

|                     |   |
|---------------------|---|
| <b>Zeitschrift:</b> | Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles                          |
| <b>Herausgeber:</b> | Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles   |
| <b>Band:</b>        | 74 (1951)   |
| <br>                |   |
| <b>Artikel:</b>     | Etude de certaines propriétés élastiques des corps, des métaux en particulier         |
| <b>Autor:</b>       | Jaquierod, Adrien   |
| <b>DOI:</b>         | <a href="https://doi.org/10.5169/seals-88812">https://doi.org/10.5169/seals-88812</a> |

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 10.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# ÉTUDE DE CERTAINES PROPRIÉTÉS ÉLASTIQUES DES CORPS, DES MÉTAUX EN PARTICULIER

par

**ADRIEN JAQUEROD**

AVEC 18 FIGURES

---

L'élasticité est cette propriété des corps solides qui fait que, déformés par un système de forces, ils tendent à reprendre leur forme primitive lorsque ces forces cessent d'agir. Si le corps en expérience reprend exactement, dans ces conditions, sa forme initiale, on dit qu'il est parfaitement élastique. Le cas opposé serait celui d'un corps qui conserverait exactement la nouvelle forme donnée par l'action des forces après suppression de celles-ci. On aurait affaire à un corps parfaitement mou.

Il s'agit là de cas idéaux ; les corps réels se comportent de façon intermédiaire avec tous les degrés possibles entre les deux extrêmes, qui ne se rencontrent pas à parler rigoureusement. Cependant si la déformation, la contrainte imposée, est faible, dans de nombreux cas le corps reprendra très sensiblement sa forme primitive. On dira que l'on n'a pas dépassé la *limite élastique*. Dans ce qui suit nous nous occuperons exclusivement de ce cas spécial.

On voit de suite, pourtant, ce qu'il y a d'arbitraire dans cette notion de limite d'élastique : puisqu'il s'agit de constater que la forme initiale est réalisée à nouveau après déformation, le résultat dépendra essentiellement de la précision avec laquelle se font les mesures et la limite élastique sera fonction de cette précision. Prenons un exemple. Un fil métallique de longueur  $l$ , 1 mètre par exemple, est fixé verticalement par son extrémité supérieure. On y suspend un poids  $P$ . Le fil s'allonge de  $\Delta l$ , disons 1 mm. La déformation est ici mesurée par cet allongement. On supprime le poids ; le fil se raccourcit et, si ses qualités élastiques sont bonnes, reprend sensiblement sa longueur initiale  $l$ . Mais ce « sensiblement » sera estimé avec une précision qui pourra varier dans de larges limites. Si les mesures se font à la précision du dixième de mm, on dira que la limite n'a pas été dépassée si la longueur se retrouve au dixième de mm près soit, dans notre cas, à la précision de  $1/10^4$ . Si l'on peut mesurer à 1 micron près, la précision sera de 1 millionième et ainsi de suite. Les mesures deviendront de plus en plus difficiles et un résultat rigoureux est impossible à atteindre. Plus on

augmente la précision et plus l'on constate un allongement résiduel, de plus en plus petit mais non nul, après l'action d'un poids  $P$  de plus en plus faible. Il semble que la limite élastique soit une notion idéale qui, à mesure que l'on cherche à la saisir de plus près, vous file entre les doigts.

Pour les besoins de la technique, comme une déformation résiduelle non observable passe pour inexistante, on a fixé des normes qui ont exclusivement une signification pratique.

Supposons maintenant que l'on ne dépasse pas la limite élastique conventionnelle ; comment se comportera la déformation d'un solide sous l'action d'un système de forces ? Une loi très simple donne la réponse à cette question. Elle a été énoncée par le savant anglais HOOKE il y a près de trois siècles, et porte son nom ; la publication de l'ouvrage de HOOKE : « De potentia restitutiva or of spring » date en effet de 1678. L'auteur l'a formulée de façon lapidaire par l'expression : « Ut tensio sic vis ». Nous dirons : La déformation est proportionnelle à l'effort déformant.

Qu'est-ce que cela signifie ? Reprenons l'exemple du fil allongé par un poids. La déformation, nous l'avons vu, est mesurée par l'allongement  $\Delta l$  ; l'effort déformant par le poids  $P$ . La loi de HOOKE s'écrira donc  $\frac{\Delta l}{P} = C$ , une constante. Si le poids  $P$  double, triple, ... décuple,

l'allongement  $\Delta l$  sera 2, 3 ... 10 fois plus grand, toujours si l'on reste dans le domaine élastique.

L'allongement d'un fil, d'une barre, etc., n'est pas la seule déformation possible. Il existe deux autres cas typiques qui sont la *flexion* et la *torsion*. Une barre métallique est fixée horizontalement dans un étau par une extrémité ; à l'autre extrémité on suspend un poids  $P$ . La barre fléchit et la quantité dont s'abaisse cette extrémité, que nous représenterons par  $x$ , mesure la déformation. La loi de HOOKE exprime alors que le rapport  $\frac{x}{P}$  est constant.

Considérons enfin la torsion en reprenant le fil supposé ci-dessus, fixé verticalement par son extrémité supérieure. Au lieu de l'allonger par l'action d'un poids, saisissons-en avec une pince l'extrémité inférieure et exerçons un couple de force de façon à tordre le fil sans déplacer latéralement cette extrémité. La déformation sera tout naturellement mesurée par l'angle  $\theta$  dont on aura tourné la pince, et l'effort déformant sera le moment  $\mu$  du couple exercé. La loi de HOOKE s'exprimera alors par

$$\frac{\theta}{\mu} = \text{constante.}$$

D'une façon générale la loi sera représentée par la formule

$$\frac{x}{F} = C$$

$x$  étant un allongement, une flexion, un angle, etc. et  $F$  une force (poids, attraction magnétique... etc.) ou un couple.

Chose rare dans l'histoire de la physique, cette loi, vieille de trois siècles, est encore considérée comme valable aujourd'hui. Bien plus, elle est à la base de la théorie mathématique de l'élasticité et joue donc un rôle fondamental. On a bien soin de préciser que cette validité n'est admissible que pour de *petites déformations*, plus petites que celles qui définissent conventionnellement la limite élastique. On lui attribue la valeur d'une « loi limite » qui ne serait rigoureusement valable que pour des déformations, des contraintes, infiniment petites. Mais ces dernières sont, pour des raisons évidentes, inaccessibles à l'expérience. On sait donc qu'il y a des « écarts à la loi de Hooke », c'est-à-dire qu'elle n'est plus exactement obéie pour des déformations notables ; mais on admet qu'elle l'est de mieux en mieux à mesure que diminuent les forces produisant la déformation.

Comment étudier expérimentalement ces « écarts », ce manque de proportionnalité entre l'effort et la déformation ? Les méthodes statiques, comme celle exposée à propos de la traction (allongement d'un fil), sont d'une précision insuffisante, qui ne dépasse pas un pour-cent ou un pour mille dans les cas les plus favorables. Or l'on sait que les écarts sont très petits. Il existe heureusement des *méthodes dynamiques*, basées sur l'étude des oscillations de corps élastiques, qui permettent d'obtenir une précision bien supérieure. Voici de quoi il s'agit.

Fléchissons à la main la barre dont il est question plus haut, fixée par une extrémité dans un étau, puis lâchons-la. Les forces élastiques la ramèneront à sa forme primitive. Mais en vertu de l'inertie, la force vive acquise la fera dépasser cette forme, cette position d'équilibre, et la barre se mettra à vibrer, l'amplitude des oscillations diminuant peu à peu jusqu'à l'arrêt. A quelle loi obéiront ces oscillations ? Si l'on admet la loi de Hooke rigoureusement valable, en ne considérant donc que les oscillations de très petite amplitude, le corps vibrant sera soumis à chaque instant à un système de forces élastiques tendant à le ramener à la forme d'équilibre, et que l'on pourra exprimer de façon générale par

$$F = -ax \quad (1)$$

où  $x$  mesure la déformation et a les dimensions d'une longueur ou d'un angle, où  $F$  a les dimensions d'une force ou d'un couple, et où  $a$  remplace la constante  $C$  utilisée plus haut. Le signe — exprime que les forces élastiques sont *des forces de rappel*, agissant toujours vers la forme d'équilibre.

L'équation du mouvement sera alors

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = -ax \quad (2)$$

où  $M$  est une masse ou un moment d'inertie,  $x$  une longueur ou un angle. Cette équation (2) est celle d'un mouvement sinusoïdal dont la période (durée d'une oscillation complète) est

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{a}} \quad (3)$$

Cette période est indépendante de l'amplitude : les oscillations sont isochrones. Ainsi la loi de Hooke conduit à ce résultat important : si elle est rigoureusement obéie, les oscillations du corps élastique seront isochrones. Si l'on vérifie expérimentalement ce résultat, ce qui, comme nous le verrons, est possible avec une très grande précision, on vérifiera *a posteriori* l'exactitude de la loi de Hooke. Si au contraire la période d'oscillation varie avec l'amplitude, la loi de Hooke sera en défaut et l'on pourra estimer la grandeur des « écarts à la loi de Hooke ».

Si alors la relation (1) n'est pas rigoureuse, il faudra que les forces de rappel obéissent à une autre loi, de la forme générale

$$F = -f(x) \quad (4)$$

$f$  étant une fonction à déterminer. Supposons qu'elle soit développable en série, nous pourrons écrire

$$F = -[ax + bx^2 + cx^3 + \dots] \quad (5)$$

où les constantes  $b, c \dots$  sont des constantes certainement beaucoup plus petites que  $a$ , car on sait que les écarts sont faibles. L'équation du mouvement pourra alors s'écrire

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = -ax \left[ 1 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}x^2 + \dots \right] \quad (6)$$

Dans la parenthèse, les termes  $\frac{b}{a}x, \frac{c}{a}x^2, \dots$  etc., seront d'autant plus petits devant 1 que l'amplitude sera plus faible, car la variable  $x$  se tiendra dans des limites de plus en plus petites ; d'autre part, les cons-

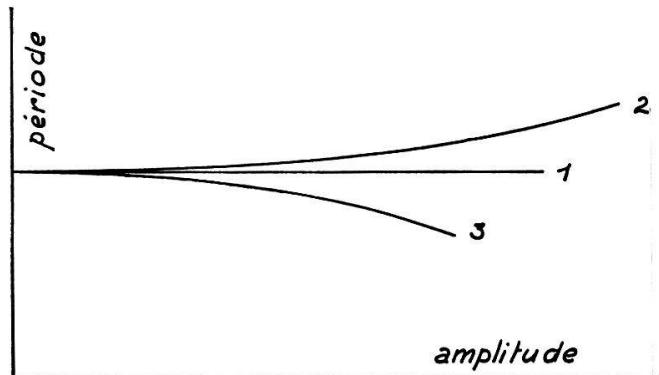


Fig. 1.

quement la période  $T$  en fonction de l'amplitude des oscillations, on peut s'attendre à l'une des courbes de la figure 1, pour leur partie inférieure tout au moins.

Dans le cas de la courbe 1, qui est une droite, l'isochronisme est réalisé, la loi de Hooke est rigoureusement obéie. Pour les courbes 2 et 3, ce n'est pas le cas : la période augmente ou diminue avec l'amplitude et la loi de Hooke n'est plus valable. Mais pour les *petites amplitudes*, la période est presque constante. Elle tend à le devenir lorsque

les constantes  $\frac{b}{a}, \frac{c}{a}, \dots$  elles-mêmes sont très petites. Ainsi, à amplitude décroissante, le second membre de l'équation (6) tendra de plus en plus vers la limite  $-ax$ , correspondant à la loi de Hooke, et les oscillations tendront vers l'isochronisme ; la période tendra à devenir constante. Si par suite on représente graphi-

l'amplitude tend vers 0. L'isochronisme est donc réalisé « à la limite » et par suite la loi de Hooke valable dans les mêmes conditions.

Voilà ce à quoi, semble-t-il, on puisse raisonnablement s'attendre. Qu'en est-il en fait et comment l'expérience justifie-t-elle ces raisonnements ? C'est ce que nous allons voir maintenant. Et les résultats ne manqueront pas d'être assez surprenants.

\* \* \*

Comment tout d'abord peut-on mesurer la période d'oscillation avec une grande précision, puisque c'est là justement la condition expérimentale nécessaire ? Après de longs essais effectués à l'aide de méthodes subjectives, l'auteur de ce travail a finalement fait appel à une méthode objective et remarquablement précise. Il existe un appareil approprié, nommé vibrographe, utilisé dans la pratique horlogère pour déterminer rapidement la marche des montres. Sa description complète mènerait trop loin. Disons seulement que, par l'intermédiaire d'un microphone, le tic-tac de la montre, qui scande les oscillations du balancier, est comparé à la rotation d'un cylindre portant des dents, mû lui-même par un moteur synchrone piloté par une véritable horloge à quartz, et qui fait dix tours à la seconde avec une précision de 2 ou 3 millions. Une bande de papier, qui se déroule d'un mouvement uniforme, portera alors un enregistrement se composant de points. Si ces points sont assez serrés, ils deviennent indiscernables et l'on n'observe plus qu'une ligne continue. Si l'on augmente la vitesse de déroulement du papier, les points produits par le tic-tac se sépareront et seront aisément distingués. Deux vitesses sont possibles, à savoir 12,5 et 125 cm/min.

Si la montre a une marche régulière, la période du balancier étant par conséquent constante, les points s'alignent sur une droite ou sur une série de droites parallèles. L'inclinaison de ces droites sur l'axe de la bande de papier donne immédiatement la mesure de la période ; l'inclinaison est à gauche si la montre tarde sur l'horloge à quartz, à droite si elle avance. La figure 2 fait comprendre immédiatement ce qui en est. L'enregistrement 1 est celui d'un chronomètre de bord très précis, qui avance de 0,5 seconde

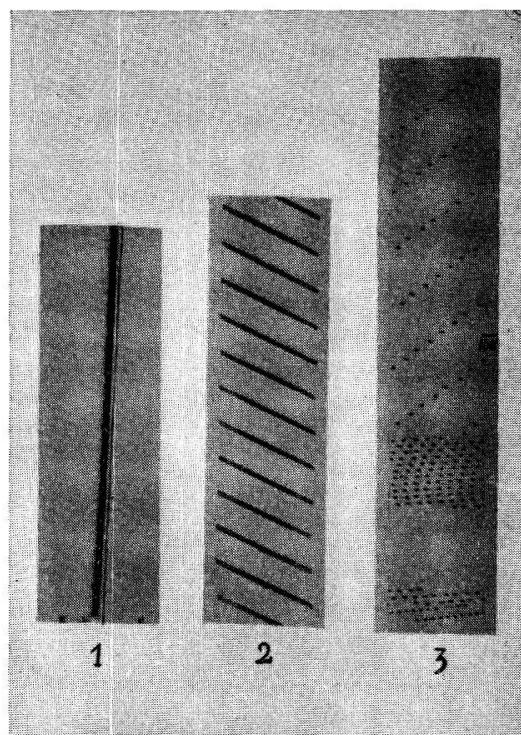


Fig. 2.

par jour ; une droite tracée à la règle fait voir que le tracé est très rectiligne. L'enregistrement 2 correspond à un retard de 18 secondes par jour et le numéro 3 à une avance de 130 secondes par jour. Ce dernier est pris avec un déroulement du papier dix fois plus rapide que les deux premiers, soit 125 cm à la minute, aussi les points sont-ils bien visibles séparément.

Si l'on considère maintenant un système oscillant libre, comme un pendule de torsion, une lame vibrante, un balancier de montre muni de son spiral, etc., et que l'on enregistre la période sur un vibrographe,

on obtiendra une vue d'ensemble de la relation entre la période et l'amplitude puisque cette dernière ira en diminuant progressivement par suite de l'amortissement. Si la période est constante, si l'isochronisme est réalisé, on obtiendra des enregistrements du genre de ceux de la figure 2. Si par contre la période varie avec l'amplitude, l'inclinaison du tracé variera continuellement et l'on obtiendra un enregistrement du genre de celui de la figure 3 à gauche. C'est ce dernier cas qui a toujours été constaté.

Les signaux utilisés pour agir sur le vibrographe ont été produits de deux manières différentes.

1<sup>o</sup> Avec le pendule de torsion, un miroir solidaire de l'équipage que supporte le fil réfléchit un rayon lumineux. Le spot, image d'une fente fortement éclairée, oscille en amplifiant énormément les amplitudes.

Lame acier 0,7% 1,2 x 15 x 930 mm  
Trempée et revenue 400° T = 0,53 sec

Fig. 3.

Une cellule photoélectrique placée à la position d'équilibre engendre, à chaque passage de ce spot, un courant électrique très bref qui est amplifié, puis agit sur le vibrographe.

2<sup>o</sup> Dans les deux autres cas : lame vibrante et balancier muni d'un spiral, on a utilisé une méthode nouvelle. Le système oscillant est pourvu d'une pointe fine en aluminium, qui passe à très petite distance — un à deux centièmes de mm — mais *sans la toucher*, d'une lame d'aluminium fixée à la position d'équilibre de la pointe. Une différence de potentiel de 600-800 volts est établie entre le système vibrant et la lame fixe d'aluminium. A chaque passage par la position d'équilibre une étincelle minuscule éclate, produisant une impulsion électrique très brève qui agit directement sur le vibrographe.

### Résultats

Parmi les systèmes élastiques considérés ci-dessus, les plus simples sont le pendule de torsion et la lame vibrante. L'étude du premier fournira le moyen de juger du comportement du module de torsion, ou module de COULOMB, qui caractérise un corps donné, un métal par exemple, lors d'une déformation par torsion ; l'étude du second donnera des renseignements analogues pour ce qui concerne le module de flexion, ou module d'YOUNG, qui se rapporte à la traction ou à la flexion. Ces deux systèmes ont été particulièrement étudiés. Le cas du spiral, qui fonctionne également par flexion, est plus complexe et plus délicat parce qu'alors la géométrie du corps élastique est compliquée et qu'elle doit obéir à des règles bien précises, surtout en ce qui concerne les courbes terminales, pour que n'interviennent pas des perturbations qui faussent le résultat. Cependant cette étude des oscillations d'un système balancier spiral a confirmé entièrement celle effectuée sur des lames vibrantes.

Disons d'emblée que *jamais* on n'a trouvé que la loi de Hooke était obéie. La période varie *dans tous les cas* avec l'amplitude. Ces variations ne dépassent souvent pas un à un et demi millième de la période et sont donc petites ; parfois cependant, et pour les grandes amplitudes, elles approchent du pour-cent.

D'une façon tout à fait générale, qu'il s'agisse de flexion ou de torsion, la variation de période avec l'amplitude obéit à l'allure suivante (voir fig. 3 à droite) : partant de l'amplitude nulle, la période croît avec cette amplitude tout d'abord rapidement puis de plus en plus lentement. Elle conserve souvent une valeur pratiquement constante aux grandes amplitudes. Parfois aussi, comme on le verra plus loin, elle passe par un maximum pour diminuer ensuite de façon considérable. Les courbes représentatives ont ainsi des allures très variées ; cette allure dépend dans une grande mesure des traitements thermiques et mécaniques qu'a subis l'échantillon étudié. En d'autres termes la variation de la période, les écarts à la loi de Hooke, sont fonction de l'*histoire de l'échantillon considéré*.

Arrêtons-nous pour l'instant à la partie inférieure de la courbe, la partie de droite de la figure 3. On voit immédiatement qu'elle ne ressemble pas du tout à la figure 1 qui correspondait au cas où la loi de Hooke était une loi limite. La tangente à la courbe pour des amplitudes très petites, au lieu d'être horizontale, est au contraire fortement inclinée, souvent plus fortement qu'en aucune autre région. Hâtons-nous de dire que les données expérimentales ne descendent qu'à des amplitudes de l'ordre du degré en général pour la torsion et du demi-mm pour la flexion. Cependant une torsion de un degré, imprimée à un fil de 60-70 cm de longueur comme c'est le cas pour les fils étudiés dans ce travail, et de 0,3-0,5 mm de diamètre, peut bien être considérée comme une déformation très petite. Il en est de même d'une flexion d'un demi-mm pour une barre de 30-50 cm de longueur et de un à deux mm d'épaisseur.

Cependant la dernière partie de la courbe a toujours été tracée par extrapolation « de sentiment » ; il n'est pas impossible qu'elle s'incurve de façon à retrouver la tangente horizontale qu'admet la théorie classique ; ce ne sera le cas que pour des contraintes excessivement petites. La question reste donc pour l'instant encore ouverte.

### *Etude des cas particuliers*

**A) Torsion.** — Voici tout d'abord le cas de l'*Acier*. Ce métal vient immédiatement à l'esprit lorsqu'on parle d'élasticité et de vibrations élastiques : il est à chaque instant utilisé pour ses qualités dans ce domaine. Il s'agit, en l'espèce, d'un fil de 65 cm environ de longueur, d'un diamètre de 0,3 mm, d'une teneur en carbone de 0,9%. Il a été étudié en premier lieu à l'état écroui tel qu'il sort de la filière. La courbe 1 de la figure 4 rend compte des résultats. En abscisses on a porté l'amplitude des vibrations de torsion, exprimée en degré, et en ordonnées le rapport  $\frac{T}{T_0}$ ,  $T$  étant la période pour une amplitude quelconque, et  $T_0$  la période pour une amplitude infiniment petite obtenue par extrapolation. La variation est presque linéaire et atteint 5,5% à l'amplitude de 300°. Le fil a été ensuite chauffé par un courant électrique durant quelques minutes, puis laissé refroidir rapidement. La courbe 2 obtenue alors est nettement différente de la première. On y reconnaît l'*« allure classique »* de la croissance rapide de  $T$  au début, puis croissance de plus en plus lente, la courbe devenant aux grandes amplitudes

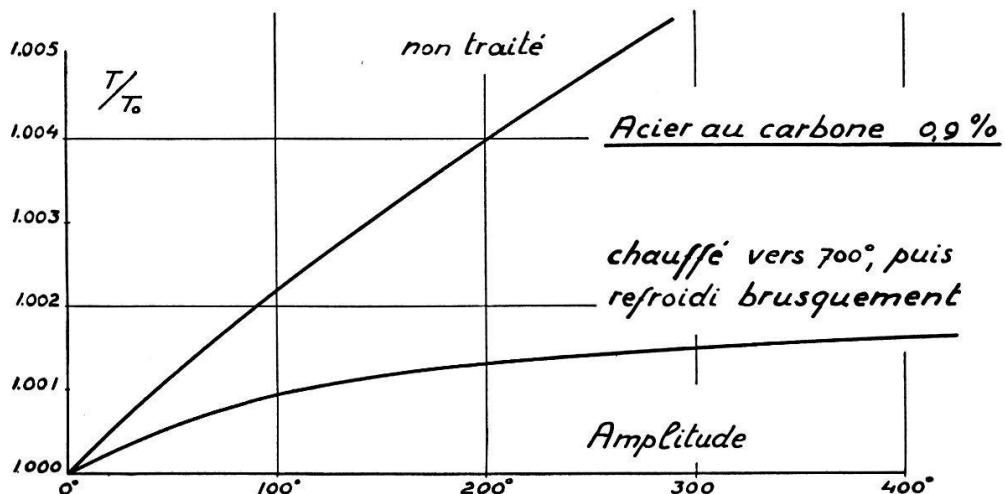


Fig. 4.

presque horizontale. Pour 300°, l'écart de période n'est plus que de 1 1/2 millième, soit près de quatre fois plus faible qu'avant le traitement thermique. L'influence considérable de ce dernier est ainsi bien apparent.

La figure 5 se rapporte à un fil de *Mételinvar*, alliage utilisé en horlogerie pour la confection de spiraux, de mêmes dimensions que le précédent. A l'état primitif, écroui par passage à la filière, le phénomène est

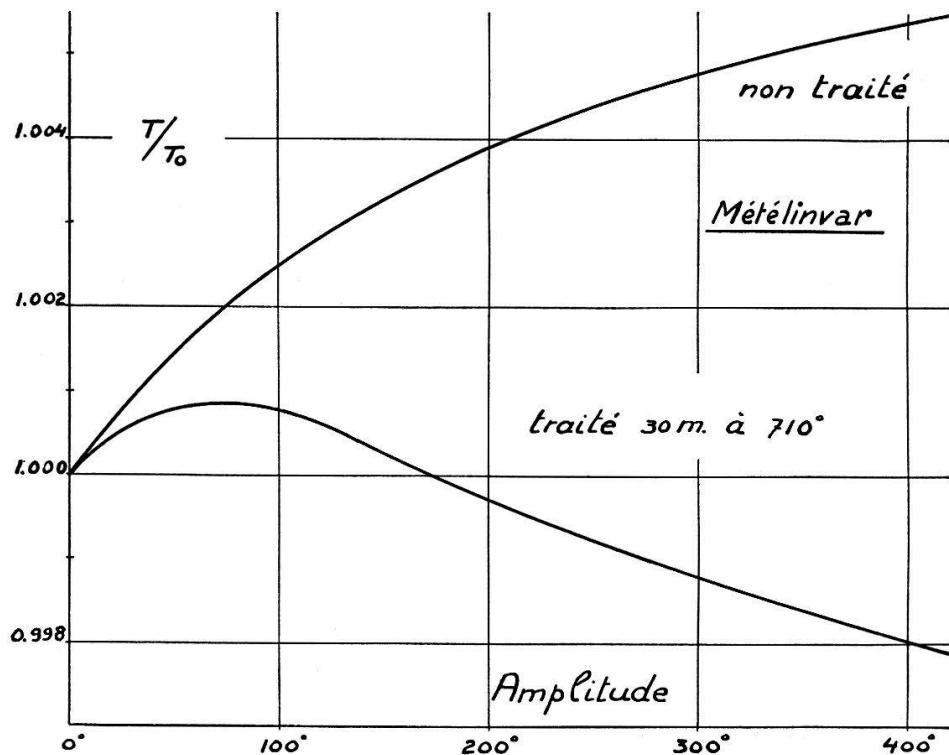


Fig. 5.

représenté par une courbe assez semblable à celle de l'acier, mais plus incurvée ; pour l'amplitude  $360^\circ$ , l'écart est de 5 millièmes. Le même fil traité 30 minutes à  $710^\circ$  se comporte très différemment : la courbe représentative, en partant de l'amplitude nulle, commence par monter — ce qui est toujours le cas — *passe par un maximum* bien accusé pour redescendre ensuite rapidement, de sorte qu'à l'amplitude  $360^\circ$  la période est *plus petite* qu'à l'origine d'environ 1,7 millième. Cette allure spéciale est caractéristique des aciers au nickel qui ont été chauffés au-dessus d'une certaine température, variable suivant l'alliage ; plus la température de traitement a été élevée et plus le phénomène est marqué. Nous allons en voir un curieux exemple.

C'est le cas de l'alliage américain connu sous le nom de *Truflex CM* qui, comme le précédent, est un genre d'*Elinvar*. La figure 6 montre ce qui en est. A l'état simplement écroui, la courbe monte rapidement et ressemble de nouveau à celle de l'acier (courbe 1). Après traitement à la température de  $720^\circ$  (courbe 2) la courbe présente l'allure classique avec un long palier presque horizontal (région d'*isochronisme*). Le fil a ensuite été chauffé une dizaine de secondes vers  $950^\circ$  et le phénomène élastique a pris l'allure inattendue représentée par la courbe 3. Après un maximum aigu se produisant à l'amplitude  $25^\circ$  environ, la période descend à une allure vertigineuse et, pour l'amplitude  $360^\circ$ , cette période

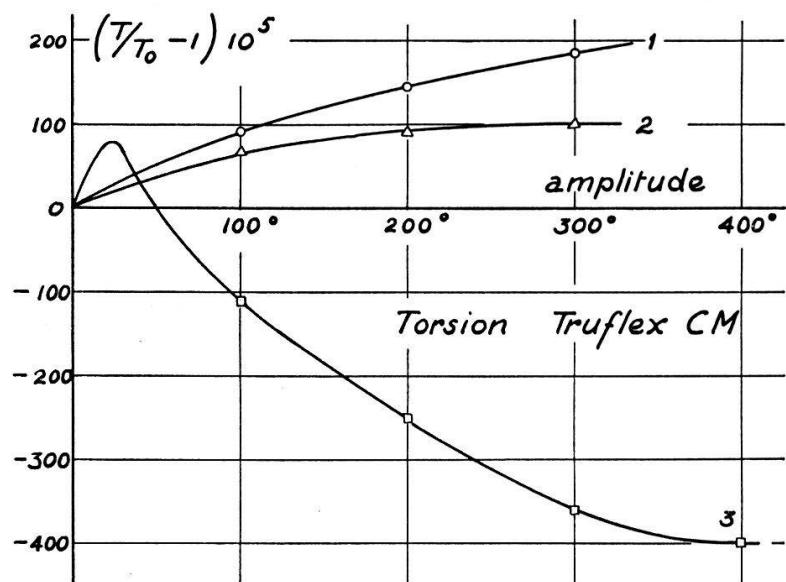


Fig. 6.

est de 4 millièmes plus petite qu'à l'origine. Dans ce graphique, comme dans les suivants, au lieu de porter en ordonnées le rapport  $\frac{T}{T_0}$  toujours voisin de 1, on a porté  $\left(\frac{T}{T_0} - 1\right) 10^5$  pour simplifier l'écriture. Les écarts d'isochronisme sont multipliés par  $10^5$ , ils sont donc exprimés en cent millièmes de la période.

Le *Bronze-phosphoreux* a donné des résultats reproduits graphiquement par les figures 7 et 8. La première donne toute la courbe de  $0-360^\circ$ ; la seconde n'en reproduit que la partie inférieure de  $0-36^\circ$ . On remarque

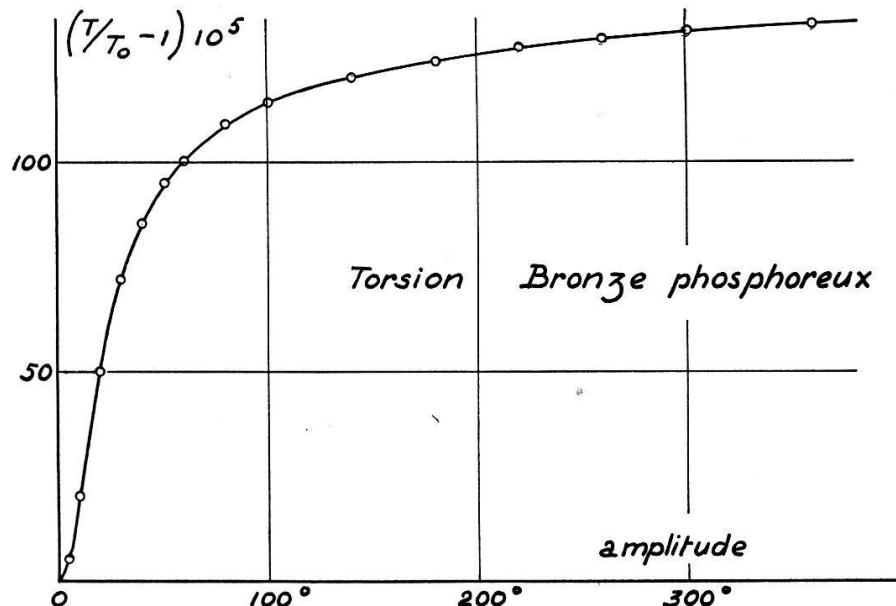


Fig. 7.

nettement, surtout sur la figure 8, qu'aux très faibles amplitudes la période semble bien, contrairement aux cas précédents, tendre vers une limite constante : l'isochronisme serait donc réalisé pour cet alliage dans le voisinage de l'amplitude nulle. Il s'agit d'un cas exceptionnel qui n'a été rencontré, à côté du bronze-phosphoreux, que chez le *Cupro-béryllium* à 2,25% Be, mais d'une façon un peu moins nette. Il faut bien considérer cependant qu'il y a une part d'arbitraire dans la façon dont est faite (fig. 8) l'extrapolation à zéro, et ce résultat demande confirmation.

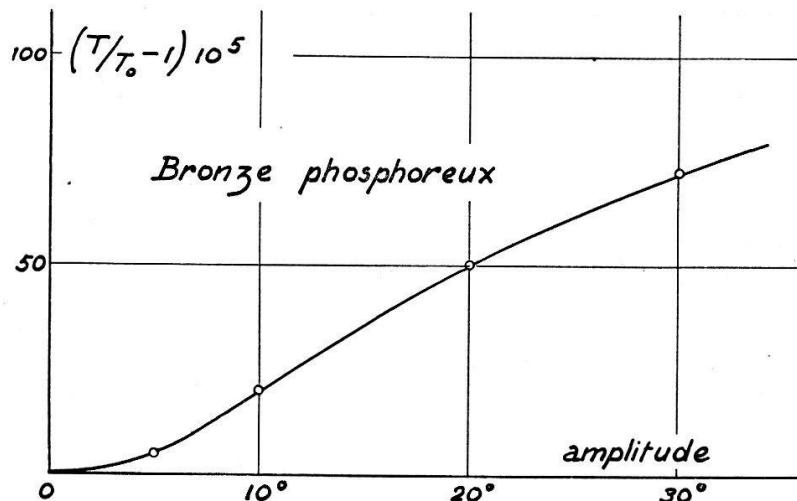


Fig. 8.

B) *Oscillations de flexion.* — L'étude a porté sur toutes sortes de lames, métalliques et autres, de différentes dimensions, serrées à une extrémité dans un étau lui-même scellé dans le mur. On a indiqué plus haut la manière dont la période était enregistrée par la méthode « à étincelles ». Les oscillations s'effectuaient dans un plan horizontal et l'amplitude était mesurée à la pointe d'aluminium ; elle est exprimée sur les graphiques en mm.

Le mode d'encastrement joue un grand rôle dans la vibration des lames élastiques, et la fixation dans l'étau peut provoquer des variations de période avec l'amplitude, qui n'ont rien à voir avec celles dont il s'agit ici. Malgré que les mâchoires aient été soigneusement travaillées de façon à serrer parallèlement, pour se mettre à l'abri des causes d'erreur possibles, on a surtout opéré avec des *barres fraîsées* dont le profil a la forme représentée par la figure 9 qui donne également les dimensions. La partie élargie est serrée à l'étau et il est aisément de comprendre

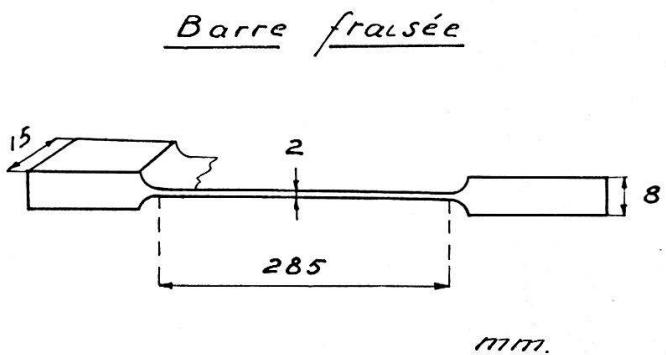


Fig. 9.

qu'alors la flexion se produit indépendamment de ce serrage. On s'est d'ailleurs assuré à maintes reprises qu'en ôtant la barre et la remettant en place l'enregistrement se retrouve pareil. Les résultats dont il va être question se rapportent toujours, sauf indication contraire, à ces barres fraîchement usinées. Néanmoins pour un même alliage l'allure générale du phénomène se retrouve dans les deux cas ; les erreurs entraînées par l'emploi des lames ordinaires doivent donc certainement être très faibles.

La figure 3, dont il a été question plusieurs fois déjà, est relative à une barre d'*Acier à 0,7 % de Carbone, non fraîchement usinée*, c'est-à-dire d'épaisseur uniforme (1,2 mm). La longueur de la portion vibrante était une première fois de 930 mm, puis de 530 mm. Les écarts d'isochronismes sont à peu près doubles dans le second cas pour une même amplitude ; cette amplitude, exprimée en millimètres et relative au mouvement de l'extrémité libre, est portée en abscisses dans la figure 3.

Voici ensuite l'*Acier doux SM* contenant environ 0,1% de carbone. L'enregistrement a été fait en premier lieu avant tout traitement thermique, le métal étant donc écrouï par laminage. La barre fraîchement usinée a été alors chauffée une heure à 350°, puis une heure à 450°, une heure à 550°, et enfin une heure à 600°. Après chacun de ces traitements l'enregistrement a été répété. La figure 10 donne la vue d'ensemble

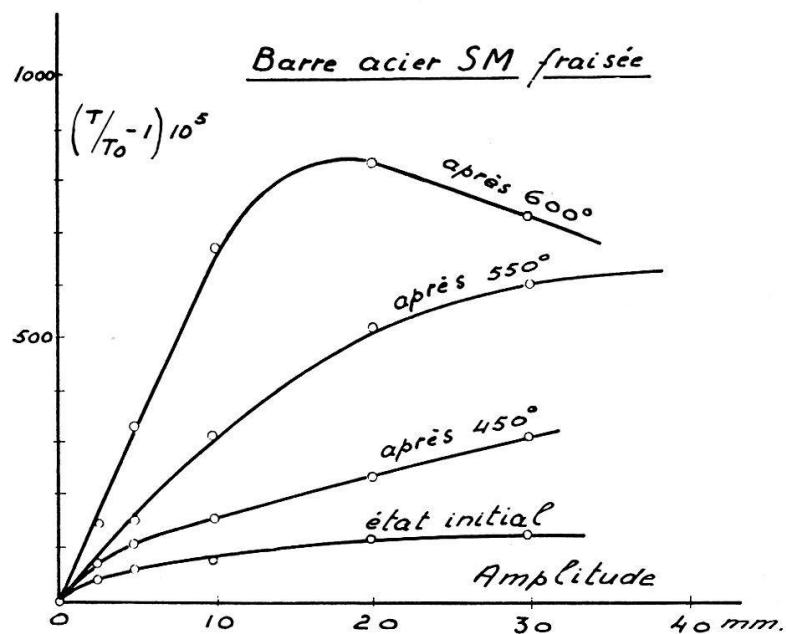


Fig. 10.

des résultats obtenus ; seule la courbe après 350° a été omise : elle coïncidait presque avec celle de l'état initial. On voit l'énorme influence des traitements thermiques successifs : les écarts augmentent de plus en plus et, pour les températures élevées, un maximum apparaît. On notera également l'influence de l'écrouissage dû à de fortes oscillations, qui

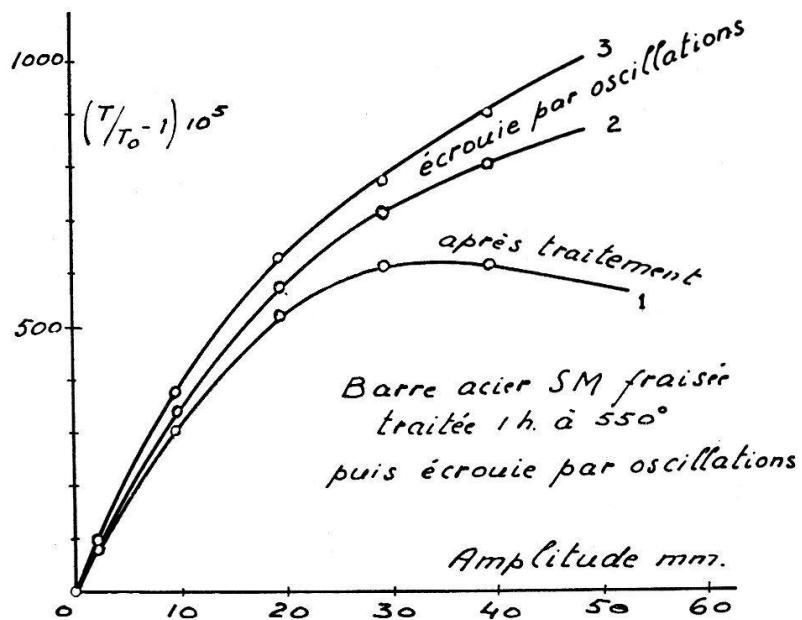


Fig. 11.

relève chaque fois la courbe comme le montre la figure 11. Ce phénomène semble général.

Le cas du *Laiton* est représenté par la figure 12. Des traitements thermiques successifs, recuits effectués à  $450^\circ$ , puis à  $550^\circ$  (courbes 2 et 3), diminuent cette fois les écarts et cela de plus en plus. Après le dernier traitement (courbe 3), de fortes oscillations relèvent la courbe en la rapprochant de celle qui correspond à l'état initial (comparer les courbes 4 et 1).

Les aciers au nickel, on l'a vu par l'étude de la torsion, présentent des anomalies particulières. Nous allons les retrouver dans l'étude des vibrations de flexion.

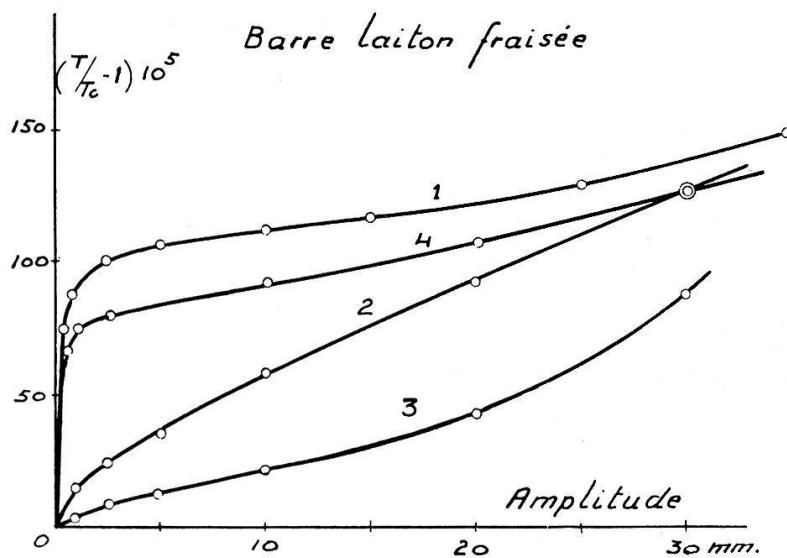


Fig. 12.

L'*Invar* (fig. 13) présente à l'état initial écroui la courbe « classique ». Les traitements thermiques la modifient et celui de la température la plus haute provoque l'apparition d'un maximum très accusé.

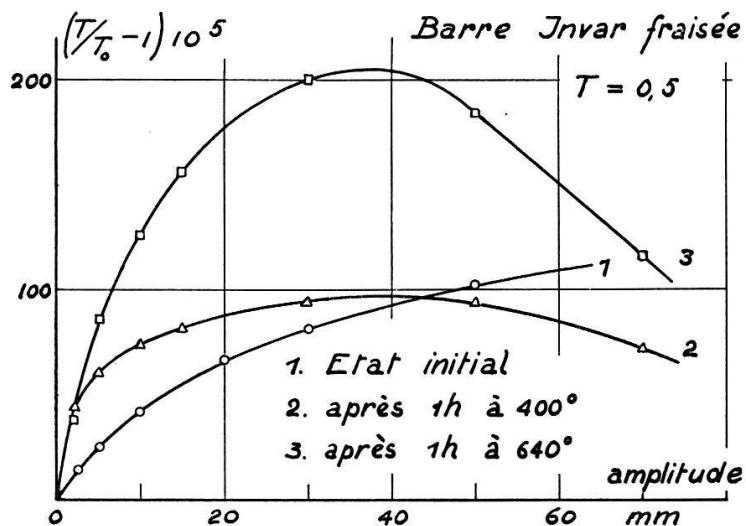


Fig. 13.

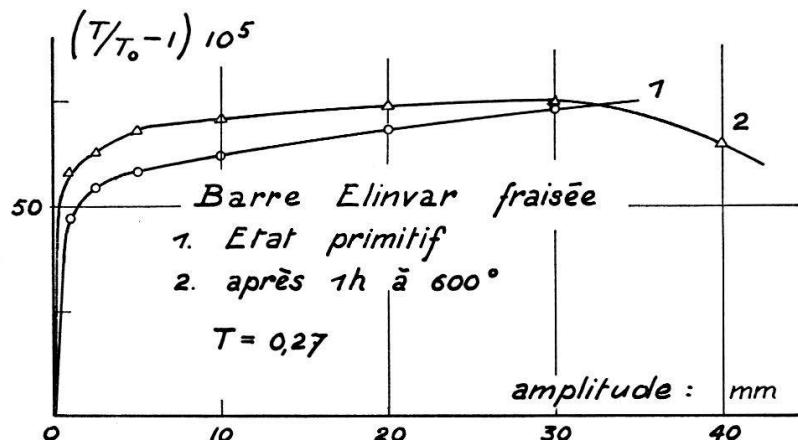


Fig. 14.

L'*Elinvar* (fig. 14) montre quelque chose de semblable. On notera après le traitement à 600° le palier très étendu et presque horizontal. Il est important, car l'*Elinvar* est souvent utilisé pour établir des étalons de fréquence, des diapasons par exemple. Il est donc important que la période de vibration soit autant que possible indépendante de l'amplitude. Naturellement, on cherche aussi à réaliser un alliage dont le module d'élasticité soit aussi indépendant que possible de la température, ce qui s'obtient encore par un traitement thermique. L'existence simultanée de ces deux désiderata complique le problème.

Le *Mumétal*, le *Permalloy*, l'*Anhyster*, sont des alliages très riches en nickel qui sont utilisés pour leur haute perméabilité ou d'autres qualités magnétiques. L'*Anhyster* a été étudié au point de vue élastique

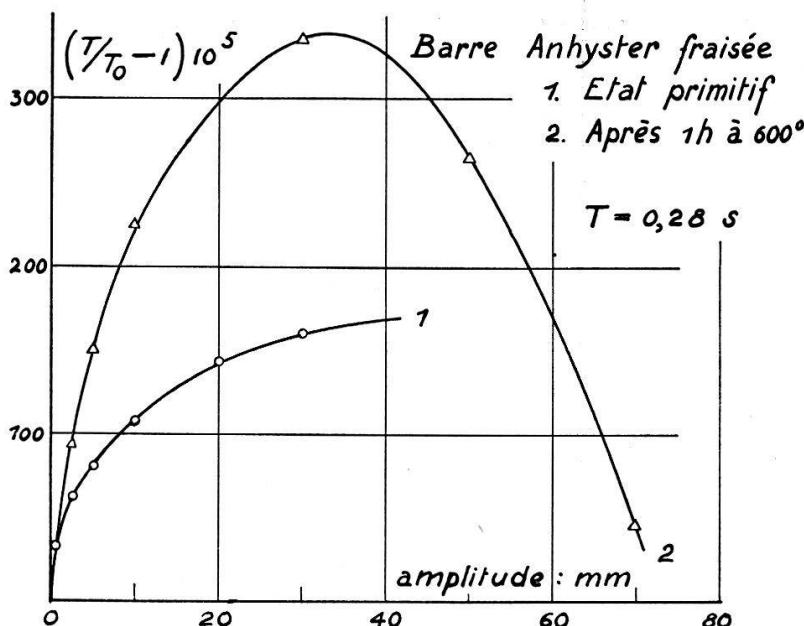


Fig. 15.

qui nous occupe ici, précisément à cause de cette forte teneur en nickel qui faisait prévoir des anomalies accentuées. La figure 15 montre qu'il en est bien ainsi.

\* \* \*

Les mesures portant sur des barres ont été complétées pour divers alliages, notamment l'Acier et le Métélinvar, par d'autres portant sur des *spiraux* tels qu'on les emploie en horlogerie, accouplés à un balancier de montre, et en utilisant encore la méthode « à étincelles ». Les résultats ont entièrement confirmé ceux obtenus par la vibration des barres en fournissant des courbes de même allure dans chaque cas particulier. On reproduit simplement ici (fig. 16) l'enregistrement fait avec un spiral de Métélinvar qui montre bien le renversement dans la pente de la courbe conduisant à un graphique semblable à celui de la figure 5. Sans qu'il soit nécessaire d'insister, on comprendra l'intérêt de ces recherches pour la chronométrie, puisque la constance de la période d'oscillation y est tout particulièrement désirée.

Pour terminer, considérons deux cas de corps vibrants *non métalliques*.

Avec le *Polystyrène*, une résine synthétique très utilisée dans les laboratoires et l'industrie, on a pu confectionner une barre fraîchement fraîchée. L'étude de ses vibrations a

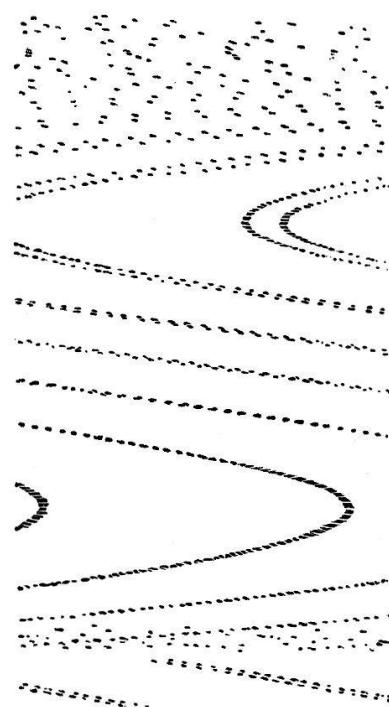


Fig. 16.

fourni la courbe représentée par la figure 17. On voit qu'elle n'est pas bien différente de celle relative à certains métaux. Par contre, l'amortissement est beaucoup plus fort et les vibrations cessent d'être enregistrées moins d'une minute après le lancement, tandis que chez les métaux le phénomène dure de 5 à 10 minutes.

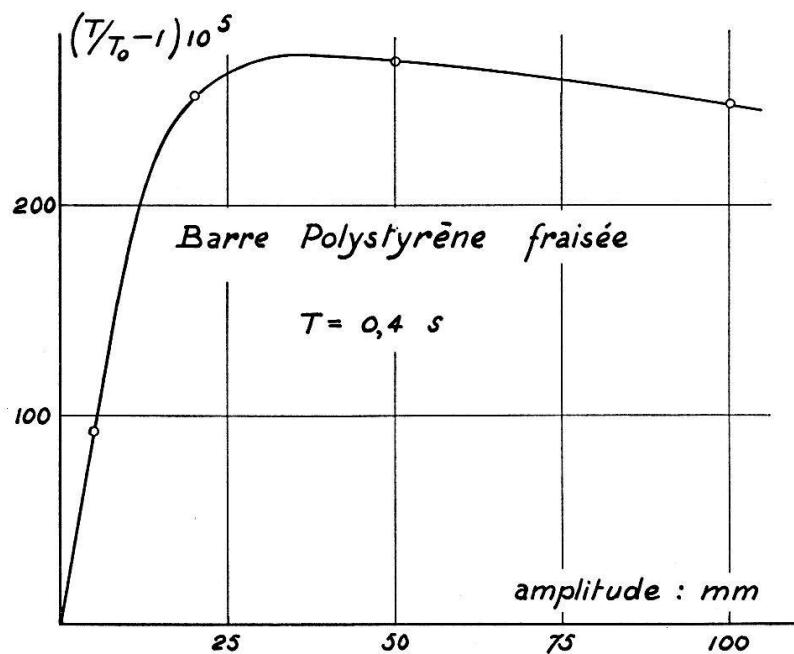


Fig. 17.

Enfin le *Bois* a été étudié sous forme d'une *lame de Poirier* non fraisée, telle que celles qu'on utilise comme règles à dessin. L'amortissement est encore plus rapide que pour le Polystyrène. Comme dans ce dernier cas, l'absence de conductibilité a obligé de coller sur la lame un conducteur en papier d'étain très mince pour assurer la liaison électrique entre l'étau qui tient la lame et la pointe d'aluminium fixée à

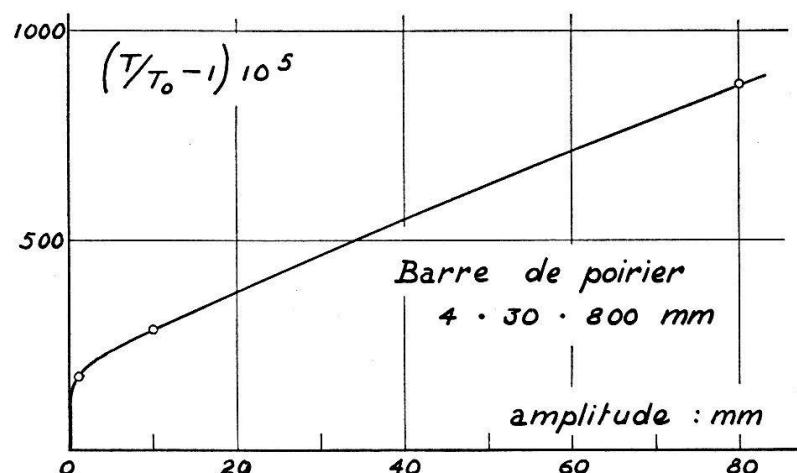


Fig. 18.

son autre extrémité. Ici encore la figure 18 montre que les écarts réalisent à peu près le type « classique ». On notera l'ampleur de ces écarts qui ascendent à 0,8%, comme pour l'Acier doux SM (fig. 10).

\* \* \*

Peut-on espérer trouver un corps permettant de réaliser des vibrations isochrones ? Pour ce qui est des grandes amplitudes on a vu que des traitements thermiques appropriés permettent d'atteindre ce résultat dans une étendue assez large d'amplitudes. Encore faut-il se souvenir que les oscillations elles-mêmes provoquent un écrouissage qui modifie souvent de façon assez considérable l'allure du phénomène. Il est vrai qu'on peut espérer, en maintenant un temps suffisant les oscillations à une amplitude donnée, arriver à une stabilisation de la période. Avant cette stabilisation, qui prendra parfois un temps considérable, on devra s'attendre à une instabilité souvent gênante.

Pour ce qui est des petites amplitudes, c'est la région où les variations de période sont généralement les plus rapides. Seuls jusqu'ici certains alliages très riches en cuivre semblent permettre d'entrevoir la réalisation d'un isochronisme conforme à la loi de HOOKE. Si l'on considère pourtant certains corps non métalliques, le résultat pourra être plus favorable. Des expériences faites par l'auteur et portant sur le *verre de silice* semblent bien conduire à des courbes ayant l'allure du tracé 2 dans la figure 1, et la partie quasi horizontale, voisine de l'origine, semble même se poursuivre assez loin. D'autre part, des déterminations effectuées en Angleterre sur la fréquence de vibrations de *lames de quartz*, telles qu'on les utilise pour la construction d'horloges à cristal, conduisent à des résultats du même genre. On conçoit quelle en est l'importance pour l'utilisation de telles horloges.

Quant à l'interprétation des phénomènes curieux dont il a été question dans cet exposé, on ne l'entrevoit pas encore. Il est probable qu'elle ne sera pas aisée à trouver.

### Zusammenfassung

Das fast 3 Jahrhunderte alte Hooke'sche Gesetz ist nicht streng gültig. Die Abweichungen sind zu gering, als dass sie auf statischem Wege gemessen werden könnten. Man hat ein dynamisches Verfahren angewendet, das auf den Schwingungsvorgängen der elastischen Körper beruht. Wäre das Hooke'sche Gesetz streng gültig, so müssten die Schwingungen isochron sein. Sie sind es jedoch niemals.

Benutzt wurden: das Torsionspendel; die Vorrichtung bestehend aus Unruhe und Spiralfeder, wie sie in der Uhr vorkommt; die Biegungsschwingungen eines an einem Ende befestigten Stabes. Die Kurven, die die Periode in Abhängigkeit der Amplitude darstellen, nehmen je nach dem Metall verschiedene und unerwartete Formen an. Die Nickelstähle insbesondere weisen erstaunliche Anomalien auf. Die thermischen und mechanischen Behandlungen verändern den Verlauf dieser Kurven oft beträchtlich.

### Summary

Hooke's law, established nearly three centuries ago is not perfect. Its deviations are, however, too small to be measured statistically. A dynamic method has been developed based on the oscillations of elastic bodies. If Hooke's law were perfect, the oscillations would be isochronous which they never are.

A torsion pendulum, a balance-wheel hair-spring system, like that used in a watch, and also the oscillations of flexion in a bar attached at one end have been used.

The graphs represent the period in function of the amplitude. The shape of the curve varies according to the metal used as also in unexpected fashion. Steel-nickel alloys especially, show peculiar anomalies. Heating and mechanical treatment of the metal change the shape of the curve in very notable fashion.

---