Zeitschrift: Bulletins des séances de la Société Vaudoise des Sciences Naturelles

Herausgeber: Société Vaudoise des Sciences Naturelles

Band: 6 (1858-1861)

Heft: 45

Artikel: Sur la forme et la provenance des chiffres servant à la numération décimale chez les anciens et les modernes

Autor: Piccard

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-252630

MÉMOIRES.

MÉMOIRE

SUR LA FORME ET LA PROVENANCE DES CHIFFRES SERVANT A LA NUMÉRATION DÉCIMALE CHEZ LES ANCIENS ET LES MODERNES.

Par Mr **Piccard**, commissaire-général.

(Séances du 20 avril et du 4 mai 1859.)

I. Aperçu historique sur les chiffres européens et sur la numération décimale jusqu'au XIIIe siècle.

1. *Questions à examiner*. Quelle est l'origine de la forme des dix chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, connus sous le nom de chiffres arabes, actuellement en usage dans notre système de numération décimale, et quelle est leur provenance?

Quelques personnes rapportent, par tradition, que, dans les types primitifs, il y avait, dans chaque chiffre, autant de lignes droites que ce chiffre devait représenter d'unités. Qu'y a-t-il de vrai dans cette assertion ?

Notre tableau A (voir la planche) représentant les chiffres européens dans l'hypothèse ci-dessus, est-il le résultat du pur hasard qui aurait amené des formes de chiffres où cette idée pût coïncider aussi bien ? Faut-il attribuer cette combinaison aux Européens, aux Arabes, aux Indiens, aux Chinois ou à Pythagore ?

Enfin, y a-t-il eu des types primitifs d'où ceux des autres nations dérivent tous ? Cette question nous conduira nécessairement à examiner les chiffres des nations de l'Asie et de l'Afrique.

Nos recherches paraissent confirmer, du moins en bonne partie, la coïncidence entre la forme des chiffres et le nombre des unités qu'ils représentent, ainsi que la provenance locale des chiffres de chaque nation pris dans les lettres de leur alphabet, puis ensuite modifiés pour les distinguer des lettres, avec de rares emprunts faits aux chiffres des peuples voisins.

2. *Chiffres grecs*. Les anciens Grecs ont eu deux systèmes de numération écrite et de chiffres. Dans le plus ancien, qui fut encore employé sur les marbres de Paros gravés deux et demi siècles avant J.-C., ils ont exprimé les 9 premiers chiffres au moyen de deux lettres de leur alphabet. Le *iôta*, répété jusqu'à 4 fois, servait à représenter les nombres de 1 à 4; le 5 était représenté par la lettre *pi*, première lettre du mot grec exprimant cinq. Le *iôta* ajouté, à la droite du *pi*, une fois, deux, trois et quatre fois, indiquait successivement les nombres 6, 7, 8, 9.

Ils représentaient 10 par la lettre *delta*, 100 par H, 1000 par K, 10,000 par M, en prenant ainsi la première lettre du mot qui exprimait le nombre.

Dans le second système de numération que les Grecs ont tiré des Phéniciens, dont bien des siècles auparavant ils avaient déjà adopté l'alphabet, ils assignèrent une lettre à chacun des chiffres de 1 à 9, une autre lettre à chaque dizaine, une à chaque centaine, à chaque mille, etc. Ordinairement la *myriade* ou dizaine de mille, comme nouvelle unité, servait à exprimer les nombres supérieurs; les autres nombres intermédiaires se formaient par addition. Cela facilita beaucoup leurs calculs et constitua un grand progrès : ils employaient ou les lettres majuscules ou les minuscules, mais ces dernières avec un accent au-dessus à droite pour les distinguer des lettres ordinaires; pour les *mille* l'accent se plaçait sous la lettre. Les Hébreux, de même que les Phéniciens, avaient le même système de numération écrite au moyen des lettres de leur alphabet; ils plaçaient les chiffres les plus élevés à droite et les plus faibles à gauche, ce qui fut aussi imité par les Grecs qui employèrent ensuite indifféremment les deux méthodes, de droite à gauche et de gauche à droite, et se décidèrent enfin pour celle que nous employons aujourd'hui.

Cette numération grecque s'est maintenue en occident, même chez les Romains, concurremment avec les lettres romaines ou chiffres qui n'étant qu'au nombre de 7 rendaient la numération romaine écrite moins commode. A ce sujet Trithème rapporte, dans sa Polygraphie (Cologne 1564) sur le témoignage de Bede, qui vivait dans le VIII^e siècle, que les Normands, à l'époque de leurs premières invasions dans les Gaules, pratiquaient leur numération avec les lettres grecques, en assignant une lettre à chacun des nombres de 1 à 9, une autre lettre à chaque dizaine, etc., exactement comme les Grecs.

La figure 333, dans les renvois du tableau B, indique le nombre 3009 dans le système grec; la lettre Γ indique 3, mais avec la virgule en-dessous elle signifie 3000, puis la lettre à droite vaut 9, le tout fait 3000 plus 9.

3. *Chiffres romains*. Les Romains imitèrent les Grecs dans leur premier système de numération, en répétant la lettre I, jusqu'à quatre

fois pour les 4 premiers nombres. *Cinq* était représenté par V, ce qui pourrait provenir de la figure que fait la main avec le pouce. En ajoutant l'I au V, on formait les autres nombres jusqu'à 9. *Dix* était représenté par X, ce qui peut venir de la figure que forment les deux mains superposées obliquement, ou de la réunion de deux V joints par leur sommet, ce qui forme la lettre X; L représentait 50; C valait 100; D exprimait 500; 1000 était représenté par deux D réunis, les parties convexes tournées en dehors, ce qui formait un cercle partagé par un trait du haut en bas, qu'on représentait aussi sous cette forme CIƆ, et, pour abréger, sous celles de ⋈ et ∞, mais le plus souvent on représentait 1000 par M. Deux cercles concentriques partagés par un trait du haut en bas, ou CCIƆƆ, formaient ainsi la réunion de quatre D, ce qui désignait 1000 multiplié par 10, ou 10,000, et la moitié de cette figure indiquait 5,000; trois cercles concentriques séparés par un trait formaient 6 D, pour 100,000 ou 1000 multiplié par 100 et la moitié de ce signe exprimait 50,000. Quatre cercles concentriques exprimaient un million. Les autres nombres intermédiaires s'obtenaient par addition et quelques-uns par soustraction, tels que 4, 40, 400, 9, 90, 900 en plaçant un chiffre plus faible à la gauche d'un plus fort dont il devait être déduit. La figure 332, tableau B, indique le nombre 3009 dans le système romain.

4. *Numération chez les anciens.* Du fait que les Romains employaient les lettres V, L, D exprimant 5, 50, 500, pour indiquer par addition les nombres supérieurs et de celui que les Grecs, ainsi que les Chinois, comme nous le verrons plus tard, exprimèrent les nombres 6, 7, 8 et 9 en prenant le chiffre 5 comme clef ou unité de second ordre, en y ajoutant par addition les chiffres 1, 2, 3 et 4, on peut présumer, ainsi que de beaucoup d'autres faits consignés dans l'histoire, que la plupart des peuples dans leur enfance ont pratiqué la numération pentenaire, dont la base était 5. M. de Humboldt a remarqué qu'en Amérique le nombre 5 s'exprimait généralement par le même mot qui signifiait *main*, et qu'on pouvait faire un rapprochement analogue dans la langue persanne. D'autres systèmes de numération ont été mis en usage : les Thraces, par exemple, sur le témoignage positif d'Aristote, pratiquaient la numération quaternaire; mais celui dont la base était 5, provenant des 5 doigts de la main, fut le plus répandu, enfin celui basé sur les 10 doigts prévalut et constitue notre système décimal actuel qui n'est qu'un redoublement de l'ancien système pentenaire dont les chiffres romains assignés aux nombres 5, 50, 500, ont gardé le souvenir. Dans les langues de plusieurs peuples de l'Amérique on a retrouvé une numération par 20.

Les anciens Grecs et Romains connaissaient bien que les différents ordres successifs d'unités de leur numération décimale augmentaient suivant une progression décuple; qu'une unité de mille valait 10 unités de centaines, qu'une unité de centaine valait 10 unités de dizaines, etc. ; leurs nombres écrits en chiffres étaient ordonnés, comme les nôtres, suivant l'ordre décroissant de gauche à droite, mais ils ne présentaient pas une combinaison de chiffres, ils formaient des polynomes comme dans nos quantités algébriques où l'ordre et le nombre des termes ne formaient pas la base, c'est-à-dire que leurs chiffres se présentaient de gauche à droite exactement comme dans la numération parlée.

*Les anciens ne connaissaient pas le chiffre auxiliaire zéro au moyen duquel on conserve le rang qui appartient à chaque chiffre effectif. Ce chiffre n'a été introduit dans l'occident que dans le XIII*e *siècle de notre ère, par nos relations avec les Arabes qui le tenaient de l'arithmétique indienne qu'ils ont introduite chez eux entre le IX*e *et le X*e *siècle.*

Les anciens n'avaient aucune idée de l'immense utilité pratique qu'on pouvait retirer, pour la numération écrite et pour les calculs à effectuer, en donnant aux chiffres une valeur de position ; en limitant les chiffres effectifs de la numération à ceux affectés aux 9 *premiers nombres naturels de* 1 *à* 9, *en y ajoutant le chiffre auxiliaire* 0 ; *en plaçant dans chaque nombre écrit autant de chiffres que ce nombre comportait d'ordres différents d'unités, qui croissaient eux-mêmes suivant la progression décuple de droite à gauche.*

Ainsi donc notre système actuel de numération décimale peut être défini comme suit : l'un de ses éléments est une progression géométrique dont le premier terme à droite est 1 et la raison 10, ce qui donne pour les autres termes les nombres 10, 100, 1000, 10,000, etc., et dont l'autre élément est la valeur absolue de chaque chiffre placé dans les différentes colonnes ou tranches de *un* chiffre dont un nombre est composé. Ce système est tel que, dans un nombre donné en chiffres, chaque chiffre effectif représente, conventionnellement par sa position, une somme égale au produit du terme qui lui correspond dans la progression par la valeur du chiffre effectif : réciproquement un nombre donné en chiffres pourrait être décomposé en autant de nombres partiels qu'il comprendrait de chiffres effectifs, quand chacun d'eux séparément serait suivi d'autant de zéros à sa droite qu'il avait lui-même de chiffres à sa droite dans le nombre donné, et la somme de ces nombres partiels serait égale à ce nombre donné.

Les anciens ne pouvaient donc point exécuter promptement comme nous les opérations arithmétiques : les réductions partielles et réitérées dans les grandes opérations devaient les entraîner dans beaucoup de difficultés et dans une grande perte de temps. Les chiffres des Grecs étaient trop nombreux, un pour chaque ordre d'unité, mais ils présentaient cependant cet avantage sur ceux des Romains, c'est qu'un nombre écrit dans le système grec était représenté par autant de lettres ou chiffres que ce nombre aurait de chiffres effectifs dans notre système actuel. Le nombre des chiffres romains, par contre, était insuffisant, souvent deux et trois signes réunis étaient nécessaires pour représenter les nombres dans chaque ordre d'unité.

Trouver, pour la numération écrite, un système de notation, au moyen d'un nombre restreint de chiffres, de manière à pouvoir exprimer facilement les plus grands nombres, abréger beaucoup les opérations, mettre un ordre parfait et symétrique dans la numération, rendre celle-ci facile, amusante et accessible à tous, tel était le problème à résoudre par les anciens et la condition indispensable du progrès dans les mathématiques, cet auxiliaire indispensable de toutes les sciences.

On attribue à Pythagore, vivant dans le VI^e siècle avant J.-C., l'honneur d'avoir résolu la partie principale du problème, la valeur de position des chiffres et d'avoir restreint ces derniers à 9 types représentant la valeur des neufs premiers nombres naturels de 1 à 9, en imaginant un tableau dont nous allons parler sous le nom d'*abacus;* mais il restera à savoir de quelle manière Pythagore peut avoir été amené à cette découverte et, enfin, si elle peut lui être attribuée en entier.

5. *De l'abacus.* Le mot *abax* des Grecs, *abacus* des Romains et *abaque* des modernes dérive du mot phénicien *abak*, poudre, poussière, et désignait chez les anciens, dès une époque très reculée, antérieurement à Pythagore, une petite table couverte de poussière ou de fin sable, sur laquelle ils faisaient leurs calculs et traçaient leurs figures; ce mot signifiait aussi un casier, une table à jeu; dans le magasin d'un marchand il désignait le comptoir.

Un auteur dit que Gerbert, archevêque de Rheims, élu pape en l'an 999, sous le nom de Sylvestre II, apporta d'Espagne, en 992, les chiffres arabes ou indiens. Ce point est contesté ainsi que son voyage en Espagne, mais un fait certain, c'est que Gerbert contribua puissamment à répandre en Europe, dans le X^e siècle, l'usage de l'abacus dont nous allons parler.

Boëce ou Boëthius, sénateur et philosophe romain sous Théodoric, roi d'Italie, vivait à la fin du cinquième siècle et mourut en l'an 525; il dit, dans son livre de géométrie : « Des Pythagoriciens, pour » éviter de se tromper dans leurs multiplications, divisions et me- » sures (car ils étaient en toutes choses d'un génie inventeur et » subtil), avaient imaginé pour leur usage *un tableau* qu'ils appe- » lèrent, en l'honneur de leur maître, *table de Pythagore,* parce que, » ce qu'ils avaient tracé, ils en prenaient la première idée de ce phi- » losophe. Ce tableau fut appelé par les modernes *Abacus.*

» Par ce moyen, ce qu'ils avaient trouvé par un effort d'esprit, » ils pouvaient en rendre plus aisément la connaissance usuelle et » générale en le montrant pour ainsi dire à l'œil. Ils donnaient à ce » tableau une forme assez curieuse, qui est représentée ci-dessous. » (Voir au bas du tableau B, fig. 331.)

Dans plusieurs manuscrits de Boëce, se trouvait, en dessous de ces citations, une table de multiplication, connue sous le nom de table de Pythagore. Mais M. Chasles, dans son aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, pense que cette table de multiplication a été placée là mal à propos, par des copistes, et qu'il s'agissait au contraire d'un nouvel abacus ou tableau indépendant de la table de multiplication, au moyen duquel Pythagore, qui devait connaître la valeur de position des chiffres, opérait comme nous les règles de l'arithmétique.

La véritable table ou abacus à colonnes de Pythagore, prétend M. Chasles, aurait été retrouvée dans un manuscrit plus correct de Boëce dans la bibliothèque de Chartres, mais ne contenant aucune trace d'opération effectuée. Ce tableau était divisé en colonnes verticales, fig. 331, l'une pour les unités, celle à sa gauche pour les dizaines, celle plus à gauche pour les centaines, etc., ce qui suppléait entièrement à l'absence du zéro.

D'après ce dernier manuscrit, le passage de Boëce qui avait toujours paru inintelligible, quand on l'appliquait à la table de multiplication, devint très clair pour la table soit abacus à colonnes. Nous continuons à citer Boëce. « Voici, dit Boëce, comment ils se servaient » du tableau qui vient d'être décrit. Ils avaient des *apices* ou carac» tères de diverses formes. Quelques-uns s'étaient fait des notes » d'*apices* telles que...... (voir le tableau B, fig. 41 à 49). Quelques » autres, pour faire usage de ce tableau, prenaient les lettres de » l'alphabet, de manière que la première répondait à l'unité, la se» conde à deux, la troisième à trois, et les suivantes aux nombres » naturels suivants. D'autres enfin se bornaient à employer dans ces » opérations les caractères usités avant eux pour représenter les » nombres naturels. Ces *apices* (quels qu'ils fussent), ils s'en ser» vaient *comme de la poussière;* de manière que s'ils les plaçaient » dans la colonne des unités, chacun d'eux ne représentait toujours » que des unités.... Plaçant *deux* sous la ligne marquée *dix,* ils » convinrent qu'il signifierait *vingt;* que *trois* signifierait *trente;* » *quatre, quarante;* et ils donnèrent aux autres nombres suivants » les significations résultant de leur propre dénomination. En plaçant » les mêmes *apices* sous la ligne marquée du nombre *cent*, ils éta» blirent que *deux* signifierait *deux cents; trois, trois cents; quatre,* » *quatre cents;* et que les autres répondraient aux autres dénomi» nations. Et ainsi de suite dans les *colonnes* suivantes; et ce sys» tème n'exposait à aucune erreur. »

Ces paroles sont bien claires, dit M. Chasles, et l'on ne peut se refuser à y voir le principe de notre système de numération, la valeur de position des chiffres croissant suivant une progression décuple, en allant de droite à gauche. Le système des colonnes dans cette dernière table de Pythagore, non dans celle de multiplication, permettait donc de se passer du zéro et d'effectuer les opérations arithmétiques aussi facilement que nous, sauf l'embarras de tracer préalablement des colonnes chaque fois qu'ils s'agissait de chiffrer.

Du système de l'abacus à colonnes, à l'invention du zéro, il n'y avait plus qu'un pas. Ne peut-on pas supposer que des chiffreurs se passaient souvent de tracer des colonnes et qu'ils remplaçaient celles-ci par des points chaque fois qu'il manquait des chiffres effectifs ; que les points auront été employés pendant longtemps avant qu'on les considérât comme types dans la numération ; qu'enfin le point qui n'était pas assez apparent aura été remplacé par le zéro actuel chez les Hindous, inventeurs de ce type, tandis que les Arabes ont gardé le point en place du zéro.

La fig. 331 indique le nombre 3009 dans le système de l'abacus de Pythagore, au moyen des figures 43, 49 de Boëce ; enfin au bas du tableau on voit le nombre 3009 en chiffres actuels avec deux zéros qui remplacent les colonnes de l'abacus.

On sait que les Grecs, qui aspiraient à un haut degré d'instruction, avaient l'habitude d'entreprendre des voyages, même lointains, dans ce but. Il serait donc parfaitement possible, et même très probable, que Pythagore, vivant dans le VI^e siècle avant J.-C., grec d'origine, avide de s'instruire, qui parcourut effectivement, dit l'histoire, l'Egypte, l'Asie mineure et la Chaldée, même l'Inde, selon quelques auteurs, eût appris des Chaldéens, soit des Babyloniens, comment avec 9 chiffres seulement et en leur donnant une valeur de position, on pouvait exprimer toutes les quantités, tout en suppléant à l'absence du zéro, qui n'était point connu à cette époque. Pythagore aurait perfectionné le système des Chaldéens et imaginé l'abacus à colonnes dont parle Boëce. A cette époque Babylone était florissante, l'astronomie y était cultivée et en honneur, et devait avoir formé des hommes au calcul.

Voici quel aurait été le système de numération des Chaldéens, d'après Georges Henisch, dans son livre *De numeratione*, Augsbourg, 1605. Chacun des 9 chiffres chaldéens se compose d'une barre horizontale commune (fig. 321-329), sur laquelle on place les chiffres. Une même barre peut recevoir 4 chiffres, et, suivant qu'ils sont placés en dessus ou en dessous de la barre, à une extrémité ou à l'autre, ils indiquent des unités, des dizaines, des centaines ou des mille. Le chiffre des unités se place au-dessus de la barre à gauche, celui des dizaines au-dessous, celui des centaines au-dessus de la barre à droite et celui des mille au-dessous. La fig. 330 indique le nombre 9999, où l'on voit le signe 9 occupant successivement la position des unités, des dizaines, des centaines et des mille. La fig. 320 indique le millésime de 1860 ; la place des unités étant vacante cela tient lieu du zéro ; la fig. 319 indique le nombre 3009, dans lequel la place des dizaines et des centaines reste vacante, comme dans le système de l'abacus (fig. 331) avec les chiffres de Boëce.

Les Chaldéens avaient sans doute imaginé des méthodes pour représenter des nombres supérieurs à 4 chiffres, mais ce que nous avons indiqué suffira pour reconnaître une numération ne se servant que de 9 chiffres, la valeur de position de ces derniers suivant une progression décuple, tout en suppléant à l'absence du zéro.

La table ou plutôt l'abacus à colonnes de Pythagore, où les unités se plaçaient dans la 1re colonne à droite et les unités supérieures en suivant sur la gauche, quel qu'en fût le nombre, fut un grand perfectionnement du système chaldéen et l'origine de notre système de numération écrite, à laquelle il ne manquait que le zéro, auquel l'abacus suppléait. Le système chaldéen devait se prêter difficilement aux grandes opérations arithmétiques, car leurs signes numéraux, concentrés dans une même figure, formaient, pour ainsi dire, des hiéroglyphes qui facilitaient plutôt l'inscription des nombres que les opérations arithmétiques. Enfin Pythagore peut avoir imaginé des apices, soit chiffres de fantaisie, pris dans les lettres grecques ou romaines, en les modifiant pour en faire des signes particuliers, ainsi que Boëce lui en attribue l'honneur ; cependant la forme des chiffres est un objet tout-à-fait secondaire, comparativement à l'invention de l'abacus à colonnes qui permettait de limiter les chiffres à 9, mais à la condition de leur donner une valeur de position d'où dépendait tout le système.

Avec l'abacus à colonnes on pouvait aussi opérer avec les lettres grecques et romaines, malgré qu'il y eût plus ou moins de 9 chiffres ou lettres. On pouvait aussi opérer avec des jetons sans chiffres.

Ce qui donne encore plus d'autorité à l'idée de l'invention de l'abacus à colonnes par Pythagore, c'est précisément l'existence du système défectueux des Chaldéens, qui n'était commode que pour l'inscription des nombres et non pour les opérations à effectuer. Si les Chaldéens eussent connu l'abacus à colonnes ils auraient placé leurs différents ordres d'unités sur une même ligne horizontale, dans l'ordre de la progression décuple, au lieu de superposer les uns aux autres des chiffres d'ordre différent, comme dans la fig. 330.

Il n'y a donc pas de rapport entre l'abacus des anciens Grecs et Romains, et celui à colonnes de Pythagore ; le premier était une table avec sable, tandis que le second était une invention nouvelle, un très grand progrès dans la science mathématique.

Le nouvel abacus à colonnes de Pythagore (toujours dans la supposition qu'il en soit l'auteur) ne reçut probablement pas une grande extension ; il est peut-être resté dans le cercle de ses adeptes et des amateurs de mathématiques, mais Archimède, deux siècles après Pythagore, doit nécessairement avoir connu l'abacus à colonnes malgré que l'histoire n'en fasse pas mention. On pense rarement à décrire à la postérité les choses qu'on regarde comme usuelles, preuve en soit le seul auteur Boëce, qui nous a mis sur la voie du fait historique intéressant de l'abacus à colonnes dans le sixième siècle de notre ère, et qu'on regardait comme une invention ancienne attribuée à Pythagore. Nous verrons plus tard que, à cette époque, les Arabes ne possédaient pas encore les chiffres qu'ils ont actuellement, ni l'arithmétique qu'ils ont tirée des Hindous entre le IX[e] et le X[e] siècle. Il ne faut donc pas dire que notre système actuel de numération ne fut pas connu en occident avant l'introduction du zéro par les Arabes, puisque l'abacus était basé sur l'emploi de 9 chiffres et sur leur valeur de position dans les différents ordres d'unités représentés par les colonnes. La difficulté qui restait encore à résoudre consistait dans le fait vicieux que les nombres placés dans l'abacus ne pouvaient pas être présentés, sous la même forme, dans la numération écrite, à cause de l'absence du zéro.

On donnait aussi le nom d'abacus, dans le moyen-âge, à toute espèce de tabelles servant aux calculs, soit qu'elles fussent ou ne fussent pas divisées en colonnes comme dans le tableau de Pythagore, soit qu'on effectuât les opérations sur le sable, avec des apices ou signes spéciaux, des lettres grecques, romaines ou des jetons. Il est même possible qu'on ait calculé sans abacus, avec des jetons ayant des marques distinctes pour chaque ordre d'unités, soit au moyen de chiffres peints sur les jetons, soit au moyen de couleurs différentes.

Chaque peuple avait son abax, abacus ou abaque, surtout depuis le X^e^ siècle : celui des Chinois s'appelait *Souan pan* ; celui des Russes s'appelait *stchote*, ce qui veut dire calcul, et aujourd'hui les petits marchands russes s'en servent encore, ainsi que les Chinois et les marchands des îles de la Sonde et sans doute encore les autres peuples de l'Asie. Cet abaque des Russes se compose d'une planchette munie de petites tringles, à chacune desquelles il y a 10 petites boules mobiles, comme les perles d'un collier, qui représentent 10 unités ; la tringle de droite sert aux unités, celle de gauche aux dizaines, celle encore plus à gauche aux centaines et ainsi de suite. Les boules qu'on amène d'un côté de la planchette entrent dans le calcul qu'on effectue, tandis que les autres boules restent en provision du côté opposé, en attendant leur emploi, à peu près à la manière de compter les points au jeu du billard. Tous ces abaques rentrent dans le système de celui de Pythagore. Il paraît que Gerbert, dont nous avons déjà parlé, fut un zélé propagateur de l'abacus dans le X^e^ siècle ; il en avait fait établir en employant des jetons ou dés sur lesquels les chiffres de 1 à 9 étaient gravés.

Un problème historique à résoudre est celui de constater l'époque de l'emploi du plus ancien abacus à colonnes, afin de savoir, par les dates, si cette utile invention peut être attribuée à Pythagore qui pourrait en avoir tiré l'idée des Chaldéens. Aucun pays ne se prête mieux à cette recherche que la Chine, dont l'accès aux Européens fournira bientôt une source féconde, où l'histoire pourra puiser et éclaircir bien des choses encore voilées pour nous.

Les abacus ont continué à être employés en Europe jusqu'au XIII^e^ siècle, parce qu'ils suppléaient à l'absence du zéro, mais depuis cette époque l'arithmétique arabe tirée des Hindous, qui était employée depuis le IX^e^ ou X^e^ siècle par les Arabes et les Maures d'Afrique et d'Espagne, avait introduit l'emploi d'un signe spécial ou chiffre n'ayant aucune valeur par lui-même, et qui servait à conserver le rang des chiffres sans faire de confusion ; nous voulons parler du zéro.

Ce système, que tous les auteurs arabes reconnaissent avoir tiré des Hindous entre le IX^e^ et le X^e^ siècle, passa peu à peu chez les chrétiens, par leurs relations de commerce ; il fut surtout étudié et décrit par Fibonacchi de Pise, dans son livre latin sur l'abacus, de l'an 1202. Peu à peu le vieil abacus, qui devenait inutile par l'emploi du zéro, a été mis de côté et presque entièrement oublié. A cette époque le mot abacus désignait non seulement la tabelle à chiffrer, mais aussi l'arithmétique elle-même.

Le mot *chiffre* pourrait venir de l'hébreux *sepher*, compter, ou de l'arabe *tsiphron zeron* donné au 10e chiffre de la numération et qui signifiait *tout à fait vide*. De là sont venus les mots *chiffres* donnés improprement aux 10 signes de la numération dans l'occident, et le mot *zéro* donné au nouveau chiffre qui a complété notre système actuel de numération.

Enfin, on a donné, à tort, le nom de chiffres arabes aux 10 signes de la numération en Europe, quoique aucun ne vienne des Arabes, comme nous le verrons plus tard. Dans le XIIIe siècle, cette nouvelle manière de calculer avec nos anciens apices en y ajoutant le zéro, était appelée arithmétique arabe ou indienne, ce qui a contribué à faire croire plus tard, que les chiffres avaient la même origine.

La nouvelle arithmétique était un objet de curiosité, surtout dans les monastères, pour les religieux qui cultivaient les mathématiques, et qui avaient conservé le faible flambeau des lumières pendant le moyen-âge. Cette nouvelle arithmétique se répandit assez rapidement, parce qu'elle rentrait dans le système de l'abacus qu'elle remplaça, mais elle contribua surtout à faire entrer les chiffres dans la numération écrite, de la même manière qu'ils se présentaient dans les opérations numériques, en donnant, à l'aide du zéro, une valeur de position à chaque chiffre.

Le nouveau système fut mis en évidence en Angleterre au XIIIe siècle, d'abord par Sacro-Bosco, mathématicien anglais, qui mourut en France en 1256, et par Roger Bacon, franciscain anglais, appelé le docteur admirable en 1278, astronome, chimiste et mathématicien, qui mourut en 1294. D'abord après l'Angleterre, l'Italie adopta la nouvelle arithmétique, puis l'Allemagne au XIVe siècle et la France au XVe, mais la forme des chiffres n'a été bien arrêtée que dès l'an 1534, ce qu'il faut sans doute attribuer à l'imprimerie, qui dut généraliser des signes aussi importants que ceux de la numération.

Les chrétiens dans toute l'Europe, sauf peut-être les Grecs, suivirent les chiffres dits arabes de Sacro-Bosco, fig. 71 à 80, et de Roger Bacon, fig. 81 à 90, tandis que les Arabes-Persans, les Turcs et les Maures suivirent les types transmis par le moine grec Planude, fig. 201 à 210, à la fin du XIIIe siècle, et par le poëte arabe Al-Séphadi, fig. 211 à 220. Ces types se trouvent dans l'ouvrage de Montucla, Paris 1799.

D'entre les plus anciens millésimes en chiffres dits arabes, sur nos monnaies et médailles, nous citerons les suivants: d'Aix-la-Chapelle, 1373, 1405; sceau de la vallée d'Urseren, canton d'Uri, 1410; de l'abbé de St. Gall, 1424; de Bourgogne, 1471, 1474; de l'évêque de Lausanne, 1477; de Flandre, 1478, 1489; de Bâle, 1491; de Berne, 1492; d'Angleterre, 1492, 1494; d'Anne de Bretagne, 1498; de Sion, 1493; des rois de France, 1532, 1549; de Hollande, 1574, 1581.

II. Des chiffres d'Europe.

1. *Des langues et des alphabets.* Les chiffres affectés à la numération chez tous les peuples civilisés ayant été pris dans leur alphabet, il importe d'examiner un moment la question des langues et des alphabets.

Dans les anciens âges, avant les temps historiques, la première science que les peuples pasteurs cultivèrent fut l'astronomie. La contemplation des astres, sous un beau ciel comme celui de l'Egypte, par exemple, porta la vive imagination de ces néo-astronomes à reconnaître, dans la forme bizarre et infiniment variée des constellations, la figure d'animaux et d'êtres existant sur la terre. La représentation grossière de ces objets, pour rappeler les phénomènes célestes, fut l'une des occasions qui donna naissance aux hiéroglyphes, qui parlaient directement à l imagination sans le secours des sons. Si les dessins étaient trop imparfaits, s'il fallait expliquer les hiéroglyphes à des adeptes, on était appelé à prononcer les noms de tous les signes; de là deux impressions, l'une produite par un dessin ou la représentation d'un objet rappelant à l'esprit une idée ou un fait, et l'autre rappelant conventionnellement le nom des objets représentés. Si un hiéroglyphe figurait, par exemple, un animal désigné dans le langage par un nom monosyllabique, cette figure pouvait ainsi rappeler à l'esprit soit l'objet représenté ou son caractère, soit le son du nom par lequel on le désignait. De là sera née l'idée de représenter tous les sons par des signes conventionnels, en abandonnant peu à peu les hiéroglyphes-figures pour y ajouter des signes phoniques conventionnels, comme le font les Chinois. Le passage des hiéroglyphes à l'écriture se voit encore dans l'alphabet samaritain, qui a conservé la figure d'animaux pour deux de ses lettres. Lorsque les Scythes envoyèrent à Darius le présent consistant en une souris, un oiseau et cinq flèches, c'était un langage hiéroglyphique pur, une communication d'idées entre gens de langage différent, dont les uns ne savaient pas représenter des objets par le dessin et encore moins communiquer leurs idées par l'écriture.

Les Phéniciens passent pour les inventeurs de l'écriture, mais cet honneur pourrait revenir aux Egyptiens. De ces peuples l'écriture se répandit en Grèce et dans les autres contrées déjà civilisées, à moins qu'un autre peuple, au pied de l'Himalaya, ne dispute à l'Egypte le berceau des sciences.

Le nombre des diverses langues que l'on parle sur la terre est bien inférieur à celui des alphabets, ou réunions des caractères avec lesquels on les écrit; car les mêmes servent souvent à plusieurs langues qui ont une origine différente.

Le *sanscrit,* ou langue sacrée et savante de l'Inde, ne se parle plus aujourd'hui; elle fut la source d'une partie des langues de l'Hindoustan. Cette langue a un alphabet dont la forme des lettres est très correcte, présentant du rapport avec les lettres carrées des Hébreux. Ces lettres sont chacune surmontées d'une barre horizontale commune, ce qui fait que cette écriture présente toujours des lignes continues, en dessous desquelles les lettres sont comme suspendues ; elle a un aspect grave, très régulier : il y a lieu de croire que les lignes horizontales se traçaient d'avance et que les lettres, en partie rectangulaires, en partie arrondies, ne faisaient que se souder par dessous aux lignes horizontales.

Les chiffres sanscrits ou indiens dérivent des lettres du sanscrit et du *zend*. C'est dans l'écriture zend que Zoroastre, ce rénovateur de la religion en Perse, un siècle après Pythagore, à la fin du V^e siècle avant J.-C., sous Darius fils d'Histaspe, doit avoir écrit le *zend-avesta* ou livre sacré des mages. La ressemblance du zend, avec l'écriture grecque minuscule, fait supposer la combinaison de l'alphabet grec avec une écriture persane ou avec l'écriture sanscrite. Les relations entre la Perse et la Grèce, à cette époque, étaient fréquentes, témoin l'expédition de Xénophon en Perse en faveur de Cyrus le jeune.

La langue *grecque* fut la première qui reçut la plus grande extension. Elle la dut aux colonies fondées par les Grecs, aux conquêtes d'Alexandre et à ses successeurs, mais surtout aux productions littéraires dont elle enrichit le monde. Un des dialectes grecs a donné naissance au *latin* qui, à son tour, a formé le *français*, l'*italien*, l'*espagnol* et le *portugais*. Le *slavon* a donné naissance au *russe* et au *polonais ;* l'*allemand* a produit l'*anglais*, le *hollandais*, le *danois* et le *suédois*.

Toutes ces langues se servent des caractères dérivés de l'alphabet grec, modifié par les Romains, même l'allemand, qui a conservé les formes gothiques du XII^e et XIII^e siècle.

L'alphabet des Phéniciens a donné naissance aux caractères grecs qui ont reçu la forme régulière que nous leur connaissons. Ils présentent cette particularité, que si l'on a sous les yeux toutes les variantes des lettres phéniciennes et samaritaines, on voit que les lettres grecques, ou majuscules ou minuscules, ont été retournées de gauche à droite. Les lettres servaient de types numéraux ; les chiffres actuels représentent encore ces lettres avec quelques déformations.

Les langues *arabe* et *persane* sont les plus répandues actuellement dans l'Orient ; elles appartiennent, ainsi que l'*hébreu*, le *phénicien*, le *syriaque* et le *chaldéen*, à la famille des langues *araméennes*, dont le départ est Aram, 5^e fils de Sem, habitant la Mésopotamie.

L'alphabet de ces diverses langues, ainsi que celui du grec, a une origine commune, l'alphabet phénicien ; le nombre des lettres varie un peu de l'un de ces alphabets à l'autre, mais le nom des lettres est bien reconnaissable dans ces différents alphabets. L'ancien alphabet phénicien, syriaque, samaritain et hébreu était à-peu-près le même, mais ce dernier s'est sensiblement écarté de la souche phénicienne, pendant la captivité des Juifs à Babylone, ce qui, depuis leur retour, forma l'alphabet hébreu moderne, qui présente, en apparence seulement, beaucoup de différence avec les lettres qui dérivent de l'alphabet phénicien, comme les lettres grecques.

Les peuples qui habitent maintenant la Turquie, la Perse, l'Inde, la Crimée, Madagascar, les Maures d'Afrique, se servent de l'alphabet arabe qui dérive de l'alphabet syro-hébraïque, qui vient lui-même de l'alphabet hébreu; on peut voir le passage des uns aux autres en comparant les alphabets de Kufa sur l'Euphrate, l'alphabet appelé communément africain et celui de Mauritanie ou du Maroc. Nous verrons plus tard, que c'est dans l'alphabet syro-hébraïque et dans ceux ci-dessus mentionnés qui en dérivent, et qui étaient usités dans les IX^e et X^e siècles, que les Arabes ont pris leurs chiffres, au moment où ils adoptèrent l'arithmétique indienne de 9 chiffres effectifs, en y ajoutant le zéro.

Cette digression, sur les langues et alphabets, nous était nécessaire pour expliquer pourquoi plusieurs chiffres, à peu près de même forme, sont communs à différentes nations et ont souvent été appliqués à des nombres différents. En effet, avant l'adoption du zéro des Indiens, chaque nation employait toutes les lettres de son alphabet pour signes numéraux, sauf les Romains qui n'en faisaient intervenir que sept.

A mesure que l'arithmétique indienne prévalut chez chaque nation, avec dix chiffres y compris le zéro, il fallut faire un triage des lettres que l'on conserverait pour chiffres. La logique ne présida pas beaucoup à ce choix, cependant, en général, on choisit, pour les premiers chiffres surtout, des lettres dont la forme pouvait rappeler la valeur des nouveaux types; d'autres fois on garda pour chiffres quelques-unes des lettres qui leur correspondaient dans l'ancien système. De là est sortie une confusion de chiffres, parce que, pour prendre 10 types sur 24 ou 28 lettres, dans des alphabets qui avaient beaucoup de rapport entr'eux (puisqu'on suppose avec raison qu'ils ont eu une origine commune), il arriva souvent que l'on fit choix de lettres à peu près semblables pour exprimer des chiffres de valeur différente. C'est pourquoi, quand on consulte le grand nombre des alphabets qui ont servi à tant de nations différentes depuis 2000 ans, on ne doit pas être étonné d'y retrouver tous les chiffres numéraux actuels d'Europe et d'Asie.

Enfin, on modifia quelquefois sensiblement les lettres prises pour chiffres, pour leur donner une forme différente des lettres ordinaires, tout en cherchant à rappeler le nombre des unités qu'elles représentaient. Par exemple, dans la lettre E, fig. 245, que les Arabes employèrent pendant quelque temps pour le chiffre 5, on créa un jambage à droite en remontant, ce qui donna 5 lignes, comme dans la figure 305; cette intention est évidente dans la figure pentagonale de la case 245 qu'on voit sur des monnaies arabes, qui représente la lettre *aïn* de l'alphabet samaritain, laquelle correspond à notre lettre O.

2. *Origine des chiffres d'Europe.* (Tableau A.) Nous avons commencé nos recherches dans l'idée préconçue que la forme de nos chiffres pouvait être le résultat d'une combinaison ingénieuse, où, dans l'origine, on aurait fait entrer autant de lignes droites que le chiffre représentait d'unités et dont on aurait ensuite dévié. Cette idée était vraie en partie, comme dans les 5 premiers chiffres chinois (tableau C, fig. 181 à 185), où l'on reconnait un système hiéroglyphique qui se voit à première vue, jusqu'au chiffre 5 où l'on compte bien cinq lignes.

Comment se fait-il que nos chiffres du XVI[e] siècle, fig. 31 à 40, qui dérivent pourtant de ceux du tableau B, de Boëce et de Sacro-Bosco, coïncident aussi bien avec ceux des fig. 21 à 31, ce qui ferait croire à une combinaison générale, en vue d'indiquer le nombre des unités dans chacun de nos chiffres, même le zéro qui représente un polygone d'un nombre infini de côtés. Nous devons reconnaître, ou plutôt avouer, que dans la plupart des chiffres de ce tableau, un hasard singulier est venu coïncider pour faire tomber dans ce piége, surtout quand on voit les premiers chiffres chinois, on pourrait s'attendre à découvrir cette loi de formation jusqu'au chiffre 9; puis quand on voit notre chiffre 7, fig. 27, reproduit sur une médaille de l'abbé de St. Gall de l'an 1667, fig. 167, sur une monnaie de Corse de 1768, fig. 169, et dans notre 7 manuscrit, fig. 257; enfin quand on voit le 9, fig. 29, reproduit dans notre 9 manuscrit, fig. 259.

Afin de ne pas anticiper sur l'examen des chiffres dans l'ordre chronologique, nous ne pousserons pas plus loin l'examen du tableau A, la suite devant compléter ce que nous pouvons omettre relativement à ces chiffres hypothétiques.

3. *Chiffres de Boëce. VI[e] siècle.* (Tableau B.) Trois séries sont indiquées dans notre tableau B : la première nous est donnée par M. Chasles, dans le texte d'un manuscrit de Boëce tiré de la Bibliothèque de Chartres ; la seconde vient du même manuscrit, mais d'après des types placés en dehors du texte, avec des dénominations placées au-dessus qui paraissent venir de l'hébreu * ; la troisième

* Plusieurs personnes se sont occupées sans résultat de découvrir la provenance des mots placés sur ces chiffres en dehors du texte, qui sont : Igin, Andras, Ormis, Arbas, Quimas, Cattis, Zenis, Temenias, Celentis, Sipos. Nous croyons pouvoir mettre ces personnes sur la voie à ce sujet. Duret, dans son livre sur l'origine des langues, indique que les mots assignés à chaque lettre de l'alphabet hébreu, forment une invocation qui pouvait faciliter aux enfants d'apprendre l'alphabet ; de même, dans deux alphabets attribués aux Sarrasins, mais que Duret croit Ioniens, chaque lettre est désignée par un nom de fantaisie, commençant par la lettre que ce nom rappelle. Mais ces noms sont ceux d'îles, de villes, de rivières, avec quelques noms propres, d'où l'on peut conclure que les noms donnés à ces chiffres sont aussi des noms de fantaisie. Par exemple, *Igin*, placé sur le chiffre 1, n'est pas étranger à la lettre I représentant *un ; Cattis*, placé sur le chiffre 6, serait un double C ou G, ce qui dans la numération grecque vaudrait 6 ; *Quimas*, placé sur le 5, a du rapport avec le mot *cinq* en latin ; *Zenis*, placé sur le 7, se rapporte à la lettre hébraïque *zaïn* qui représente 7 dans la numération des Hébreux.

série est extraite de l'ouvrage de Montucla. Les différents types manuscrits de Boëce varient donc quelque peu, suivant les copistes par lesquels ils ont été reproduits.

Boëce dit que ces apices ou chiffres sont attribués à Pythagore ou à ses successeurs, ce qui voulait dire que les Romains, qui s'occupaient de mathématiques, avaient suivi l'exemple donné par Pythagore, plusieurs siècles auparavant, en prenant des apices plus commodes que les lettres romaines pour calculer avec la table de Pythagore, soit abacus à colonnes, pour effectuer promptement leurs calculs et pour obvier à l'absence du zéro. Toutefois, les chiffres grecs et romains, au moyen des lettres de leur alphabet, ont continué à être employés jusqu'au XII[e] et XIII[e] siècle.

Le chiffre 1 de Boëce, fig. 41, est l'I des Romains, représentant 1 ou le *iôta* des Grecs, qui a d'abord indiqué 1 et ensuite 10.

Le chiffre 2, fig. 42, a la forme de la lettre *beth*, deuxième de l'alphabet syro-hébraïque, fig. 132 à gauche, et d'un alphabet de Jérusalem, fig. 142, mais retournées, qui diffèrent peu de la même lettre de l'hébreu moderne : la même lettre de l'alphabet du roi Salomon, fig. 132 à droite, a beaucoup de rapport avec le chiffre de Boëce. On sait que les lettres *beth* des Hébreux et *bêta* des Grecs représentaient 2 dans leur numération.

Il faut rappeler ici que dans plusieurs alphabets la seconde et la troisième lettres sont souvent représentées, l'une par deux lignes et l'autre par trois, comme si la forme des lettres eût dû coïncider avec la série des nombres naturels.

Il est aussi nécessaire de faire remarquer que presque tous les chiffres européens actuels se retrouvent dans plusieurs alphabets anciens de l'Orient, bien antérieurement à la domination des Arabes, ce qui semble confirmer pleinement le fait que Pythagore aurait puisé ses apices soit en Egypte, soit en Syrie ou en Chaldée.

Le chiffre 3, fig. 43, représente exactement la lettre *gamma*, troisième de l'alphabet coptique, de Coptos en Egypte ; sur les marbres Farnèse, on voit aussi un *gamma* à peu près semblable, mais couché sur la droite, fig. 133. Le chiffre 3, fig. 53, est semblable au 2, fig. 52, mais tourné dans un autre sens, avec un jambage de plus au milieu, pour représenter trois unités ; ce pourrait aussi être un M, dont le troisième jambage arrondi relie les deux premiers. Enfin, le chiffre 3, fig. 63, est bien un *m* renversé. Il faut rappeler ici, en passant, que, dans un des alphabets étrusques anciens, la lettre B était représentée par un espèce de N, et le C, troisième lettre, par un M. Dans ce système, il eût été logique de représenter le chiffre 2 par un U ou un N ; mais, dans l'un et l'autre cas, on voulait éviter l'identité de forme avec les lettres ordinaires. Dans la numération grecque, *gamma* représentait 3.

Le chiffre 4, fig. 44, parait être le redoublement du *bêta* de la figure 42, mais renversé ; la figure 134 en indique la formation ; ce serait, dans ce cas, un *bêta* double qui indiquerait bien quatre unités : plus tard, les copistes en auront fait un B simple, droit ou couché, comme dans les figures 54 et 64. Les Grecs représentaient 4 par la quatrième lettre *delta*.

Le chiffre 5, fig. 45, est de provenance romaine et grecque bien constatée; c'est un V ou un U déformé, et aussi l'*upsilon* grec, comme on en voit sur les monnaies byzantines du VI^e^ siècle, sous la forme des figures 135, 145, 155, pour indiquer le chiffre 5*. La lettre française U, jusque dans le XVII^e^ siècle, remplaçait la lettre V, tout comme chez les Romains le V remplaçait souvent l'U. La cinquième lettre *hé,* dans un alphabet samaritain et dans un autre du roi Salomon, était représentée par une figure semblable à celle de la case 155 à droite. La lettre E des Grecs, correspondant au *hé* des Hébreux, représentait 5.

Le chiffre 6, fig. 46, est l'inverse du 5, fig. 45 : c'est, dans ce cas, un signe conventionnel; cependant on voit cette figure sous la lettre *vau,* sixième d'un alphabet chaldéen, fig. 156 à gauche, mais avec la boucle tournée en bas, ainsi que dans un alphabet égyptien sous lettre K. Le chiffre 6, fig. 56, indique bien six lignes, c'est le chiffre appelé *cattis* en dehors du texte de Boëce; celui de la figure 66 semble être la lettre grecque *gamma,* fig. 136, mais renversée, qui représentait 3 chez les Grecs. Ainsi donc la figure 56, qui accuse six lignes serait formée de deux *cattis* ou *gattis,* ou deux *gamma* entrelacés, comme dans la figure 146, tout comme la figure 44 se compose de deux fois la figure 42. Il serait enfin possible que la lettre *vau,* sixième de l'alphabet syro-hébraïque, fig. 156 à droite, qui a la forme d'un 9 européen, eût formé, en la retournant, la fig. 56, tout en l'adaptant à représenter six unités. Les Grecs représentaient 6 par la lettre *stigma*, remplaçant chez eux, pour la numération seulement, la lettre *vau* des Phéniciens, lettre que les Grecs n'ont pas admise.

Le chiffre 7, fig. 47, 57, vient de la lettre Z, septième dans les alphabets syro-hébraïques : c'est ce qu'on appelait chez les Romains le *zêta imperfectum* et chez les Grecs *zêta ellipés,* servant à certaines notations. Le *zaïn,* septième lettre des alphabets de Salomon et des dix tribus révoltées contre Jéroboam, fig. 137, a exactement la forme de notre 7 moderne; enfin, la septième lettre d'un alphabet hébreu, fig. 147 à gauche, représente bien notre 7 moderne, fig. 257. Le *zêta* des Grecs qui représente 7, fig. 147 à droite, qui est la septième de leur alphabet en y ajoutant le *vau* des Phéniciens qu'ils n'ont pas admis comme lettre, rappelle bien aussi la forme de notre 7 moderne. Les Arabes ont puisé leur 7 à la même source que nous, mais ils en ont tourné l'ouverture contre le haut.

Le chiffre 8, fig. 48, vient de la lettre *hheth,* huitième de l'alphabet phénicien et samaritain, sous figures 138, dont celle de gauche ressemble bien au 8 moderne: on y compte huit lignes, y compris les quatre prolongements, et dans la figure de droite on reconnaît deux carrés juxta-posés. Cette dernière figure phénicienne a donné

* Voir journal de numismatique, Genève, 1853, page 214, pl. XII.

naissance à la lettre H, fig. 148 à gauche, qui, chez les Grecs, exprimait 8. La fig. 148 à droite indique la huitième lettre de l'alphabet des dix tribus; enfin, la figure 158 à droite indique une variante de la huitième lettre grecque, le *vau* compris, dans laquelle on reconnait huit unités, les quatre bras de la croix et les quatre points. La huitième lettre de l'alphabet étrusque était aussi représentée par la lettre H, fermée par le haut et par le bas, tout comme aussi par une figure bien arrondie comme notre 8 moderne, fig. 158 à gauche. Du reste, il faut remarquer que la figure employée pour notre 8 est très-répandue dans les alphabets; elle se retrouve dans le grec pour y indiquer la réunion des lettres O et U; pour représenter l'*oméga* et le nombre 1000 dans la numération romaine, mais couchée; enfin, dans les alphabets de l'Ombrie, étrusque, chaldéen, syriaque, zend, coptique, birman, pali-cinghalais et autres, ainsi que dans les chiffres indiens.

Le chiffre 9, fig. 59, parait venir de la neuvième lettre de l'alphabet phénicien-samaritain, fig. 139 à gauche, qui, étant retournée, peut former le 9 des figures 49, 69. Notre 9 peut aussi venir de la neuvième lettre grecque *thêta,* le *vau* compris, fig. 140, qui se voit sous ces deux formes et qui représentait 9 chez les Grecs. Enfin, le 9 pourrait aussi venir de la neuvième lettre de l'alphabet de l'ange Raphaël, fig. 139 à droite. La lettre *th,* dans l'écriture zend, est semblable à la fig. 59.

Le signe circulaire, fig. 60, n'est pas un zéro, mais il représente un jeton dont on se servait pour chiffrer du temps de Boëce et plus tard encore, avec la table de Pythagore ou abacus à colonnes : c'est cette figure qui est appelée *sipos,* en dehors du texte de Boëce, dans le manuscrit de Chartres.

De ce qui précède, on peut donc conclure avec certitude, que les chiffres de Boëce procèdent des lettres syro-hébraïques et grecques pour la forme, ayant la même valeur numérique que les lettres hébraïques et grecques correspondantes dans la numération de ces deux peuples, ce qui n'est pas étonnant, puisque les Grecs ont pris des Phéniciens leur dernier système de numération. Nous verrons plus tard que, si les chiffres arabes 7 et 9 ont à peu près la même forme que ceux de Boëce, cela vient de ce qu'ils ont pris origine dans les mêmes lettres. Enfin, on voit que les chiffres de Boëce, d'où les nôtres proviennent, n'ont pas été empruntés aux Arabes, qui, du temps de Boëce, dans le V^e^ et le VI^e^ siècle, commençaient à peine à se faire connaître comme nation. Les apices de Boëce étaient donc des chiffres de fantaisie, dont le nombre était limité à 9 et auxquels on donnait une valeur de position sur l'abacus pour les opérations arithmétiques.

4. *Chiffres de Sacro-Bosco et de Roger Bacon. XIII^e^ siècle.* Avec l'introduction du zéro des Arabes ou plutôt des Indiens, dans le XII^e^ et le XIII^e^ siècle, les calculateurs praticiens purent abandonner l'abacus et ses colonnes, ainsi que les lettres grecques, romaines,

hébraïques, arabes et autres servant à la numération. Dans l'Occident, on adopta, pour les neuf chiffres effectifs, les anciens apices de Boëce qui avaient été employés jusqu'alors par les amateurs seulement, avec l'abacus de Pythagore.

Les chiffres de Sacro-Bosco* et de Roger Bacon sont ceux de Boëce, sauf le 3 et le 4, avec une modification du 6. Examinons-les rapidement.

Le chiffre 1 ne présente pas d'intérêt.

Le chiffre 2 de Sacro-Bosco, fig. 72, est à peu près le même que celui de Boëce; mais le 2 de Roger Bacon, fig. 82, se rapproche déja de la forme du Z donnée plus tard à notre 2 dans le XV^e siècle.

Le chiffre 3, fig. 73, pourrait aussi venir du 3 de Montucla, fig. 63, en faisant reposer ce chiffre sur son côté gauche, en prenant la figure 23 pour intermédiaire. Un alphabet samaritain représente la troisième lettre de cet alphabet par la figure 143; un alphabet d'Ambrosius, en ancien grec, représente la même lettre par la figure 153 à gauche; un alphabet jacobite donne pour sa troisième lettre la fig. 153 à droite, de même qu'un alphabet chaldéen. Enfin, si ce chiffre devait être d'origine étrangère, il viendrait des chiffres indiens, avec lesquels les nôtres du XIII^e siècle ont beaucoup de rapport, surtout les chiffres 2, 3, 4 et 5.

Une chose digne de remarque, c'est que deux lettres grecques majuscules, le *zêta* et le *xi*, formées chacune de 3 lignes, sont représentées, dans plusieurs alphabets grecs et samaritains, par une figure semblable à notre 3 moderne, c'est pourquoi il n'est pas étonnant que ce type ait été choisi pour remplacer la figure de Boëce, fig. 43, qui a trois lignes. Ainsi la septième lettre ou le *zêta* de l'alphabet coptique est représenté par un 3 moderne, ainsi que le chiffre 7 des Normands qui se servaient des lettres grecques dans leur numération.

Le chiffre 4, fig. 74, ne vient pas de Boëce, mais il pourrait avoir été tiré de la partie supérieure du 8, en prolongeant un peu les extrémités inférieures, pour rendre ce chiffre bien différent du 0, comme dans notre figure 14. Si ce chiffre ne vient pas directement du delta des Grecs, qui représentait 4, et dont on aurait prolongé deux de ses côtés comme dans la fig. 24, il viendrait alors du *delta* 4^e lettre des alphabets phénicien, tyrien et samaritain, fig. 144 et 154 à droite, ou du chaldéen, fig. 154 à gauche. Cette quatrième lettre de l'alphabet phénicien figurait un triangle monté sur un pied, ce qui représentait bien 4 unités, ainsi que la fig. 154 à droite où le triangle était arrondi, type qui pourrait avoir donné naissance au 4 de Sacro-Bosco.

Ainsi donc, dans les XIII^e, XV^e et XVI^e siècles, on se serait rap-

* Pour la forme des chiffres de l'époque, on pourrait consulter les ouvrages de Sacro-Bosco, *Sphæra mundi* et *De computo ecclesiastico*, ainsi que les traités d'arithmétique écrits par les Arabes dans les XI^e, XII^e et XIII^e siècles, afin de confronter leurs chiffres. Il y a de semblables manuscrits arabes dans la bibliothèque de Leyden.

proché de la source phénicienne dont le 3 et le 4 de Boëce déviaient. Enfin, dans les variantes du 4 grec, on voit aussi ce chiffre représenté par un carré, ce qui rentre dans le système du tableau A et des chiffres chinois, de même que nous avons vu que la 8e lettre, chez les Phéniciens, se représentait par deux carrés superposés, fig. 138, à droite.

Le chiffre 5, fig. 75, vient de Boëce; nous n'ajouterons rien à ce que nous avons déjà dit sur ce chiffre.

Le chiffre 6, fig. 76, vient, sans doute, du chiffre correspondant de Boëce, mais en se rapprochant de son origine qui est la lettre *vau*, 6e de l'alphabet syro-hébraïque, fig. 156 à droite, mais en retournant cette lettre.

Les chiffres 7, 8 et 9 sont les mêmes que ceux de Boëce.

Le chiffre zéro introduit dans notre numération dans le XIIIe siècle a déjà été traité.

On remarquera que, en général, les chiffres de Sacro-Bosco et de Roger Bacon constituent une amélioration sur ceux de Boëce, en prenant moins de place et en se prêtant à une formation plus rapide.

5. *Chiffres des monnaies. XVe siècle.* Les nouveaux chiffres furent admis assez facilement sur les monnaies, à cause du peu de place qu'ils demandaient pour y indiquer le millésime, ce qui était difficile avec les lettres romaines. Ces chiffres, sur les monnaies, sont ceux de Roger Bacon, de forme un peu roide, avec modification du 5 qui tendait à se transformer.

Le chiffre 2, fig. 92, s'est transformé en un Z, présentant deux traits forts, reliés par un trait faible, comme pour donner raison à notre tableau A, fig. 22. Cette forme nouvelle du chiffre 2 se rapproche de sa source, qui est la seconde lettre hébraïque, *beth,* figure 142, en donnant à ce chiffre plus de symétrie et de facilité pour la gravure.

Le chiffre 3, fig. 93, est formé d'un Z, dont le trait fort, inférieur, est prolongé pour former une boucle inférieure souvent peu prononcée.

Le chiffre 4, fig. 94, est intéressant; il se présente, sur les monnaies, tantôt sous la forme d'une boucle arrondie, fig. 84, tantôt avec la boucle carrée, fig. 94, enfin avec une boucle triangulaire, fig. 24. Un 4 curieux est celui de la figure 151, sur le sceau de la communauté de la vallée d'Urseren, dans le canton d'Uri, de 1410; un 4, avec la boucle triangulaire tournée en bas, se voit sur une monnaie de l'abbé de St. Gall de 1424, fig. 149. Plus tard, le chiffre 4 s'est redressé, ce qui se voit sur une monnaie d'Anne de Bretagne de 1498, en ramenant ce chiffre à la forme de la 4e lettre phénicienne, c'est-à-dire à son point de départ. Le 4, à boucles arrondies, est à peu près le 4 retourné des Indiens.

Le chiffre 5, fig. 95, dans les monnaies de cette époque, est anguleux; c'est le 5 de Roger Bacon, mais en voie de transformation : ce chiffre se remarque sur les monnaies du duc de Bourgogne de 1475.

Le chiffre 6 est le même que celui de Roger Bacon.

Le chiffre 7, fig. 97, est aussi semblable à celui de Roger Bacon, il se présente sous cette forme sur des monnaies de Bourgogne, ainsi que sous celle de la figure 57 ou 157 à gauche. Ce chiffre s'est redressé insensiblement pour prendre une position plus gracieuse, et, déja sur une monnaie de Flandre de 1478, on le voit sous la forme de la figure 159 revenant ainsi à sa forme primitive, c'est-à-dire la 7ᵉ lettre de l'alphabet chaldéen, de Salomon et des 10 tributs.

Le chiffre 8, fig. 98, sur les monnaies, avait quelquefois la boucle supérieure aplatie, en forme de triangle. On voit ce chiffre sous cette forme sur une monnaie de Flandre de 1489 et dans un millésime de 1585, sur la colonne de la fontaine de la Palud à Lausanne, sous figure 165. Le 8, avec la boucle supérieure aplatie, a donné naissance, en supprimant une ligne, à un 7 curieux, dans le millésime d'une médaille de l'abbé de St. Gall de 1667, dont nous avons déjà parlé, fig. 167, et sur une monnaie de Corse de 1768, fig. 169. Ainsi le 7, avec 7 lignes, se rapprochant de la fig. 27 de notre tableau A, serait donc plus ou moins moderne, au lieu de se trouver à l'origine phénicienne de ce chiffre.

Les chiffres 9 et 0 sont les mêmes que ceux de Roger Bacon.

6. *Chiffres manuscrits. XVᵉ siècle.* Nous n'avons eu à notre disposition qu'un seul manuscrit du XVᵉ siècle, un volume des *Décrétales* de 1446, sur lequel le chiffre 5 était en voie de transformation et où les chiffres 4 et 7 se trouvaient déjà redressés, tandis qu'ils ne l'étaient pas sur des monnaies postérieures que nous avons citées. A ce sujet, on peut faire cette question: ce manuscrit ne peut-il pas être une copie de date postérieure à l'année 1446? Les figures 101 à 110 représentent les chiffres de ce document.

Le chiffre 1, fig. 101, ne présente rien de particulier sauf ses extrémités.

Le chiffre 2, fig. 102, se rapproche de notre fig. 22 et de son origine, la lettre *beth,* fig. 142.

Le chiffre 3, fig. 103, se présente sous deux formes, l'une dérivant du chiffre 2 précédent et l'autre arrondie.

Le chiffre 4, fig. 104, est redressé; il est revenu aussi à sa forme originelle, la 4ᵉ lettre phénicienne et chaldéenne, fig. 144 et 154 à gauche.

Le chiffre 5, fig. 105, se présentait sous deux formes. On ne peut pas dire si la boucle du 5 moderne a été tournée contre le bas ou si ce changement a été graduel, sa forme intermédiaire serait la figure 105 à droite. Un 5 assez curieux est celui qu'on voit dans le millésime de 1513 d'une maison à Lausanne, rue St. Laurent, nº 22, représenté sous figure 161, et un autre de 1579 sur les murs de la ville, sous les casernes, fig. 163. Nous ne pouvons préciser l'année où le 5 a pris la forme actuelle, ce doit être dans les premières années du XVI^e siècle : ce chiffre avec le trait horisontal supérieur est devenu plus gracieux.

Les chiffres 6, 7, 8, 9 ne présentent pas de changement, sauf le 7, fig. 107, qui est déja redressé dans ce manuscrit, ce qu'on voit aussi sur une monnaie de 1478, fig. 159, comme nous l'avons déja dit ci-devant.

7. *Chiffres de l'imprimerie. XVI^e siècle.* C'est depuis l'an 1534 que les chiffres ont reçu une forme définitive, tandis qu'auparavant elle était très variable.

Les chiffres 1, 2 et 0 ont conservé pendant longtemps une hauteur inférieure à celle des autres chiffres, circonstance qui rapprochait ces chiffres de notre tableau A.

Le chiffre 1, fig. 111, ne présente pas d'intérêt, cependant, a cette époque, on le voit quelquefois, dans les millésimes, sous la forme de la figure 131, presque comme le 1 indien, fig. 291. Les figures 141 et 151 présentent le *un* gothique.

Le chiffre 2, fig. 112, est un Z semblable à la lettre de même forme.

Le chiffre 3, fig. 113, procède du 2, cependant la boucle inférieure était souvent très peu prononcée, se joignant presque à la ligne supérieure horisontale.

Le chiffre 4, fig. 114, redressé au milieu du XV^e siècle, est formé de trois lignes droites, comme la 4^e lettre phénicienne, fig. 144.

Le chiffre 5, fig. 115, qui a reçu la ligne supérieure horisontale dans les premières années du XVI^e siècle, a souvent la boucle inférieure peu prononcée, se rapprochant beaucoup de la ligne supérieure.

Le chiffre 6 n'a pas changé.

Le chiffre 7, fig. 117, ainsi que le 4, ont été redressés dans le milieu du XV^e siècle, comme nous l'avons déja dit. Dans l'imprimerie on voyait quelquefois le 7 sous la forme de la figure 157 à droite, en se rapprochant ainsi du *zêta* grec et de notre tableau A, fig. 27.

Le chiffre 8, fig. 118, n'a pas changé, cependant, dans quelques ouvrages allemands anciens, on le voit avec 8 lignes, comme dans notre fig. 18, mais cela tient à la forme gothique.

Les chiffres 9 et 0 n'ont pas changé.

La faible hauteur des chiffres 1, 2, 0 a été cause que les autres chiffres dépassaient la portée des plus petits, tantôt en dessus et tantôt en dessous ; le 6, cependant, toujours en dessus et le 9 en dessous.

8. *Chiffres du XIX^e siècle.* Dans l'imprimerie du XIX^e siècle, on a adopté, en général, les chiffres d'égale hauteur.

Le chiffre 1, fig. 121, présente au-dessus une petite modification qui le distingue de la lettre I.

Le chiffre 2, fig. 122, a abandonné la forme supérieure du Z, pour se rapprocher aussi de son origine, la seconde lettre de l'alphabet syro-hébraïque, fig. 132 à gauche, arrondie au-dessus.

Le chiffre 3, fig. 123, aplati au-dessus, reparait quelquefois dans l'imprimerie avec la boucle supérieure arrondie, comme le 3, figure 253, mais le trait fort du milieu a disparu, en se rapprochant de celui de Roger Bacon.

Le chiffre 5, fig. 125, a perdu le trait fort du milieu; du reste les autres chiffres n'ont pas changé, sauf les boucles des chiffres 3, 5, 6, 9 qui sont terminées par des points.

Les chiffres manuscrits, placés au bas du tableau D, sous les chiffres arabes, fig. 251 à 260, dans le but de faire reconnaître la valeur numérique des chiffres supérieurs et inférieurs, diffèrent peu de ceux de l'imprimerie.

Le chiffre 3, fig. 253, a toujours les deux boucles arrondies; le chiffre 4 est ouvert par le dessus; le chiffre 7, fig. 257, est celui qui se présente sous les formes les plus diverses, on en peut compter environ 12 modifications; celui sous fig. 257, encore maintenu aujourd'hui par quelques personnes, se rapproche de la 7^e^ lettre d'un alphabet hébreu, fig. 147 à gauche, et de notre 7 fig. 27. Le chiffre 9 est celui de tous les chiffres dont la partie inférieure persiste à dépasser la portée en dessous, ou par un grand prolongement ou par une boucle déliée, comme pour donner raison à notre figure 29 et 259.

Mais, de ce qui précède, il n'en reste pas moins démontré que le chiffre 9, ainsi que le 5 et le 7, ne proviennent point d'une combinaison première entre leur forme et le nombre des unités qu'ils représentent; il n'en est pas de même du 8, qui vient bien de la réunion de deux carrés juxta-posés, fig. 138 à droite.

C'est donc bien par hasard que notre tableau A a permis de supposer une combinaison première dans laquelle on aurait fait entrer, pour les chiffres européens, autant de lignes que d'unités, et dont les Arabes, avec leurs ornements rectilignes, auraient été les architectes.

III. **Des chiffres d'Asie.**

1. *Des chiffres chinois.* (Tableau C.) La nation chinoise, qu'on peut classer en même temps parmi les peuples anciens et modernes, parce qu'elle a, dès son origine, continué d'exister comme nation, et qu'elle a gardé religieusement ses traditions ainsi que les traces de toutes les parties de sa civilisation, offre, paraît-il, la meilleure source où l'on puisse aller puiser l'origine de la forme des chiffres, dégagée de la forme des lettres, l'époque de l'emploi de leur abacus ou *souan pan* et celle de l'introduction du zéro dans leur numération, afin de savoir positivement si ce dernier chiffre est dû aux Indiens et l'abacus à colonnes à Pythagore.

Tous les peuples d'Orient et d'Occident, Phéniciens, Hébreux, Grecs, Romains, Arabes, Indiens, etc., les Chinois exceptés, jusqu'à une époque assez rapprochée de nous, se servaient des lettres de leur alphabet pour types de la numération ; les millésimes sur les monnaies de ces peuples ne paraissent qu'au commencement du XIV^e siècle, et plus tard encore sur les monnaies indiennes. Les Chinois, au contraire, déja avant notre ère, avaient des monnaies frappées avec des chiffres dont ils se servent encore aujourd'hui. Tableau C, fig. 181 à 190.

Les chiffres chinois sont les seuls qui offrent une combinaison réelle entre leur forme et le nombre des unités qu'ils doivent représenter, mais cela seulement jusqu'au chiffre 5. Comme ces signes sont des hiéroglyphes ils devaient rappeler à l'esprit leur valeur, c'est pourquoi les 5 premiers chiffres chinois ont chacun autant de lignes droites que le chiffre doit représenter d'unités, ce qui fait qu'ils ont nécessairement un grand rapport avec notre tableau A. Dans un sujet restreint à 10 types les points de contact devaient être nombreux.

Au-delà du chiffre 5, nous n'avons pu découvrir une loi satisfaisante de formation, qu'en supposant, dans plusieurs chiffres, la suppression de deux lignes : nous avons rejeté ces combinaisons, pour nous en tenir à un système qui est fourni par les Chinois eux-mêmes, dans leurs chiffres du commerce, servant aussi aux besoins journaliers, fig. 191 à 200. D'après ces derniers chiffres, extraits de la grammaire chinoise d'Abel Rémusat, on voit que les Chinois, dans leurs chiffres du commerce, à l'imitation des Romains, disaient : 5 plus 1, 5 plus 2, 5 plus 3, 5 plus 4 pour exprimer les nombres 6, 7, 8 et 9, en prenant ainsi le nombre 5 pour clef, représentée par un point placé au sommet du signe, auquel on adjoignait successivement les premiers chiffres 1, 2, 3 et 4, fig. 191 à 194.

D'après cela nous avons supposé que le chiffre 6, fig. 186, est formé de l'unité ou barre horisontale, surmontée d'un point représentant 5, comme l'indique la figure 176 : les deux accents en-dessous de ce chiffre n'auraient ainsi pas d'autre signification que celle de désigner un type numéral.

Le chiffre 7, fig. 187, serait formé comme le 6, avec l'adjonction d'une unité de plus, comme dans la fig. 177 ; mais, dans la pratique, le jambage inférieur aurait été recourbé à droite, ce qui donne à ce chiffre la forme d'un *t*, pour le rendre différent de la croix affectée au nombre 10.

Le chiffre 8, fig. 188, serait formé comme l'indique la figure 178, mais, dans ce chiffre, la clef représentant 5 serait omise.

Le chiffre 9, fig. 189, serait formé d'un carré représentant 4, surmonté de la clef représentant 5, fig. 179 ; mais, dans la pratique, on aurait laissé le carré ouvert par le bas. Cependant, malgré l'apparence favorable de cette loi de formation, elle pourrait bien, au fond, ne pas avoir une grande valeur, comme nous le verrons plus loin en comparant les chiffres chinois aux lettres hébraïques.

La figure 190 n'indique pas le chiffre zéro, qui n'était pas connu en Chine avant J.-C., mais elle marque le nombre 10. A cet égard, il est curieux de faire remarquer que, dans l'alphabet *servien*, le dixième type est une croix qui ne servait pas comme lettre, mais qui était spécialement affectée au nombre 10 comme en Chine.

D'autres signes étaient affectés aux nombres 100, 1,000, 10,000 100,000, etc. Ordinairement on n'employait ces signes que jusqu'à celui de 10,000, et l'on décomposait les nombres plus grands en *dizaines* de mille, c'est-à-dire qu'au lieu de noter, par exemple, cent-trente-cinq mille, on inscrivait *treize dizaines de mille et cinq mille*.

Les Chinois ont encore d'autres chiffres d'une forme beaucoup plus compliquée que ceux sous figures 181 à 190, ils s'emploient quand on veut éviter les méprises ou les altérations frauduleuses.

Dans le commerce et pour les besoins domestiques, on fait usage, comme nous l'avons déjà dit, de chiffres plus simples, produits par l'altération des chiffres anciens ou historiques; ces chiffres sont représentés par les figures 191 à 200, y compris le zéro des Indiens.

Dans ces chiffres, les types 1, 2, 3, fig. 191, 192, 193, ne diffèrent des anciens que par leur position verticale, à la manière des Romains.

Le chiffre 4, fig. 194, est exprimé par le croisement des diagonales d'un carré, ce qui est assez naturel.

Le chiffre 5, fig. 195 à gauche, est représenté par une figure semblable au 8 européen ouvert par dessus, d'après Abel Rémusat, tandis qu'un autre auteur indique pour le 5 un Y comme les Indiens, fig. 275, ce qui montrerait les relations de commerce entre les Chinois et les Indiens.

Le chiffre 6, fig. 196, est l'ancien chiffre de la figure 186, en supprimant les deux accents inférieurs, ce qui nous a fait supposer que le point sur la barre horizontale servait de clef représentant le nombre 5.

Les chiffres 7, 8, fig. 197, 198, répondent bien à cette hypothèse; mais le chiffre 9, fig. 199, présente une anomalie : la partie supérieure représente le chiffre 6 et la partie inférieure désigne 4, ce qui ferait 10 au lieu de 9. Ou le chiffre 9 du commerce a une ligne de trop (la ligne horisontale) ou cette ligne manque au 4 de la figure 194.

Le chiffre zéro, fig. 200, vient, parait-il, des Indiens; mais il s'agirait de constater la date de son introduction en Chine.

Une chose à remarquer, c'est la ressemblance du chiffre chinois 6, fig. 186, avec une des variantes de la sixième lettre de l'alphabet samaritain, fig. 316; celle du 8, fig. 188, avec la huitième lettre hébraïque, fig. 148 à droite; enfin celle du 9, fig. 189, avec la neuvième lettre de l'alphabet de l'ange Gabriel, fig. 139 à droite. Ces faits expliquent la ressemblance du 8 arabe avec le 8 chinois.

Une chose curieuse, c'est que les Chinois, malgré l'introduction du zéro dans leur numération, ce qui leur permettait de limiter leurs chiffres à 10, ont conservé les signes spéciaux pour 10, 100, 1000, etc., en sorte que le zéro ne fait que tenir la place des chiffres effectifs qui peuvent manquer dans les différents ordres d'unités. Enfin, dans leur numération écrite, ils rappellent la valeur de position de chaque chiffre, tandis que cette valeur est sous-entendue ou conventionnelle dans la numération des autres peuples, ce qui dénote, chez cette nation, l'amour des longueurs ou l'esprit de défiance dans les innovations. Ainsi, pour exprimer le nombre 54,618, ils placent premièrement le signe de 10,000 surmonté du chiffre 5, puis le signe 1,000 surmonté du chiffre 4, ensuite le signe 100 surmonté du chiffre 6, après le signe 10 surmonté du chiffre 1, enfin le signe 8. C'est le chemin de l'école.

Les Chinois ont-ils maintenant abandonné ces longueurs inutiles, qui caractérisent parfaitement les mœurs de ce peuple singulier? Ne peut-on pas dire, à ce sujet, que la forme de l'écriture peint le caractère des nations et des individus?

2. *Des chiffres arabes-persans. Examen préliminaire.* (Tableau D.) Les Arabes, dès le commencement du VI^e siècle, se font connaître, comme nation naissante, par leurs ravages en Palestine et en Syrie. Se mettant à la tête de divers peuples et de tribus isolées, ils attaquent, les unes après les autres, les provinces de l'empire romain, qui était lui-même en butte, dans le centre de l'Europe, aux invasions des peuples venus du nord et de l'Asie. Les Arabes, pendant leurs invasions, sont désignés particulièrement sous le nom de Sarrazins.

Au commencement du VII^e siècle, Mahomet se constitue le chef de leur religion; plus tard, il s'empare de toute l'Arabie. Ce peuple entreprenant conquit successivement la Syrie, la Perse, l'Egypte et l'Afrique. Dans le VIII^e siècle, les Sarrazins ou Maures, venus d'Afrique, entrent en Espagne où ils se maintiennent pendant 700 ans; ils étendent leurs conquêtes sur les îles de la Méditerranée et sur les provinces méridionales de l'empire romain. Les califes ou chefs des Sarrazins établissent leur résidence à Damas et ensuite à Bagdad; leur empire, dans le milieu du VIII^e siècle, s'étendait depuis les Indes jusqu'en France et en Espagne, et leurs relations commerciales jusqu'à Canton en Chine. Après avoir renversé plus de vingt trônes, les Arabes se trouvant en même temps en contact avec les Grecs, les Goths, les Indiens et les Chinois, devinrent les dépositaires de toutes les sciences connues et les transportèrent dans l'Occident.

Dans le IX^e siècle, Theophanes rapporte que lorsque Walid, calife des Sarrazins à Damas, au commencement du VIII^e siècle, *défendit l'usage des caractères grecs, il en excepta les chiffres, à cause des difficultés qu'offrait l'ancienne arithmetique arabe.* Ce passage de Theophanes prouve d'abord que les chiffres de Boëce du VI^e siècle ne viennent pas des Arabes, et ensuite que ces derniers ne connaissaient pas encore les chiffres indiens ou plutôt l'arithmétique indienne. De quelle ancienne arithmétique arabe Theophanes veut-il parler? Les Arabes devaient avoir la même arithmétique que les

Grecs, en employant toutes les lettres de leur alphabet comme les Hébreux. Nous supposons donc que les Arabes, dans leur administration et dans leurs rapports avec les provinces, auront défendu l'usage de l'écriture grecque. En cela ils pouvaient bien être obéis, mais s'il s'était agi de prescrire les chiffres qu'on devait employer dans le commerce, la chose devenait alors d'une grande difficulté, ce qui fait que le vainqueur a dû laisser libre l'usage des chiffres dans chaque localité. C'est dans ce sens que nous interprétons le passage de Theophanes, dont, du reste, nous ne connaissons pas le texte précis, ne l'ayant pas lu nous-mêmes dans cet auteur.

C'est cependant dans le courant du IX^e siècle que les Arabes ont dû apprendre la nouvelle arithmétique indienne, puisque Alkindi, un de leurs écrivains, composa alors un traité sur l'arithmétique des Hindous. Jusqu'alors, les Arabes, comme tous les peuples conquérants, ne s'étaient point occupés de sciences; mais, au commencement du IX^e siècle, sous le calife Al-Mamoun, qui aimait fort les sciences, ils s'appliquèrent à l'étude de la philosophie, de l'astronomie et des mathématiques. Enfin, aux environs de l'an 1000, Mahmoud fut le premier conquérant mahométan qui forma des établissements permanents dans l'Hindoustan.

Jusqu'au VIII^e ou IX^e siècle, les Arabes, à l'imitation des Hébreux, avaient fait usage de toutes les lettres de leur alphabet pour chiffres de la numération. La forme de leurs lettres était grossière, il est vrai, comme on peut le voir dans les alphabets de Kufa sur l'Euphrate, dans l'alphabet de Mauritanie ou du Maroc, et dans celui appelé communément alphabet africain, qui dérivent tous de l'alphabet syro-hébraïque et celui-ci de l'alphabet hébreu. Il serait possible, mais non vraisemblable, que les Arabes, depuis le règne de Walid, eussent fait usage des lettres grecques pour leur numération, ce qui parait expliquer, dans leurs chiffres actuels, un mélange de lettres grecques et de lettres syro-hébraïques; mais cette ressemblance est plutôt le résultat de l'origine commune des alphabets et du long contact des Arabes avec les Grecs avant l'adoption de l'arithmétique indienne. C'est donc dans l'alphabet grec, mais surtout dans ceux employés par les Arabes eux-mêmes, dans le IX^e siècle, que nous retrouverons l'origine de leurs chiffres au moment où ils adoptèrent, non les chiffres, mais bien l'arithmétique indienne de neuf chiffres effectifs avec le précieux zéro, en donnant, conventionnellement, une valeur de position aux chiffres, comme Pythagore dans son abacus à colonnes.

Les chiffres turcs, ne différant des arabes-persans que dans de légères modifications, rentrent dans ces derniers dont ils forment une variante.

3. *Chiffres de Planude et d'Al-Séphadi. XIII^e siècle.* Ces chiffres, fig. 201 à 220, sont extraits de l'ouvrage de Montucla : ceux d'Al-Séphadi pourraient être postérieurs au XIII^e siècle.

Le chiffre 1, fig. 201, est semblable au chiffre 1 des Romains, mais aussi à la première lettre de l'alphabet arabe moderne, qui est une simplification de la lettre hébraïque *aleph*.

Le chiffre 2, fig. 202, vient de la lettre hébraïque *beth*, dont nous avons déjà parlé, fig. 142, en la redressant. Il est à remarquer que, dans quelques alphabets, la seconde lettre a la forme d'un N, ce qui a lieu dans l'alphabet étrusque et dans celui d'Ethiopie. Il serait de même possible que les chiffres arabes 2 et 3 eussent pris leur origine dans les lettres grecques *n, m,* sous fig. 301, 311, qui viennent des lettres phéniciennes et samaritaines, fig. 302, 312.

Le chiffre 3, fig. 203, peut donc venir, comme nous l'avons dit, de la lettre grecque *m,* fig. 311, ou de la lettre samaritaine fig. 312, ou enfin de la lettre arabe *sinn*, fig. 303, qui correspond à la lettre grecque majuscule *xi*, qui se dessine par trois barres superposées. Il faut observer que la lettre *sinn*, dans les alphabets syrien, babylonien, samaritain, africain et du Maroc, se distingue par trois jambages, il n'y aurait donc rien d'étonnant qu'on l'eût choisie pour représenter trois unités, sans suivre toujours l'ordre des lettres de l'alphabet.

Le chiffre 4, fig. 204, est remarquable parce qu'il se prête à une figure ayant quatre lignes, comme on le voit dans le 4 de la figure 224, qui est le 4 particulier à l'Hindoustan, et dans la figure 244 à droite, qui est aussi une variante du 4 arabe. Le 4, fig. 204, paraît venir de la quatrième lettre de l'alphabet de Mauritanie ou du Maroc, sous figure 304, auquel on a ajouté la petite boucle à gauche qui est devenue un jambage descendant comme dans la fig. 244 à droite.

Le chiffre 5, fig. 205, s'explique de deux manières satisfaisantes. Ce peut être la lettre *hé,* cinquième des alphabets samaritain, chaldéen et d'Abraham, ressemblant à la lettre grecque *epsilon,* à laquelle on a ajouté un jambage à droite, comme dans la figure 245 à gauche, jambage qui exécuté un peu rapidement en remontant, prenait la forme du 4 de Planude, fig. 205. Il est plus probable cependant que ce chiffre vienne de la lettre arabe *aïn,* fig. 315, qui a la forme d'un *epsilon* grec, mais qui, dans l'alphabet samaritain, prenait aussi la forme d'un zéro, d'un triangle, d'un carré et d'un pentagone, fig. 245 à droite : c'est sous cette dernière forme que ce chiffre se présente dans quelques monnaies arabes. Le chiffre 5 d'Al-Séphadi, fig. 215, est une imitation imparfaite de la figure 245 à gauche, qui est la véritable forme du premier 5 arabe, qu'on peut ramener à une figure rectiligne, fig. 305, ayant cinq lignes, comme la figure 175.

Le chiffre 6, fig. 206, pourrait venir de la lettre *vau,* sixième de l'alphabet samaritain et phénicien, qui a la forme d'un Y, fig. 306, car, dans les autres alphabets employés par les Arabes en Afrique, en Syrie, en Babylonie, la sixième lettre *vau* a la forme d'un 9 européen, fig. 156 à droite.

Le chiffre 7, fig. 207, vient de la lettre hébraïque *zaïn,* septième de cet alphabet ; dans celui de Salomon, c'est un 7 européen, fig.

137 à gauche; dans celui d'Abraham, c'est un V dont l'ouverture est tournée à droite, et dans celui de Kufa sur l'Euphrate, fig. 307, l'ouverture est tournée à gauche. Les Arabes auront donc jugé à propos de tourner l'ouverture en haut, à cause du chiffre 8 qui est semblable, mais avec l'ouverture tournée contre le bas.

Le chiffre 8, fig. 208, vient de la lettre hébraïque *hheth,* huitième de l'alphabet, fig. 148 à droite; cette même lettre, dans l'alphabet africain, est représentée sous fig. 308, et dans l'alphabet d'Abraham sous fig. 318. Enfin dans les alphabets de Kufa et du Maroc, cette lettre est formée par la rencontre de deux lignes inégales, présentant leur ouverture à gauche. Par opposition au chiffre 7, et dans un but de symétrie, les Arabes auront tourné l'ouverture de cette lettre ou de ce chiffre contre le bas, comme la huitième lettre hébraïque, fig. 148 à droite.

Le chiffre 9, fig. 209, vient de la neuvième lettre de l'alphabet africain, fig. 309, et de celui de Kufa, fig. 310; ainsi que de la même lettre de l'alphabet de l'ange Raphaël, fig. 139 à droite.

Le chiffre 0, fig. 210, vient des Indiens depuis le IX^e^ siècle; mais les Arabes n'ont pas conservé longtemps ce chiffre, qu'ils ont remplacé par un gros point, fig. 220, depuis qu'ils ont donné au chiffre 5 la forme du zéro, fig. 225, qui représente la lettre *hé,* cinquième lettre de l'alphabet africain.

4. *Des chiffres arabes réguliers.* Ces chiffres ne sont eux-mêmes que ceux de Planude et d'Al-Séphadi, sauf le 4 et le 5.

Le chiffre 4, fig. 224, est bien formé de quatre lignes; il est surtout employé dans l'Hindoustan. Si ce chiffre avait donné naissance à la figure 204, cette dernière figure ne viendrait alors pas de la quatrième lettre de l'alphabet de Mauritanie, fig. 304; il est probable que cette dernière lettre a été modifiée et amenée à la forme donnée au chiffre de la figure 224 à droite.

Le chiffre 5, fig. 225, qui est le zéro des Indiens et des Européens, est aussi la lettre *hé,* cinquième de l'alphabet africain; c'est donc là que les Arabes ont pris leur 5 actuel. La lettre arabe *aïn,* fig. 315, sous la forme d'un *epsilon* grec, qui représentait le 5 du temps de Planude, a donc été remplacée par la cinquième lettre de l'alphabet africain, à la fin du XIII^e^ siècle.

Le 5 arabe, sous forme du zéro européen, est donc postérieur a celui sous la forme d'un E.

Une remarque à faire, est la ressemblance des chiffres 7, 8, 9 arabes avec les correspondants chaldéens.

5. *Des chiffres turcs.* Ces chiffres ne diffèrent presque pas de ceux des arabes-persans, comme nous allons le voir.

Les chiffres 2, 3, fig. 232, 233, se distinguent des chiffres arabes correspondants par l'enfoncement moins prononcé entre les jambages supérieurs.

Le chiffre 4, fig. 234 à gauche, rentre dans la forme du 4 de Planude et dans celle de la figure 244 à droite, qui dérive de la formation en quatre lignes en supprimant les petites boucles.

Le chiffre 4, fig. 234 à droite, est celui usité actuellement en Turquie; il vient de la quatrième lettre de l'alphabet des Sarrazins; il se fait remarquer par ses quatre lignes bien prononcées.

Le chiffre 6, fig. 236, ressemble plutôt à la lettre *vau*, sixième de l'alphabet hébraïque moderne, qu'au chiffre 6 de Planude, fig. 206.

Les chiffres arabes indiqués dans le tableau D, sous le nom de variantes, sont surtout ceux qui se trouvent dans leurs monnaies, principalement le 5 de la figure 245 à gauche.

6. *Des chiffres indiens. Examen préliminaire.* (Tableau E.) Nous ne pourrons traiter les chiffres indiens que très brièvement, attendu que les alphabets d'où ils ont été tirés ne nous sont pas biens connus. Nous avons eu recours aux lettres du sanscrit et du zend, aux alphabets du Birman et Pali-Cinghalais, à la grammaire sanscrite de Bopp, et surtout aux monnaies indiennes.

On doit aux Hindous ou Indiens l'invention du système de numération écrite, dont les Européens se servent aujourd'hui, au moyen de 9 chiffres effectifs et du zéro. Tous les auteurs arabes sont d'accord sur ce fait, c'est qu'ils tiennent leur système de numération des Indiens, aux environs du X^e^ siècle; cependant il est à présumer que cette importation date du IX^e^ siècle, puisque Alkindi, auteur arabe de cette époque, composa un traité sur l'arithmétique indienne. Ce témoignage des auteurs arabes est péremptoire, puisqu'il n'est pas à l'avantage de ceux qui l'ont émis en nous rapportant la vérité. Le système indien est le même que celui de Pythagore, au zéro près, signe qu'il remplaçait par les colonnes de l'abacus quand des chiffres effectifs venaient à manquer dans les différents ordres d'unités, pendant les opérations ou calculs. Nous avons déjà dit que l'usage du zéro pouvait être né de l'emploi de l'abacus. En effet, des calculateurs, pour éviter le tracé préalable des colonnes, peuvent les avoir remplacées par des points chaque fois que des chiffres effectifs venaient à manquer, et ces points auront été remplacés par un nouveau signe admis comme type numéral, qui est le zéro. Si c'est des Chaldéens que Pythagore a appris à donner aux chiffres une valeur de position, ces premiers ne connaissaient pas le zéro dans le VI^e^ siècle avant J.-C., lors du voyage de Pythagore, puisque l'abacus était destiné à remplacer le zéro. L'abacus a été un perfectionnement important sur le système chaldéen, qui n'était pas propre à faciliter les opérations arithmétiques, mais seulement à l'inscription des nombres. Les chiffres et le système que Georges Henisch, dans son ouvrage *De numeratione,* Augsbourg, 1605, attribue aux Chaldéens, ont-ils été pris à une source sûre et quelle est-elle? C'est ce qu'il faudrait examiner, car ces chiffres chaldéens n'ont aucun rapport avec ceux des Indiens, ce qui constitue deux systèmes tout différents. — Un mémoire inséré dans le *Journal of Bengale,* 1838, relatif au sujet que nous traitons, en ce qui concerne l'Inde, doit fournir des lumières précieuses sur cette question : nous n'avons pu nous le procurer; il éclaircirait peut-être des points importants sur l'histoire de l'arithmétique indienne*.

Notre tableau E indique quatre séries de chiffres indiens. La première est extraite de l'ouvrage de Montucla; la deuxième, de la grammaire sanscrite deBopp; la troisième, des monnaies du Népaul, et la quatrième des monnaies d'Assam**.

7. *Chiffres indiens de Montucla.* Les chiffres indiens, sous fig. 261 à 270, reproduits dans l'ouvrage de Montucla, paraissent avoir été recueillis par Tavernier dans son voyage en Asie : ils ne présentent pas beaucoup de confiance, par le fait que les chiffres 1, 7 et 0 y sont presque de forme identique; enfin, ils diffèrent sensensiblement des trois séries suivantes qui sont authentiques; c'est pourquoi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

8. *Chiffres sanscrits.* Ces chiffres indiens fig. 271 à 280, sont extraits de la grammaire sanscrite de Bopp, qui n'indique pas leur date. Il est certain que ces chiffres dérivent des alphabets du sanscrit et du zend, dans lesquels, croyons-nous, on ne connaît pas l'ordre des lettres, ce qui fait qu'on n'a pu comparer le rang des chiffres avec celui des lettres des alphabets.

Le chiffre 1, fig. 271, ne se trouve pas dans les alphabets du sanscrit et du zend, mais bien dans ceux du Birman et Pali-Cinghalais, sous lettre R, fig. 281, 297.

Le chiffre 2, fig. 272, paraît être un diminutif du chiffre 3 suivant : il a beaucoup de rapport avec les figures 282 et 298.

Le chiffre 3, figure 273, est la lettre I du sanscrit et la lettre *gha* dans un alphabet zend; enfin c'est la lettre *da* du Pali-Cinghalais.

Le chiffre 4, fig. 274, se retrouve dans les alphabets du sanscrit, du Birman et Pali-Cinghalais, mais couché. Il est à remarquer que les Chinois ont pris ce type pour leur chiffre 5 du commerce.

Le chiffre 5, fig. 275, pourrait être la lettre Y du sanscrit. Il est curieux de voir que ce chiffre corresponde pour la forme et pour la valeur au V ou à l'U des Romains, fig. 145 à droite et 155 à gauche. Enfin, ce chiffre a aussi été emprunté des Indiens par les Chinois pour leur chiffre 5 du commerce.

Le chiffre 6, fig. 276, est la lettre È du zend et la lettre B du Pali-Cinghalais : ce chiffre est l'inverse du 3 pour la position. Il faut

* M. Cantor, dans la réunion des naturalistes allemands à Carlsruhe, en 1858, doit avoir présenté un travail sur l'histoire des chiffres : nous regrettons de n'avoir pu profiter des lumières du mémoire qui a été lu dans cette réunion.

** Relativement aux monnaies indiennes, il serait nécessaire de consulter *Ariana antiqua*, par Wilson, Londres 1842, comprenant tout ce que l'on sait sur les médailles de l'Inde.

remarquer ici que les chiffres 3 et 6 de Montucla sont tournés à l'inverse de ceux que nous examinons.

Le chiffre 7, fig. 277, parait être la lettre *ph* des alphabets du Birman et de Pali-Cinghalais, ou la lettre *p* du zend, fig. 317, tournée dans un autre sens.

Le chiffre 8, fig. 278, présente la ligne horizontale supérieure du sanscrit; il a une grande ressemblance avec les chiffres correspondants des autres séries, même avec la figure 298 en la retournant. C'est aussi la lettre *queh* d'un alphabet en vieux persan, fig. 314; c'est enfin le *vau* d'un alphabet chaldéen.

Le chiffre 9, fig. 279, a exactement la forme de la lettre *na* de l'alphabet Pali-Cinghalais; c'est aussi la lettre *pa* d'un alphabet en vieux persan, fig. 313.

Le chiffre 0, fig. 280, serait donc la source de notre zéro européen. Ce chiffre se trouve dans les alphabets Pali-Cinghalais et du Birman sous lettre V.

9. *Chiffres du Népaul.* Ces chiffres sont fournis par les monnaies de la province du Népaul, fig. 281 à 290.

Les chiffres 1, 2, 3, 4, 6, diffèrent peu des chiffres correspondants supérieurs.

Le chiffre 5, fig. 285, est douteux comme appartenant au Népaul sous cette forme, ce que nous n'avons pu vérifier.

Le chiffre 7, fig. 287, sous forme d'un 9 européen, pourrait venir du chiffre sanscrit supérieur; toutefois il représente les lettres D et K du zend.

Les chiffres 8 et 9, fig. 288 et 289, ne présentent pas de ressemblance avec des lettres connues.

10. *Chiffres d'Assam.* Ces chiffres sont aussi extraits des monnaies de la province d'Assam.

Le chiffre 1, fig. 291, ressemble au 1 gothique que l'on voit sur quelques millésimes du XVII^e^ et du XVIII^e^ siècle, sous fig. 131; du reste, ce chiffre parait être l'inverse du 7, fig. 297, ainsi que du 1 des trois séries supérieures.

Le chiffre 2, fig. 292, diffère peu du 6, fig. 296.

Le chiffre 3, fig. 293, est une déformation du chiffre supérieur correspondant.

Le chiffre 4, fig. 294, se distingue du correspondant en ce qu'il est fermé par le dessus comme le 8 européen.

Le chiffre 5, fig. 295 à gauche, parait être un croissant; ce signe se retrouve dans les alphabets du Birman et Pali-Cinghalais. Nous ne sommes pas certains que la figure 295 à droite, ressemblant à un 5 européen, appartienne aux chiffres d'Assam: ce chiffre pourrait venir de la lettre Z du zend.

Le chiffre 6, fig. 296, se retrouve dans un alphabet indien dérivé du persan et dans un alphabet de Palmyre.

Le chiffre 7, fig. 297, est l'inverse du 1, fig. 291; c'est la lettre R dans les alphabets du Birman et Pali-Cinghalais.

Le chiffre 8, fig. 298, pourrait être la lettre *d'a* du Birman, ou la lettre R du zend en lui ôtant le crochet inférieur.

Les chiffres 9, fig. 299 et 289, ont la même forme que des hiéroglyphes indiens tirés des 9 étoiles principales de la constellation du Dauphin.

Les chiffres indiens présentent encore plusieurs variantes qu'il serait inutile d'examiner, puisque leur provenance paraît très variée et le plus souvent douteuse pour nous.

On voit que les chiffres indiens n'ont point de rapport avec ceux des Arabes et des Chinois, et s'ils en présentent avec les chiffres de Sacro-Bosco pour le 3 et le 5, ce doit être un cas fortuit, qu'il est cependant bon de noter.

11. *Conclusion.* De ce qui précède on peut conclure :

1° Que les chiffres de Boëce, attribués à Pythagore, ont été pris dans les neuf premières lettres de plusieurs alphabets dérivés de l'alphabet phénicien, toutes les lettres servant alors de types numéraux;

2° Que les chiffres de Boëce qui s'étaient écartés, pour la forme, de la souche phénicienne, s'en sont rapprochés au XIII[e] siècle et plus tard encore;

3° Que la forme des chiffres, jusqu'au chiffre 5, se rapproche en général d'une formation où il y a autant de lignes que le chiffre représente d'unités, ce qui se remarque surtout dans les cinq premiers chiffres chinois et un peu moins sensiblement dans les chiffres arabes;

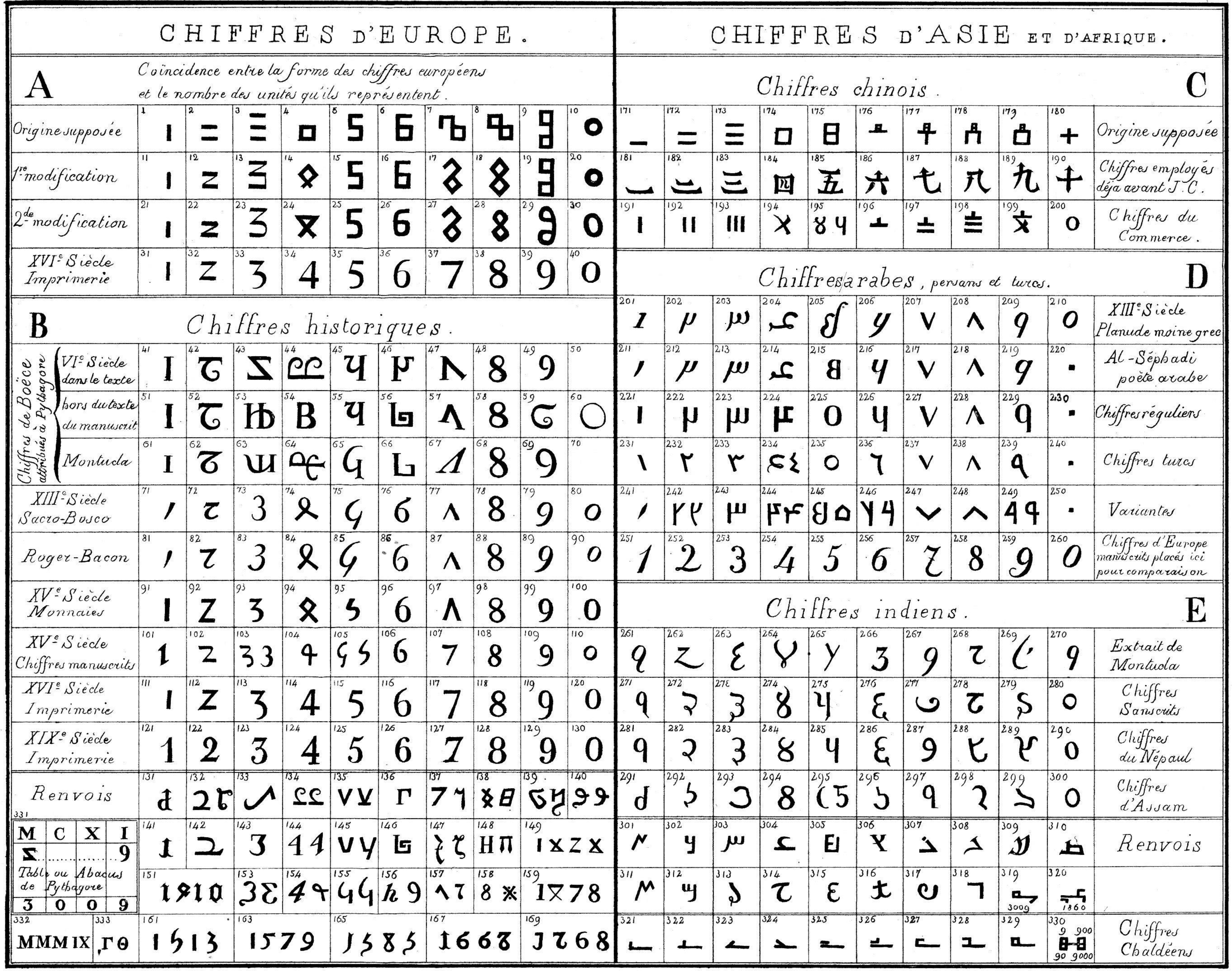
4° Que les chiffres européens, dans leurs modifications plus ou moins modernes, se sont rapprochés, par un hasard singulier, d'une forme qui montre, presque partout, autant de lignes que le chiffre représente d'unités, comme dans le tableau A.

5° Que les chiffres européens, dits arabes, dérivent des chiffres de Boëce et n'ont point été tirés des chiffres arabes du XIII[e] siècle, à l'exception du zéro qui est d'origine indienne;

6° Que les chiffres arabes dérivent des alphabets dont ce peuple se servait dans le IX[e] et X[e] siècle, et qui ont leur source dans l'alphabet syro-hébraïque et celui-ci dans l'alphabet hébreu, ce qui établit une certaine relation de forme entre les chiffres arabes et les chiffres européens;

7° Que les chiffres indiens ou sanscrits paraissent dériver des alphabets indiens anciens, qui n'ont pas de rapport direct avec l'alphabet phénicien, ce qui explique la dissemblance entre les chiffres indiens et ceux des Arabes et des Européens*.

* Nous devons à l'obligeance de M. Fréderic Soret, à Genève, la communication des chiffres extraits des monnaies arabes et indiennes, ainsi que plusieurs observations qui nous ont été très utiles.



J. F. Piccard sculpsit