Zeitschrift: Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles
Band: 70 (1947)

Artikel: Réflexions sur les principes et sur l'enseignement de la mécanique
Autor: Haag, Jules
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-88780

RÉFLEXIONS SUR LES PRINCIPES ET SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA MÉCANIQUE

par

JULES HAAG

Membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences et directeur de l'Institut de chronométrie de Besançon

I

La Mécanique est une science d'origine expérimentale. Comme l'a dit M. Bouasse, c'est le premier chapitre de la Physique. Ses bases ont été fondées par Galilée il y a plus de trois siècles, puis étendues par Newton à la Mécanique céleste.

Comme beaucoup de chapitres de la Physique, la Mécanique est devenue une véritable théorie mathématique, prenant son point de départ dans un certain nombre de principes, que l'on peut à volonté considérer comme des définitions ou comme des axiomes.

On a essayé de *démontrer* certains de ces axiomes, comme on démontre un théorème. C'est ainsi que j'ai dû apprendre, il y a quelque cinquante ans, dans un livre scolaire, la démonstration de la règle du parallélogramme des forces et aussi de la proportionnalité de la force à l'accélération. Je vous avoue que ces démonstrations ne m'avaient pas enthousiasmé et je me suis rendu compte plus tard qu'elles ne faisaient que déplacer la question. Des démonstrations de ce genre ont, à mon avis, un effet pédagogique déplorable ; car il est dangereux de donner aux jeunes élèves l'illusion de la rigueur mathématique quand cette rigueur est absente.

Les physiciens, qui ont recours à l'expérience quand la pure logique est impuissante, ont imaginé des appareils ayant pour but de *vérifier* les principes de la Mécanique. Par exemple, on peut vérifier statiquement la règle du parallélogramme avec des poulies et des ficelles. De même, on prétend démontrer $F = m\gamma$ au moyen de la machine d'Atwood. De telles expériences constituent sans doute de bonnes manipulations pour les apprentis du laboratoire. Mais, les raisonnements invoqués pour en déduire la justification des principes me paraissent à leur tour très dangereux. En particulier, la théorie élémentaire de la machine d'Atwood est une théorie approchée, qui néglige l'inertie de la poulie et le frottement de celle-ci sur son axe. En outre, on décroche les forces pour les transporter d'une masse à une autre, en les faisant courir le long du fil et sans démontrer qu'on en a le droit. Sans doute fait-on appel à l'intuition des élèves ; mais, l'intuition peut orienter le raisonnement et non le remplacer ; il lui arrive d'ailleurs fréquemment de se tromper. Rien n'est plus dangereux qu'un raisonnement faux conduisant à un résultat exact ; car, en répétant le même raisonnement dans un cas analogue, mais non identique, on peut être conduit à un résultat faux. J'en ai eu la preuve en ce qui concerne précisément la machine d'Atwood. Je surveillais un jour, il y a plus de vingt ans, les épreuves écrites du baccalauréat. Le problème de Physique était un petit exercice sur la fameuse machine. Mais, pour qu'il ne fût pas réduit à une simple question de cours, l'auteur avait un peu compliqué la poulie, en lui donnant une double gorge. Les candidats, qui avaient bien appris leur programme, ont consciencieusement décroché leurs forces, les ont transportées comme d'habitude là où il fallait, ou plutôt là où il ne fallait pas ; et, sur plusieurs centaines de copies, il s'en est trouvé une seule où le problème, traité correctement, donnait le résultat exact. Les candidats avaient été victimes d'une sinistre plaisanterie, qui ne pouvait manquer de réussir.

Dès lors, quelle attitude devons-nous prendre devant les principes fondamentaux de la Mécanique ? Cette attitude est celle que prennent tous les théoriciens de la Physique mathématique. On pose les principes ; puis, on en tire les conséquences et l'on vérifie expérimentalement celles-ci. Par exemple, quand FRESNEL a établi sa théorie de la lumière, il ne pouvait évidemment démontrer, ni logiquement, ni expérimentalement, l'existence de l'éther. Cet éther était un milieu hypothétique, doué de propriétés élastiques particulières, admises *a priori*. Mais, partant de là, l'illustre physicien construisit un édifice mathématique remarquable, qui expliquait tous les phénomènes optiques connus à cette époque. Et c'est là tout ce qu'on demande à une théorie.

Sans doute arrive-t-il un jour où un phénomène nouveau se découvre, qui refuse d'entrer dans le cadre de la théorie ; ce fut précisément le cas pour la lumière. Lorsque survient cet incident, la théorie n'a plus qu'un intérêt historique ou pédagogique et on la remplace par une autre plus générale, qui englobe les anciens phénomènes et le nouveau.

Je ne vois pas dès lors pourquoi la Mécanique devrait être traitée différemment. Ses principes sont vérifiés par toute l'industrie mécanique : les machines, les automobiles, les locomotives, les pendules, les montres, etc. Ces vérifications sont plus ou moins approchées, car les mesures expérimentales n'ont pas une précision illimitée ; mais, connaissant celle-ci, on peut se rendre compte que les divergences entre les résultats théoriques et les résultats expérimentaux peuvent être imputées à l'imperfection des mesures.

Parmi ces vérifications, il en est d'ailleurs qui atteignent un extraordinaire degré de précision. Telles sont les vérifications *chronométriques* et surtout les vérifications *astronomiques*. Vous savez que les astronomes prévoient, de nombreuses années à l'avance, les différents phénomènes que leurs lunettes leur permettent ensuite d'observer sur la sphère céleste. Prenez un calendrier et vous y trouverez la date, à une seconde près, des équinoxes, des solstices, des nouvelles lunes, des éclipses, etc.

Sur la Connaissance des Temps, des renseignements beaucoup plus complets concernent les planètes, leurs satellites, les étoiles, etc. Toute ces prévisions sont établies par le calcul, en partant de la Mécanique céleste, fondée par NEWTON, LAPLACE, LE VERRIER, NEWCOMB, etc. Elles ont toujours été confirmées par les observations astronomiques, qui, comme chacun sait, ont une précision fabuleuse. On serait dès lors bien exigeant si l'on venait, après cela, discuter, sinon la validité, du moins l'utilité des principes de la Mécanique.

Et cependant, il y a tout de même un petit phénomène astronomique qui s'est montré récalcitrant. C'est le fameux périhélie de Mercure qui en est le héros. Ce périhélie est un peu trop pressé et, en un siècle, il prend une avance de 43″ d'angle sur la position prévue par la Mécanique céleste. Un angle de 43″, me direz-vous, est bien petit et un siècle est bien long. Si tous les rendez-vous que l'on se donne dans la vie avaient une exactitude comparable à celle du périhélie de Mercure, on ne se plaindrait certes pas et celui qui se trouverait en avance attendrait patiemment l'arrivée de son compère, ou de sa commère. Mais les astronomes sont très exigeants en ce qui concerne la discipline des astres qui traversent le champ de leurs lunettes. Ils ont trouvé ces 43″ totalement inadmissibles. Ne pouvant prendre une sanction contre Mercure, ils se sont bornés à chercher la cause du phénomène. Des explications diverses ont été proposées, qui rentraient toutes dans le cadre de la Mécanique classique. Aucune n'a été retenue, soit parce qu'elle faisait apparaître d'autres divergences, soit parce qu'elle était fabriquée pour les besoins de la cause et avait, de ce fait, un caractère trop artificiel.

Ceci et d'autres raisons conduisirent EINSTEIN à jeter par-dessus bord nos fameux principes et à construire une Mécanique nouvelle, qui est la *Théorie de la Relativité*. Cette théorie donne, pour l'avance du périhélie de Mercure, 42″9 au lieu de 43″. La vérification était éclatante et contribua beaucoup à la célébrité de la théorie d'Einstein. Il convient toutefois d'ajouter que d'autres planètes se montrèrent moins conciliantes ; telle Mars, qui retarde de 7″ sur l'effet Einstein. On doit aussi remarquer que les données théoriques concernant le système solaire résultent des calculs de LE VERRIER et datent par conséquent d'un siècle. Il est fort probable que si ces calculs étaient repris, en tenant compte des observations astronomiques postérieures, les 43″ de Mercure seraient quelque peu corrigées. Quoi qu'il en soit, la Théorie de la Relativité est admise maintenant par les physiciens dans leurs études mathématiques sur les atomes et la bombe atomique en est une confirmation indirecte et, si j'ose dire, éclatante.

Il y a donc maintenant deux Mécaniques : la Mécanique classique et la Mécanique relativiste. La première rentre d'ailleurs pratiquement dans la seconde pour les phénomènes mécaniques ordinaires, car l'écart entre les deux disciplines est très inférieur aux erreurs des mesures que comportent ces phénomènes.

Dès lors, si l'on s'en tient à la mécanique courante, peu importe d'adopter l'une ou l'autre des deux théories. Et comme la première est la plus simple, il est probable que c'est elle qui continuera pendant longtemps à être utilisée dans la pratique. En tout cas, c'est elle qui fera uniquement l'objet de cette conférence.

II

Les principes étant admis, les mathématiciens se sont mis à l'œuvre et ont édifié de savantes théories, ayant un caractère plus ou moins abstrait. Ces théories peuvent donc être considérées comme pratiquement conformes à la réalité physique, sauf, bien entendu, quand leurs auteurs se trompent, ce qui arrive quelquefois.

Une question se pose maintenant : la Mécanique doit-elle être enseignée par les mathématiciens, ou par les physiciens, ou par les techniciens? Sur ce sujet, les avis sont partagés et il y a des raisons pour cela.

Le mathématicien est, de par sa profession, orienté vers l'abstraction. Il se préoccupe peu de l'origine des entités sur lesquelles il exerce sa sagacité. Cela n'a peut-être aucun inconvénient quand il fait de l'Analyse ou de la Topologie par exemple. S'il fait de la Mécanique purement théorique, pour sa satisfaction personnelle et sans se soucier des applications concrètes, le mal n'est pas grand non plus ; chacun prend son plaisir où il le trouve.

Mais, s'il s'agit d'enseigner la Mécanique à des élèves qui ne sont pas voués à la Mathématique et qui doivent par exemple devenir des ingénieurs, le danger devient inquiétant. Tout le monde connaît l'opinion de M. Bouasse à ce sujet. Il prétend que les mathématiciens ne savent pas enseigner la Mécanique, parce que mathématiciens. Les problèmes qu'ils imaginent ont un caractère trop artificiel et sans aucun rapport avec la réalité. Ils font par exemple (c'est toujours M. Bouasse qui parle), « pirouetter un gyroscope sur un hyperboloïde ». Il faut évidemment, dans cette critique, faire la part du caractère de M. Bouasse, qui a l'ironie facile et souvent cruelle. Mais, il n'en faut pas moins reconnaître que, dans le fond, il a souvent raison. La formation ou plutôt la déformation professionnelle du mathématicien le conduit tout naturellement à perdre contact avec la réalité matérielle et, bien que je sois moi-même mathématicien ou peut-être parce que je le suis, je crois qu'il y a là un écueil à éviter.

Supposons maintenant que l'enseignement de la Mécanique soit assuré par un physicien ou par un technicien. Nous n'avons plus rien à redouter de semblable. Mais, il est permis de se demander maintenant si notre nouvel éducateur aura une culture mathématique suffisante pour résoudre les problèmes, parfois fort difficiles, qu'on rencontre dans le domaine de la Mécanique. Et il ne s'agit pas là des gyroscopes qui pirouettent sur des hyperboloïdes, mais des problèmes techniques que l'on rencontre dans l'industrie. Sans doute existe-t-il des physiciens et des ingénieurs qui ont une haute compétence mathématique. Mais, dans ce cas, ils risquent, eux aussi, de tomber dans le travers des mathématiciens ; à moins qu'ils n'aient la précaution d'aller de temps en temps faire un tour au laboratoire ou aux ateliers.

Comme vous le voyez, les deux points de vue ont leurs avantages et leurs inconvénients. Le mieux est d'essayer de les concilier, en espérant garder les avantages et perdre les inconvénients.

Etant mathématicien, je ne puis que parler en mathématicien. Mais, depuis de nombreuses années, j'ai eu l'occasion de m'occuper de problèmes techniques, allant de la Balistique à l'Horlogerie et peut-être ne me suis-je pas trop égaré dans la stratosphère mathématique. C'est donc à ma propre expérience que je ferai appel pour vous exposer ma manière de concevoir l'enseignement de la Mécanique.

III

Comme chacun sait, on divise ordinairement la Mécanique en trois compartiments : Cinématique, Dynamique et Statique.

Pénétrons d'abord dans le premier. Pour le mathématicien, la Cinématique n'est pas autre chose que de la Géométrie, agrémentée par l'introduction d'une certaine variable indépendante, à laquelle on fait jouer un rôle particulier et qu'on appelle *le temps*. Peu lui importe la signification concrète de cette variable et la manière de la mesurer. Vous vous indignez peut-être d'entendre le directeur d'un Institut de Chronométrie prononcer une telle énormité dans le pays de l'horlogerie de précision. Et cependant, si l'on changeait la manière de mesurer le temps, si on le remplaçait par exemple par son carré, rien ne serait changé à la Cinématique. La meilleure preuve est que, dans les traités de Cinématique, on ne parle jamais de la mesure du temps et nombreux sans doute sont ceux qui l'enseignent sans savoir ce qu'il y a dans une montre.

La Cinématique du point est l'étude des courbes planes ou gauches, faite en liaison avec ce qu'on appelle les vecteurs vitesse et accélération. La Cinématique du corps solide est l'étude du groupe des déplacements euclidiens, toujours en liaison avec les vecteurs vitesse et accélération, auxquels vient se joindre le vecteur instantané de rotation.

Est-ce à dire que le Cours de Cinématique doive s'en tenir à cet enseignement abstrait ? Oui, s'il s'adresse à de futurs géomètres ; non, s'il s'adresse à de futurs physiciens, ingénieurs ou techniciens. Les applications industrielles de la Cinématique sont innombrables et il convient d'en choisir quelques-unes pour illustrer la théorie. Et c'est alors qu'il faut reprendre contact avec la réalité. Quand on fait la théorie d'un mécanisme, il faut songer qu'il sera réalisé avec de la matière. Cette réalisation n'est pas parfaite ; il y a des tolérances de fabrication et ces tolérances peuvent parfois modifier notablement le fonctionnement théorique du mécanisme en question.

Je citerai par exemple la théorie des engrenages, qui est de la pure géométrie. On dessine sur le papier de belles dentures épicycloïdales ou à développantes de cercle. En adoptant une échelle suffisamment grande, ces dentures sont tout à fait correctes et réalisent exactement le rapport de vitesses désiré.

Mais que deviennent-elles quand elles sont taillées dans de l'acier ou dans du laiton ? Les machines à tailler les engrenages sont sans doute des machines de haute précision et les fabricants de fraises savent leur métier. Mais le résultat n'est tout de même pas parfait. Si l'on agrandit cent fois, par projection sur un écran, une roue de montre-bracelet, on s'aperçoit que les fameuses épicycloïdes ne sont pas tout à fait conformes au modèle du dessinateur. En outre, les axes n'occupent pas exactement dans la montre la position prévue. Il s'ensuit des irrégularités de fonctionnement qui peuvent avoir toutes sortes de conséquences désastreuses. Ces inévitables défauts de fabrication ont évidemment une importance relative plus grande en petite mécanique qu'en grosse mécanique. Dans beaucoup d'industries, on travaille au centième, même s'il s'agit par exemple de construire un moteur d'automobile. Mais le centième pour un moteur constitue une précision beaucoup plus grande que le micron pour la roue minuscule que j'avais empruntée tout à l'heure à une toute petite montre. Voilà donc un problème particulièrement important pour la mécanique de petit volume, telle que l'horlogerie : étudier la répercussion des erreurs de fabrication sur le fonctionnement d'un engrenage de petites dimensions. Et ce problème ne doit pas être envisagé seulement du point de vue cinématique, mais aussi du point de vue dynamique ; car, dans la montre par exemple, ce qui importe c'est le couple transmis. S'il est trop grand, la montre rebat ; s'il est trop faible, elle s'arrête. L'étude de ce problème explique en particulier l'aversion des horlogers pour ce qu'ils appellent le frottement rentrant, tandis que l'étude de l'influence du frottement dans un engrenage correct n'explique rien du tout.

Je citerai encore un autre exemple très simple : c'est celui du mouvement de rotation. Je me souviens d'avoir appris autrefois que pour réaliser le mouvement de rotation d'un corps solide, il suffit d'en fixer deux points, lesquels déterminent l'axe de rotation. Pour le mathématicien, c'est parfait. Mais, quand on passe à la Dynamique, c'est-à-dire quand on veut effectivement faire tourner le corps en question en lui appliquant des forces déterminées, cela ne va plus aussi bien. Il faut tenir compte de ce qu'on appelle les forces de liaison, c'est-à-dire ici les réactions exercées par l'axe sur le corps tournant. Avec nos deux points fixes, nous disons que chacun d'eux exerce une réaction. Les deux réactions ont un moment nul par rapport à l'axe de rotation et l'on obtient le mouvement perpétuel, poursuivi et jamais atteint par d'innombrables chercheurs. Pour lever ce paradoxe, il faut examiner la réalisation matérielle : il faut distinguer *l'axe géométrique*, qui est une droite de géomètre, de *l'axe matériel*, qui est un morceau d'acier. Il faut décrire les tourillons, les coussinets, les épaulements. Et l'on s'aperçoit alors que, par suite du frottement inévitable, le moment des réactions par rapport à l'axe géométrique n'est pas nul, surtout si l'on a oublié de graisser les coussinets.

Voici encore un exemple. Vous connaissez sans doute le petit appareil qu'on nomme une *vis différentielle.* Admettons que les pas des deux filetages diffèrent d'un dixième de millimètre. Munissons la vis d'une aiguille se déplaçant sur un cadran divisé en cent parties égales et assez grand pour qu'on puisse apprécier facilement le cinquième de division. Nous pourrons, théoriquement, mesurer une longueur à un cinquième de micron près. Et l'on pourrait tout aussi facilement atteindre le cinquantième, en prenant un cadran dix fois plus grand. Une telle conclusion est évidemment absurde, car, comme je me souviens de l'avoir entendu dire par M. MÜGELI, ce n'est pas tous les jours qu'on accroche le micron au laboratoire. L'explication du paradoxe réside manifestement dans le jeu inévitable existant entre la vis et ses deux écrous, sans compter les erreurs de division du cadran. Il convient, à cette occasion, d'attirer l'attention des futurs techniciens ou ingénieurs sur l'esprit critique qu'ils doivent apporter à l'examen d'un catalogue, où le fabricant, désireux d'attirer la clientèle, pourrait parfois se laisser entraîner à attribuer à l'appareil mis en vente des qualités de précision un peu exorbitantes.

J'ai dit tout à l'heure que, du point de vue mathématique, la manière de mesurer le temps n'avait aucune importance. Il n'en est évidemment pas de même dans la réalité. Mais comment faut-il le mesurer ou, ce qui revient au même, le définir ?

Les philosophes ont beaucoup écrit sur ce sujet. Toute la difficulté provient de ce que nous n'avons aucun moyen *a priori* de découper le temps en tranches égales, découpage qui constitue, comme chacun sait, la base même de toute mesure. Nous ne sommes même pas capables de distinguer entre deux événements se passant en des lieux différents, celui qui est postérieur à l'autre.

Et cependant chacun de nous croit posséder la *notion du temps.* Mais cette croyance ne doit pas toujours être très justifiée. C'est ainsi qu'il paraît que M. X. n'a pas la notion du temps, parce qu'il arrive toujours en retard à ses rendez-vous. Les mauvaises langues prétendent même que ce phénomène est particulièrement fréquent chez les horlogers ou encore qu'il est plus fréquent chez les dames que chez les messieurs ; peut-être la Statistique pourrait-elle nous renseigner à ce sujet.

Vous savez aussi que lorsqu'on assiste à une conférence, on trouve quelquefois *le temps long*, et c'est peut-être le cas en ce moment pour certains de mes auditeurs, ce dont je les excuse bien volontiers. D'autres fois, au contraire, on trouve que *le temps a passé très vite.* Comment voudriez-vous dès lors mesurer un temps aussi capricieux et qu'on appelle, je crois, le *temps psychologique* ?

Il paraît qu'il y a aussi un *temps physiologique* ; mais, je n'en dirai rien, car je suis fort ignorant des lois biologiques. Je ne pense pas qu'il soit susceptible d'une mesure beaucoup plus précise que le précédent.

Arrivons maintenant au *temps astronomique.* Vous pensez sans doute que je commence seulement à parler sérieusement, car tout le monde sait que ce sont les observatoires, celui de Neuchâtel par exemple, qui distribuent l'heure par l'horloge parlante ou par les signaux rythmés. Oui, mais qui donne l'heure à ces observatoires eux-mêmes ? Ce sont les étoiles qui, elles, ont bien la notion du temps, car elles sont toujours exactes au rendez-vous que leur fixent les astronomes ; ces rendez-vous sont régulièrement espacés de 86 400 secondes et les étoiles ont, paraît-il, accepté cette discipline à l'unanimité. Comme leur nombre est immense, nous sommes bien obligés de nous incliner devant cette écrasante majorité.

Si Galilée se trouvait dans cette salle, il demanderait la parole et m'interpellerait en ces termes : « Pardon, Monsieur, vous prétendez que les étoiles sont exactes au rendez-vous. Mais c'est pour cette bonne raison que ce sont elles qui vous attendent, vous, vos astronomes et leurs lunettes ! Elles ne bougent pas ces étoiles. C'est la Terre qui tourne ; c'est donc elle seule qui est exacte aux rendez-vous et voulez-vous me dire maintenant ce que devient votre écrasante majorité ? »

Je serais évidemment quelque peu désarçonné par cette objection. Mais je n'en pense pas moins que si Galilée a raison, moi je n'ai pas tort. Il lui plaît de rapporter son mouvement à ce qu'on appelle maintenant des *axes de Galilée*; il me plaît à moi de choisir des axes différents, liés à la Terre sur laquelle les hommes sont installés depuis si longtemps.

Et j'en arrive à cette conclusion. La mesure astronomique du temps repose sur un postulat, qui consiste à admettre que *le mouvement de rotation de la Terre autour de son axe est uniforme* ou, ce qui revient au même, que le mouvement diurne de la sphère céleste par rapport à la Terre est, lui aussi, uniforme. Nous convenons que la vitesse angulaire est $\frac{2\pi}{86\,400}$ et nous avons défini la *seconde de temps sidéral*. On en déduit le temps solaire moyen, c'est-à-dire le *temps légal*.

J'aperçois dans la salle quelques amis horlogers dont le visage reflète une certaine inquiétude. Ils se demandent sans doute si je vais oublier le temps que débitent leurs montres et leurs horloges. Une telle omission serait impardonnable dans la patrie de l'horlogerie de précision. Je me garderai bien de m'en rendre coupable.

Les astronomes, bien qu'ils soient les maîtres de l'heure, demandent aux horlogers de leur fabriquer ce qu'ils appellent des *garde-temps*, sans doute pour bien marquer que le temps demeure toujours leur propriété et qu'ils consentent seulement à le prêter. Mais, en vérité, ces instruments leur sont indispensables, parce que le speaker de l'horloge parlante, qui nous annonce avec assurance qu'au troisième top il sera exactement 16 heures 33 minutes, n'a pas à sa disposition une étoile de bonne volonté pour lui déclencher ses tops. Il faut *garder le temps* entre deux observations astronomiques consécutives.

A cet effet, les horlogers ont construit des instruments spéciaux, appelés pendules, chronomètres ou montres, qui débitent fidèlement le temps par petites tranches. Ils sont réglés d'après les observations des astronomes, qui les rappellent à l'ordre quand ils sont trop lents ou trop pressés. Ce sont des chefs-d'œuvre de construction mécanique ; aussi appellerai-je *temps mécanique* le temps qu'ils distribuent non seulement aux astronomes, mais encore à vos nombreux clients, MM. les horlogers. Des pendules de précision sont installées comme garde-temps dans tous les observatoires du monde. Il faut qu'elles soient des gardes vigilants et qu'elles soient toutes d'accord entre elles et aussi avec les étoiles. Cet accord n'est pas parfait, quoique les écarts soient extrêmement faibles. Le Bureau international de l'Heure se charge de le réaliser par de savants calculs, d'où résulte précisément la détermination de l'heure légale et internationale.

Il est maintenant permis de se poser la question suivante. Ne pourrait-on pas convenir de mesurer le temps par une horloge déterminée et de construction ultra-soignée ? Elle servirait d'*étalon*, tout comme le mètre et le kilogramme du même nom. Les horlogers peuvent en effet prétendre actuellement qu'ils ont atteint un degré de précision comparable à celui du mouvement diurne. Il paraît même que, grâce à eux, on commence à s'apercevoir que la rotation de la Terre se ralentit ; ce qui peut s'expliquer par des causes diverses sur lesquelles je n'insiste pas.

L'hypothèse que je viens d'émettre est logiquement soutenable. Mais sa réalisation se heurte à certaines difficultés d'ordre pratique. Une pendule n'est pas éternelle. La Terre ne l'est peut-être pas non plus, surtout depuis qu'elle est menacée par la bombe atomique. Il est toutefois probable qu'elle durera encore plus longtemps que la meilleure horloge du monde. Et puis, les horloges doivent être de temps en temps soumises aux soins des horlogers. Pendant qu'un étalon serait à la clinique, il faudrait qu'un autre étalon identique assurât l'intérim. Un jour viendrait enfin où l'étalon titulaire songerait à prendre sa retraite pour cause de vieillesse ; il faudrait alors faire la relève. La Terre, par contre, reste toujours fidèle à son poste, malgré la légère fatigue qu'elle semble manifester par son ralentissement. Il est donc probable que le mouvement diurne restera longtemps encore le régulateur du temps, à condition que les horlogers continuent à le garder aux astronomes.

Il y aurait encore beaucoup à dire sur cette question. Les physiciens pourraient revendiquer leur temps, tout comme les psychologues, les biologistes, les astronomes et les horlogers. Ils fabriquent en effet des horloges à quartz ; ils évaluent la fréquence des radiations électromagnétiques et lumineuses, etc. Mais je ne veux pas pénétrer dans ce domaine, car je craindrais de dire des bêtises et aussi d'abuser de votre temps, dont je n'ai que trop parlé. Je conclurai seulement cette digression en disant que les mathématiciens n'ont pas eu tort de regarder le temps comme une variable *indépendante*, si l'on en juge par la peine qu'elle nous a donnée pour la maîtriser.

IV

Quittons maintenant le compartiment de la Cinématique pour pénétrer dans celui de la Dynamique. Pour simplifier, nous abattrons la cloison qui le sépare de celui de la Statique, qui peut être considérée comme un cas particulier de la Dynamique.

Dans ce compartiment commun, nous allons faire connaissance avec deux notions nouvelles et extra-géométriques, qui sont la *masse* et la *force*. Ces notions peuvent être introduites de diverses manières.

On peut commencer par la force, dont la notion est beaucoup plus intuitive que la notion de masse, pour cette bonne raison que nous avons tous des biceps, dont nous avons pu autrefois comparer la puissance avec ceux de nos petits camarades. Cette méthode me paraît donc recommandable pour un enseignement élémentaire.

On passe ensuite à la masse, en faisant intervenir le *principe de l'inertie*. On admet que, par rapport à un repère déterminé, le rapport entre la force appliquée à un corps et l'accélération qu'il prend par rapport au dit repère, est constant. Ce rapport mesure la masse du corps, à condition, bien entendu, que l'on ait au préalable choisi une unité de force, une unité de longueur et une unité de temps.

Mais une difficulté surgit immédiatement. Le choix du repère est arbitraire. Qu'arrive-t-il si l'on remplace le premier, R, par un autre, R′, mobile par rapport à R ? L'accélération change. Dès lors, faut-il changer la masse ou bien changer la force ? On convient de ne pas changer la masse. On admet que la masse d'un corps ne dépend que de ce corps (sauf en Relativité, où elle dépend aussi de la vitesse). Par voie de conséquence, nous sommes obligés de changer la force. Et nous sommes conduits à la notion de *force relative*, qui a été clarifiée par mon ancien maître PAINLEVÉ.

Suivant quelle loi se fera ce changement de force ? Ici, nous revenons à la Cinématique, qui nous apprend à calculer la nouvelle accélération, connaissant l'ancienne et le mouvement de R′ par rapport à R. On doit ajouter à l'ancienne force deux forces nouvelles, appelées respectivement force d'entraînement et force de Coriolis.

La seconde est loin d'être intuitive et paraît assez mystérieuse quand on ne connaît pas le théorème de Coriolis. Par contre, la première est connue de tout le monde. Quand le train démarre brusquement, comme dans le métro, on se sent projeté en arrière par une force qui fait perdre l'équilibre, si l'on ne se raccroche pas vivement à l'une des poignées prévues à cet effet. Cette force, dirigée en sens inverse de l'accélération du train, est la force d'entraînement.

Si l'on se trouve dans un ascenseur dont le câble s'est rompu, ledit ascenseur descend avec une accélération voisine de celle de la pesanteur. Le passager est soumis à une force d'entraînement dirigée vers le haut, presque égale à son poids et dont elle se retranche. Il se sent tout léger et doit éprouver une sensation très agréable. Par contre, à l'arrivée, les choses se gâtent. La vitesse de l'ascenseur est ramenée brutalement à zéro ; il en résulte une accélération énorme et dirigée vers le haut ; d'où une force d'entraînement dirigée vers le bas et valant peut-être cent fois le poids du patient. La sensation de légèreté de la descente fait place à une sensation de lourdeur intolérable. Le malheureux, qui pesait 70 kilos, en pèse maintenant 7000 et ses jambes n'y résistent pas.

On peut invoquer aussi l'exemple de la force centrifuge, que tout le monde a ressentie en auto, dans les virages un peu secs et pris à grande vitesse.

Des exemples de ce genre doivent être soumis à la sagacité des élèves. Ceux-ci mettent peut-être du temps à analyser le phénomène ; mais, ce n'est pas du temps perdu.

Au lieu de présenter la force avant la masse, on peut suivre l'ordre inverse. C'est ce qu'on fera avec des élèves plus évolués. On définit la masse comme étant un nombre constant attaché à chaque corps de l'Univers. On définit ensuite la force relative à un repère déterminé par la formule $F = m\gamma$ et l'on est ramené au même point que précédemment.

Cette dernière méthode est assurément fort simple et satisfait pleinement le mathématicien, auquel il suffit que ses définitions ne comportent aucune contradiction ultérieure. Mais elle ne satisfait pas le physicien, lequel aurait raison si le mathématicien ne consentait pas une fois de plus à reprendre contact avec la réalité.

Il est facile de dire que chaque corps possède une masse ; mais encore faut-il savoir la mesurer. Or, en même temps que l'axiome de la masse, on admet tous les autres axiomes de la Mécanique et, comme je l'ai dit au début de cet entretien, on en déduit le moyen de faire la théorie de n'importe quel phénomène mécanique. Il nous est alors facile de mesurer la masse m de n'importe quel corps A. On soumet ce corps à une expérience mécanique quelconque dont on sait faire la théorie. Cette théorie se traduit pas un certain nombre d'équations. Si l'une d'elles contient, outre des quantités déjà connues, la masse cherchée, il n'y a plus qu'à la résoudre par rapport à cette unique inconnue.

Naturellement, on choisit l'expérience ci-dessus aussi simple que possible. Pour les objets de la vie courante, on se sert d'une balance. La théorie de cet instrument est une théorie de Statique élémentaire.

Dans les ouvrages de Cosmographie, on trouve, entre autres données, les masses du Soleil, des planètes et de leurs satellites. Ces masses n'ont évidemment pas été mesurées avec une balance. Elles résultent cette fois de la Dynamique. La Mécanique céleste permet en effet d'établir certaines relations entre les durées de révolution des planètes autour du Soleil, ou des satellites autour des planètes dont ils sont tributaires, et les masses de ces planètes ou satellites. Dans ces relations intervient la constante de la gravitation, laquelle constante a été mesurée par des expériences délicates, faites par d'habiles physiciens. Comme les durées de révolution sont déduites des observations astronomiques, on conçoit que les masses cherchées en résultent par un simple calcul.

Une objection vient naturellement à l'esprit. Si l'on mesure la masse d'un même corps par différentes expériences, obtiendra-t-on toujours le même résultat ? On ne peut évidemment le démontrer. Fort heureusement, l'expérience le vérifie.

J'ai dit tout à l'heure que le phénomène utilisé pour la détermination d'une masse doit être aussi simple que possible. J'aurais dû plutôt dire qu'elle doit comporter le maximum de précision dans les mesures. Si c'est possible, on s'arrange aussi pour que l'équation donnant la masse soit facile à résoudre. Mais cette condition est secondaire et doit toujours s'effacer devant la première. Quand on se bat avec la matière, on fait ce qu'on peut et il faut tâcher de se placer dans les conditions les plus avantageuses. Quand on se bat avec des calculs, on en sort toujours, si les données sont numériques. Il ne faut jamais diminuer la précision d'une expérience dans le but de faciliter la besogne au mathématicien, dont le métier est de calculer pour le compte des autres, quand ce n'est pas pour sa satisfaction personnelle.

Une autre question se pose maintenant. Comment détermine-t-on les forces ? C'est encore par l'expérience. On étudie par exemple le mouvement d'un projectile dans des conditions variées et l'on peut déterminer la loi de force qui lui est applicable. C'est ainsi que les expériences du général MORIN ont permis de déterminer la loi de force appelée pesanteur et de mesurer g, avec une approximation d'ailleurs grossière. Une approximation bien supérieure résulte, comme on sait, de la théorie du pendule et de la mesure de sa durée d'oscillation.

L'étude du mouvement des projectiles d'artillerie a permis de déterminer à coups de canon la loi de la résistance de l'air sur ces projectiles.

L'étude du mouvement des planètes a conduit NEWTON à la célèbre loi de la gravitation universelle.

V

Les notions de masse et de force étant bien comprises et les lois de force supposées connues, le travail restant à faire est uniquement à la charge du mathématicien. Il s'agit en effet de déterminer le mouvement d'un corps (ou d'un système de corps) soumis à des forces données et lancé, au temps zéro, à partir d'une position donnée et avec une vitesse donnée. Ceci revient à intégrer une ou plusieurs équations différentielles à une ou plusieurs inconnues. On a donc affaire à un simple problème d'Analyse. Quand je dis simple, cela ne veut pas dire que l'intégration soit toujours facile. Mais on arrive toujours à s'en tirer, tout au moins quand les données sont entièrement numériques, car il existe des méthodes d'approximation qui permettent d'effectuer cette intégration. C'est une méthode de ce genre que l'on utilise pour le calcul des trajectoires servant de base à la confection des tables de tir dont se servent les artilleurs.

L'étude des équations différentielles de la Dynamique a été l'objet de savantes recherches dues à des mathématiciens célèbres, parmi lesquels je citerai tout spécialement LAGRANGE, inventeur des équations du même nom et de la *Mécanique analytique*. Cette Mécanique présente un caractère très abstrait ; mais elle a l'avantage de faciliter considérablement la mise en équations des problèmes de Dynamique. Aussi, dès que les étudiants connaissent les équations de LAGRANGE, ils ne veulent plus s'en passer.

Toutefois, cette méthode présente des inconvénients. D'abord, il faut l'avoir très bien comprise, sans quoi on s'expose à commettre des erreurs grossières. En second lieu, on peut lui reprocher son caractère essentiellement abstrait, qui fait perdre contact avec la réalité concrète ; de même que la Géométrie analytique dispense le chercheur de raisonner sur une figure et substitue un calcul algébrique à une chaîne de syllogismes. Le géomètre pur préfère la vieille géométrie d'EUCLIDE à la méthode purement analytique, bien que celle-ci soit plus puissante. De même, le mécanicien qui veut se rendre compte de ce qui se passe préfère entrer dans le détail de l'action des différentes forces mises en jeu, plutôt que d'employer une méthode où l'on perd de vue l'aspect physique du problème, pour ne le retrouver qu'à la fin, dans l'interprétation des résultats.

Vous croyez peut-être, après ce que je viens de dire, que je ne suis pas un adepte fervent de la Mécanique analytique. Il n'en est rien. Je viens de vous montrer le revers de la médaille ; je vais maintenant vous montrer l'autre face.

Les mathématiciens sont à l'aise dans le domaine de l'abstraction ; ils ont la manie de la généralisation. Quand, dans deux théorèmes, ils retrouvent le même raisonnement, ils ne retiennent plus que celui-ci et en font un nouveau théorème, qui englobe les deux autres. C'est ainsi qu'ils arrivent, de proche en proche, à bâtir de vastes synthèses, ayant une portée considérable. Et je cite de nouveau la théorie de la Relativité, qui condense la Géométrie, la Mécanique et la Physique dans l'étude de la géométrie, euclidienne ou non euclidienne, d'un espace à quatre dimensions.

Et ne croyez pas que cet esprit de généralisation soit sans intérêt pratique. Quand on aborde un problème concret, on commence par ne pas y voir très clair, parce qu'une foule de détails en masquent la partie essentielle. En éliminant peu à peu ces détails, on arrive à déblayer le terrain et à circonscrire le nœud de la question. C'est ce nœud seulement que l'on attaque et l'on revient aux détails quand il est tranché.

Je ne saurais mieux vous faire comprendre le mécanisme de cette méthode de travail qu'en vous donnant quelques exemples.

Quand on étudie la théorie des trains épicycloïdaux sur un exemple concret, tel que le différentiel des automobiles, on commence par compter les dents des planétaires et des satellites. Puis on imagine de faire tourner deux des roues et l'on cherche à se rendre compte de ce que feront les autres. Ce procédé est très peu commode et conduit péniblement au résultat. Au contraire, si l'on prend un repère lié au porte-satellites, la démonstration de la formule de WILLIS tient en deux lignes, parce qu'elle ne fait pas intervenir la manière dont est réalisé le train. Il peut être enfermé dans une boîte dont on ignore totalement le contenu : cela ne gêne pas le raisonnement, mais le réduit au contraire à sa partie essentielle. On n'est pas aveuglé par les détails, puisqu'ils sont dans la boîte.

La théorie des filtres mécaniques et électriques peut être présentée sous un aspect analogue. On a encore une boîte, munie d'un axe d'entrée et d'un axe de sortie, ou d'une borne d'entrée et d'une borne de sortie. Défense de regarder dans la boîte. On n'en établit pas moins les propriétés générales des filtres, en utilisant simplement la théorie des formes quadratiques.

A cette théorie des formes quadratiques j'ai également rattaché, il y a quelques années, une étude des oscillations mécaniques ou électriques d'un système dont je voulais ignorer la constitution matérielle et sur lequel je faisais simplement des hypothèses très générales. La théorie des filtres en est d'ailleurs un cas particulier.

Plus récemment, j'ai employé la même méthode pour construire une théorie de la synchronisation, harmonique ou sous-harmonique, d'un système ayant un nombre quelconque de degrés de liberté. Cette théorie comprend comme cas particuliers la synchronisation classique, le problème de la montre oscillante, ainsi que beaucoup d'autres problèmes. Il est assez curieux d'examiner comment a pu s'opérer la jonction de problèmes en apparence si différents.

Il y a un peu moins de vingt ans, j'ai fait, ici même, la connaissance de la montre oscillante. Les présentations furent faites par M. le professeur JAQUEROD, dont le laboratoire servit de salon. Rentré à Besançon, j'essayai de faire la théorie de ce curieux phénomène. Mais je fus arrêté par l'énorme complication des calculs introduits par la prise en considération de l'amortissement et de l'échappement. Je me déclarai battu et abandonnai la partie. Mais, comme vous allez le voir, j'ai la rancune tenace et quand j'ai été battu, je ne l'oublie pas.

Vers la même époque, les nécessités de mon enseignement m'obligèrent à m'occuper de la synchronisation. Je ne me contentai pas de la théorie classique de CORNU et j'étudiai en particulier l'influence du frottement constant, qui explique pourquoi la synchronisation ne se réalise que si le couple synchronisant est assez grand. Vers 1940, j'entrepris la rédaction de cette théorie, qui devait constituer un chapitre de mon futur *Traité de Chronométrie*. Je fus conduit à une représentation graphique, destinée à mieux faire comprendre au lecteur le mécanisme du phénomène. Mon graphique avait une allure polygonale. J'en arrondis les angles et cela me fit penser aux équations différentielles. Je tenais alors la clef de la méthode générale. En 1945, je parvins à ramener le problème de la synchronisation harmonique à l'étude des points singuliers d'une équation différentielle du premier ordre, par la méthode classique de POINCARÉ.

En 1946, M. Alexandre BERTRAND me suggéra d'étudier la synchronisation par le secteur, c'est-à-dire la synchronisation sous-harmonique. Je repris la méthode précédente et l'adaptai à ce nouveau problème. Puis je généralisai de nouveau, en synchronisant un système à n degrés de liberté. J'obtins ainsi une théorie vaste et rigoureuse.

L'idée me vint tout naturellement de considérer le cas particulier où il n'y a plus de couple synchronisant, mais seulement un entretien par échappement. Or, ce cas n'est pas autre chose qu'une généralisation du problème de la montre oscillante. Et c'est ainsi qu'au bout de 20 ans, celle-ci fut à son tour battue.

Je vous citerai enfin la marche que j'ai suivie pour élaborer ma théorie du spiral. Je commençai par l'entreprendre en tenant compte de la forme bien connue que l'on donne ordinairement à cet organe si important de la Chronométrie. Je me heurtai à des calculs rébarbatifs, qui me firent une nouvelle fois reculer. Je repris la question sans rien supposer sur la forme du spiral, si ce n'est qu'il n'était pas rectiligne. Il m'était impossible de développer les calculs, puisque la donnée essentielle était absente. Pour cette raison majeure, la théorie fut considérablement simplifiée et je pus l'édifier sans difficulté sérieuse. Il ne me resta plus, quand tout fut terminé, qu'à appliquer mes formules générales au cas particulier du spiral de montre ou de chronomètre de marine.

Ces exemples variés vous ont fait comprendre, je l'espère, l'intérêt pratique de la généralisation et de l'abstraction, puisqu'elles m'ont permis de résoudre des problèmes dont la solution directe m'avait échappé.

VI

Pour terminer, j'examinerai la manière dont il convient d'exercer les élèves à traiter les problèmes de Mécanique.

En premier lieu, il faut leur imposer une *discipline rigoureuse* dans l'application systématique des théorèmes généraux. Ils ont trop tendance à faire ce que j'appelle de la mécanique intuitive. Ils croient posséder un sens mécanique très subtil, qui les dispense de recourir aux méthodes qui leur ont été enseignées et il leur arrive fréquemment de commettre des erreurs de principe monumentales. Ils se dépêchent d'écrire des équations, sans être certains qu'elles traduisent bien le problème posé. Dès qu'ils ont ces équations, ils sont dans leur élément ; ils calculent comme des forcenés, trouvent n'importe quoi et bien souvent ne s'aperçoivent même pas que leurs résultats sont manifestement contraires au bon sens. Une telle méthode de travail doit être jugée avec la plus grande sévérité.

Le nombre des théorèmes de la Dynamique est très restreint, puisqu'on peut le réduire à trois. Les élèves les connaissent généralement; mais ils oublient de s'en servir. Ils ne savent pas non plus rechercher les forces qui entrent en jeu et oublient particulièrement les réactions. Les oublis de ce genre proviennent presque toujours de ce qu'ils ne se représentent pas le système auquel ils ont affaire. Ils font une vague figure géométrique et ne voient pas les objets matériels qu'elle est censée représenter. Il faut donc toujours les ramener à la réalité.

J'ai dit tout à l'heure qu'il fallait se méfier de l'intuition. Cela ne signifie pas qu'on doive la proscrire. Il faut au contraire y faire appel pour *deviner* le mouvement dont la recherche fait l'objet du problème. Et surtout, il faut la faire intervenir pour le *contrôle* des résultats. Mais malgré toute la finesse que peut atteindre cette intuition, elle ne doit jamais dispenser de l'application rigoureuse des principes et théorèmes. Il faut suivre les préceptes de DESCARTES et ne rien admettre qui ne soit rigoureusement démontré, abstraction faite bien entendu des hypothèses plus ou moins contestables que peut comporter l'énoncé même du problème.

Quand les résultats obtenus par cette discipline ne sont pas en accord avec l'intuition, il faut chercher la cause du conflit. Il arrive que l'intuition ait fait fausse route, surtout dans des problèmes un peu compliqués. Par exemple, comment peut-on prévoir le sens de rotation de l'axe d'une toupie autour de la verticale, à moins d'avoir beaucoup pratiqué ce jouet et de l'avoir observé attentivement ? La théorie du gyroscope permet seule de répondre à la question.

D'autres fois, et c'est le cas le plus fréquent pour les problèmes assez simples, c'est l'intuition qui a raison. Le calculateur s'est tout simplement trompé, soit au début, pour une méconnaissance des principes, soit en manipulant ses équations. Il faut alors chercher l'erreur avec persévérance, surtout si c'est une erreur de principe. Cette recherche est un excellent exercice intellectuel, qui ressemble un peu à la méthode des détectives dans les romans policiers. Au surplus, la découverte d'une erreur est quelquefois plus instructive que la solution correcte ; de même qu'en Physique ce sont parfois les expériences ratées qui provoquent les découvertes.

Enfin, un dernier conseil qu'il faut souvent répéter aux élèves est de *ne pas déformer les problèmes*. Il faut toujours prendre le taureau par les cornes. S'il est trop méchant, on lâche les cornes et l'on essaie une autre tactique. Dans un problème de Mécanique, surtout si ce problème est d'origine industrielle et non pas un simple exercice scolaire, il arrive souvent que le taureau est méchant ou plutôt qu'il se présente sous l'aspect d'un gros porc-épic ; on ne sait par quel bout le prendre. On essaie alors de le rendre plus abordable, en faisant des approximations ou des hypothèses. Et c'est ainsi qu'on arrive à déformer les problèmes. Vous me direz : « On fait ce qu'on peut » ; et je n'en disconviens pas. Mais les approximations ou les hypothèses simplificatrices doivent toujours être faites avec prudence et surtout il ne faut pas oublier qu'on les a faites ; car, dans ce cas, le contrôle expérimental des résultats est absolument indispensable. Si ce contrôle infirme ceux-ci, il y a des chances pour que les approximations ou hypothèses faites au départ soient responsables du désaccord.

On lit ou entend fréquemment la phrase suivante : « Tout se passe comme si... ». Elle signifie bien souvent qu'on ne sait pas bien comment cela se passe et qu'on remplace le problème par un autre. De même que, lorsqu'on dit : « Il est évident que... », il arrive qu'on ne voit rien de ce dont affirme l'évidence. Ces façons de parler sont certes tout à fait courantes ; mais, elles sont particulièrement tentantes au début d'un problème de mécanique que l'on ne sait comment aborder. Et si l'on succombe à la tentation, on risque encore de déformer le problème.

Tout ceci confirme ce que j'ai dit précédemment, à savoir que la profession de mécanicien exige une forte discipline à l'égard de soi-même.

Je m'excuse, Mesdames et Messieurs, de vous avoir entretenus aussi longuement de ces questions peu divertissantes. J'espère néanmoins vous avoir fait comprendre toutes les difficultés que comporte l'enseignement de la Mécanique, du fait qu'elle nécessite, en même temps qu'une sérieuse culture mathématique, un souci constant de ne pas perdre contact avec la réalité physique.

Manuscrit reçu le 1er mars 1947.