + n$ , soit  $P_{x+n}$ , et le second la prime due par l'assuré. L'annuité remplaçant une assurance dont on cesse de payer les primes est donc égale à la différence entre deux primes, l'une correspondante à l'âge à la date de la police, et l'autre à l'âge de l'assuré lorsqu'il cesse le paiement, soit

$$P_{x+n} - P_x$$

formule très simple et qui se justifie d'ailleurs à première vue, car l'annuité équivalente à l'assurance c'est la prime annuelle, puisque cette prime s'obtient précisément en transformant l'assurance en rente viagère. C'est donc cette prime que la compagnie devrait payer à l'assuré à titre d'annuité ; mais comme en vertu de son contrat, il doit à la compagnie la prime  $P_x$  sa vie durant, celle-ci lui bonifiera seulement la différence.

Remarquons 1° qu'il faut opérer sur les primes nettes et non sur celles du tarif, et en déduire ensuite la marge, car en opérant sur ces dernières, la marge se trouverait à la charge de la compagnie. 2° le paiement de la rente aura lieu à la même époque que celui de la prime ; c'est ce qui résulte de toutes les déductions qui précèdent, car nous avons arrêté le paiement des primes à l'expi-

ration de la  $n^{\text{e}}$  année au moment où la  $n + 1^{\text{e}}$  prime va être payée, prime que nous avons fait entrer dans les primes à recevoir, et dans le calcul de la réserve par la formule de la rente immédiate ; et c'est la réserve ainsi formée que nous avons transformé en rente viagère.

*Exemples :* Soient  $x = 30$  et  $x + n = 50$  ; les tarifs de LA SUISSE prime nette donnent :

$$\begin{aligned} P_{x+n} &= 3,934 \\ P_x &= 1,861 \end{aligned}$$

d'où 
$$P_{x+n} - P_x = \underline{2,073}$$

valeur nette de l'annuité correspondante à une assurance de 100 francs, lorsqu'à 50 ans on a payé 20 primes ; sous réserve de la marge à déduire.

Soient encore  $x = 20$  et  $x + n = 50$ , d'où

$$\begin{aligned} P_{x+n} &= 3,934 \\ P_x &= 1,363 \end{aligned}$$

d'où 
$$P_{x+n} - P_x = \underline{2,571}$$

Si l'assuré avait contracté par une prime unique, l'annuité serait exactement la prime  $P_{x+n}$ , charge déduite.

## § 5. Application de ces principes à d'autres assurances.

Il est évident que ces principes sont applicables à tout autre genre d'assurance.

Nous en ferons l'application à trois exemples :

- 1<sup>o</sup> assurances vie entière, à primes temporaires,
- 2<sup>o</sup> capitaux différés,
- 3<sup>o</sup> assurances au décès sur deux têtes.

### a) Assurances vie entière, à primes temporaires.

Appelons  $m$  le nombre d'années stipulé dans le contrat pour le paiement des primes, et  $n$  le nombre d'années au bout desquelles a lieu le rachat.

Cherchons maintenant la valeur de rachat, et prenons pour base la différence entre la prime de cette assurance et celle d'une assurance temporaire, et soit

$$P_x - \frac{M_{x+1} - M_{x+n+1}}{N_x - N_{x+n}}$$

l'expression de cette différence : ou bien en remplaçant  $P_x$  par sa valeur

$$\frac{M_{x+1}}{N_x - N_{x+m}} - \frac{M_{x+1} - M_{x+n+1}}{N_x - N_{x+n}}$$

Multiplions pour capitaliser par le facteur  $\frac{N_x - N_{x+n}}{D_{x+n}}$ , il vient

$$\frac{M_{x+1}}{N_x - N_{x+m}} \cdot \frac{N_x - N_{x+n}}{D_{x+n}} - \frac{M_{x+1} - M_{x+n+1}}{D_{x+n}}$$

expression qui est susceptible des transformations suivantes :

$$\begin{aligned} & \frac{M_{x+1}}{D_{x+n}} \left( \frac{N_x - N_{x+n}}{N_x - N_{x+m}} - 1 \right) + \frac{M_{x+n+1}}{D_{x+n}} \\ & \frac{M_{x+n+1}}{D_{x+n}} - \frac{N_{x+n} - N_{x+m}}{N_x - N_{x+m}} \frac{M_{x+1}}{D_{x+n}} \\ & \quad \text{»} \quad - \frac{M_{x+1}}{N_x - N_{x+m}} \frac{N_{x+n} - N_{x+m}}{D_{x+n}} \\ & \quad \text{»} \quad - P_x \frac{N_{x+n} - N_{x+m}}{D_{x+n}} \end{aligned}$$

c'est-à-dire encore la RÉSERVE.

### b) Capitaux différés.

Prenons, par exemple, les capitaux différés à primes annuelles, et supposons qu'il s'agisse d'évaluer la somme à laquelle a droit l'assuré lorsqu'il renonce au paiement de ses primes. On peut y parvenir en considérant chaque prime annuelle comme une prime unique, et supputant la somme qui en provient en capital différé. C'est la méthode adoptée par LA SUISSE. La somme de ces petites assurances partielles, donnera le capital auquel a droit l'assuré. Or le résultat s'exprime évidemment par la formule suivante, en appelant  $n$  la durée de l'assurance et  $m$  celle du paiement des primes,

$$\begin{aligned} P_x & \left( \frac{D_x}{D_{x+n}} + \frac{D_{x+1}}{D_{x+n}} + \frac{D_{x+2}}{D_{x+n}} \dots + \frac{D_{x+m-1}}{D_{x+n}} \right) \\ & = P_x \frac{N_x - N_{x+m}}{D_{x+n}} \end{aligned}$$

c'est-à-dire la *capitalisation* de  $m$  primes  $P_x$  au bout de  $n$  années.

Si l'on part de la réserve, et qu'on cherche son produit en capital différé, on arrive au même résultat. Après  $m$  primes payées, la réserve s'exprimera par

$$\frac{D_{x+n}}{D_{x+m}} - P_x \frac{N_{x+m} - N_{x+n}}{D_{x+m}}$$

En multipliant par  $\frac{D_{x+m}}{D_{x+n}}$  pour trouver son produit en capital différé on obtient

$$1 - \frac{N_{x+m} - N_{x+n}}{D_{x+n}} P_x$$

c'est-à-dire la somme assurée 1, moins ce que donnerait en capital différé la prime  $P_x$  pendant  $n - m$  années. Cette formule, en tout semblable à celle que nous avons trouvée pour les assurances au décès, peut se simplifier et se calculer de la même manière.

Si l'on fait attention que la somme 1 assurée en capital différé est égale à sa propre prime  $P_x$  capitalisée, l'expression ci-dessus deviendra

$$\begin{aligned} P_x \frac{N_x - N_{x+n}}{D_{x+n}} - P_x \frac{N_{x+m} - N_{x+n}}{D_{x+n}} \\ = P_x \frac{N_x - N_{x+n} - N_{x+m} + N_{x+n}}{D_{x+n}} \\ = P_x \frac{N_x - N_{x+m}}{D_{x+n}} \end{aligned}$$

comme nous l'avons déjà trouvé.

Les deux méthodes arrivent donc au même résultat.

### c) Assurances au décès sur deux têtes.

Dans les capitaux de survie, comme dans les assurances sur deux têtes, la différence des deux primes

$$P_{(x+n, x'+n)} - P_{x, x'}$$

donnera le chiffre correspondant de l'annuité reposant sur les deux têtes. Mais pour mettre cette loi dans tout son jour, une transformation de l'expression de la réserve est nécessaire.

Le premier terme est toujours la valeur actuelle soit prime unique de la somme assurée à l'âge  $x + n$ . Or la prime annuelle  $P_{x+n}$  s'obtient en divisant la prime unique par la rente d'un

franc sur une tête ; réciproquement la prime annuelle multipliée par  $R_{x+n}$  équivaut à la prime unique. On pourra donc mettre l'expression de la Réserve sous la forme

$$(P_{x+n} - P_x) R_{x+n} \quad (7)$$

ou s'il s'agit d'assurances sur deux têtes

$$(P_{x+n, x'+n} - P_{x, x'}) R_{x+n, x'+n}$$

En divisant par  $R_{x+n, x'+n}$  pour avoir le chiffre de l'annuité, il reste

$$P_{x+n, x'+n} - P_{x, x'}$$

Pour avoir le chiffre de l'annuité viagère sur une seule tête, il faudrait diviser par  $R_{x+n}$ , ce qui donnera

$$(P_{x+n, x'+n} - P_{x, x'}) \frac{R_{x+n, x'+n}}{R_{x+n}}$$

Envisagée sous ce point de vue, la RÉSERVE cesse d'appartenir à la partie purement pratique de l'assurance, et sa formule, utilisée pour la solution des problèmes, prend dans la théorie la place qui lui appartient.

<sup>7</sup> C'est au Dr ZILLMER que nous devons cette transformation. Page 97.

