Zeitschrift: Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles
Band: 36 (1908-1909)

Artikel: Le myostis et les logarithmes
Autor: Isely, L.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-88554

LE MYOSOTIS ET LES LOGARITHMES

PAR L. ISELY, PROFESSEUR

On connaît l'analogie frappante des propriétés des *quantités complexes* avec celles des logarithmes.

En particulier, le produit de deux ou d'un plus grand nombre de quantités complexes est une quantité complexe ayant pour *module* le produit des modules des facteurs, et pour *argument* la somme de leurs arguments. La représentation graphique des quantités complexes, qui se fait dans le plan soit au moyen de points, soit au moyen de vecteurs, rend aisée l'interprétation géométrique de cette opération.

La règle de la multiplication conduit immédiatement à celle de l'élévation aux puissances entières. Il suffit pour cela de supposer tous les facteurs égaux entre eux. On voit alors qu'il faut élever le module à la puissance indiquée, et multiplier l'argument par l'exposant de cette puissance. Dans le cas où le module est égal à 1, on est ainsi ramené à la *formule de Moivre* (1730), formule vraie que la puissance soit entière ou fractionnaire, positive ou négative.

Dans sa *Vraie Théorie des quantités négatives et des quantités prétendues imaginaires* (1828), Mourey propose la notation abrégée r_a pour désigner la quantité complexe de module r et d'argument a. Cette notation mérite d'être conservée, vu sa clarté et sa simplicité. Elle donne pour l'élévation aux puissances entières

$$(r_a)^m = (r^m)_{ma} .$$

De là (voir la planche ci-après), la construction suivante des puissances successives de r_a au moyen de deux circonférences concentriques, de rayons respectivement égaux à l'unité et à r. A partir de O 1, on porte les multiples de l'angle a, puis on mène des parallèles aux droites 22, 33, 44,.....[1] Les points M_1, M_2, M_3, M_4,.... ainsi obtenus sont les *affixes* des puissances de r_a, à partir de la première. En effet, des deux triangles semblables $0\,1\,M_1$, $O\,M_1\,M_2$ on déduit la proportion :

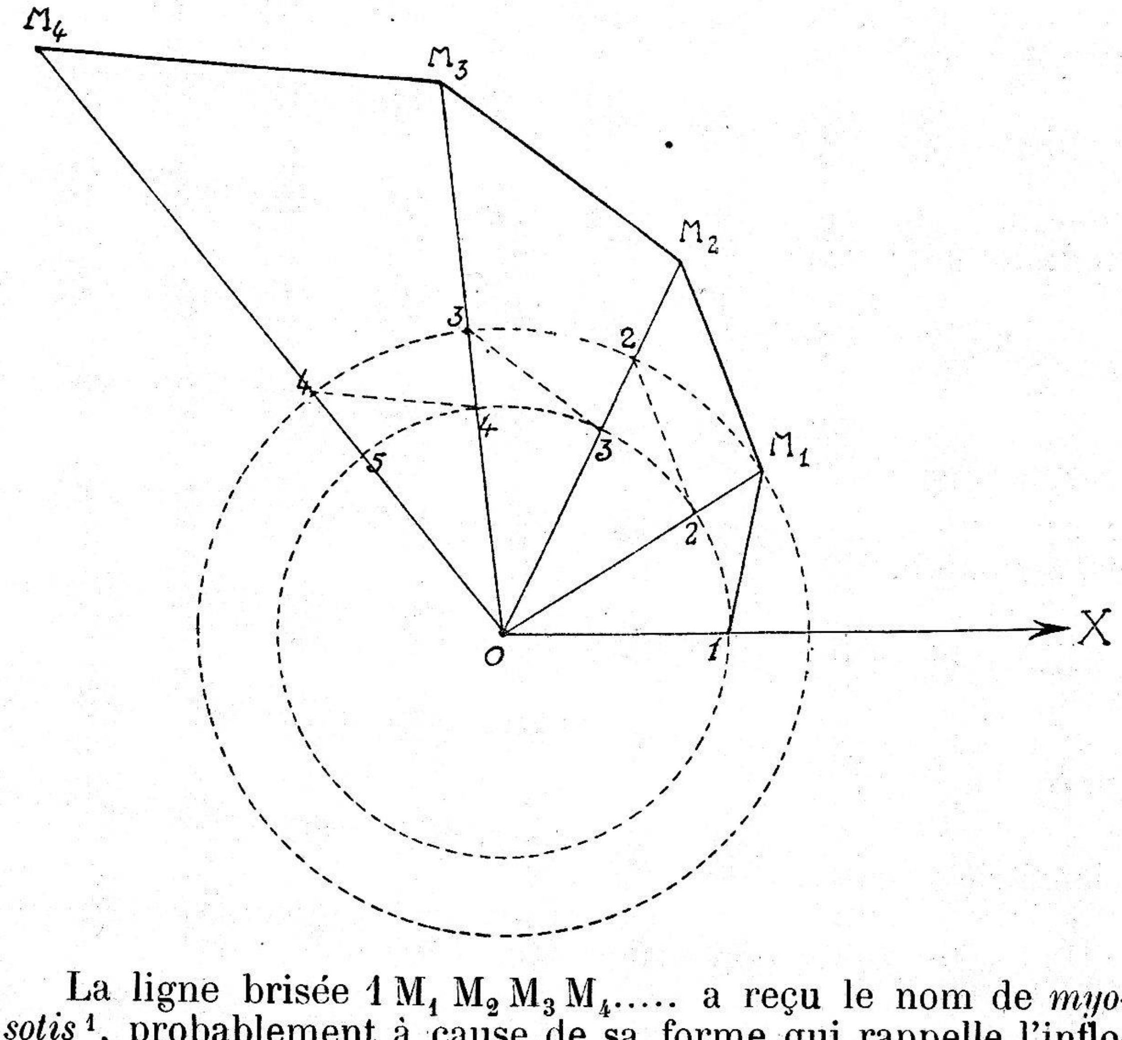
[1] J. HOÜEL, *Cours de calcul infinitésimal*, t. I^{er}, p. 43-44.

$$\frac{O\,M_2}{O\,M_1} = \frac{O\,M_1}{O\,1},$$

c'est-à-dire, comme $O\,M_1 = r$ et $O\,1 = 1$,

$$O\,M_2 = r^2.$$

D'ailleurs, l'angle au centre correspondant est égal à $2a$. Donc M_2 est bien le point représentatif de $(r_a)^2$. On verrait de même que M_3, M_4,... sont les affixes des puissances suivantes $(r_a)^3$, $(r_a)^4$,.....



La ligne brisée $1\,M_1\,M_2\,M_3\,M_4$..... a reçu le nom de *myosotis* [1], probablement à cause de sa forme qui rappelle l'inflorescence en cyme scorpioïde de cette plante de la famille des borraginées. En prenant O pour pôle et O X pour axe polaire, les *rayons vecteurs* des sommets y figurent les modules et les *amplitudes*, les arguments ou les *phases* des puissances successives $(r_a)^0$, $(r_a)^1$, $(r_a)^2$, $(r_a)^3$,.....

[1] J. NEUBERG. *Cours d'algèbre supérieure*, p. 13.

Les modules forment la progression géométrique

$$1,\ r,\ r^2,\ r^3,\ r^4, \ldots\ldots$$

et leurs arguments la progression arithmétique

$$0,\ a,\ 2a,\ 3a,\ 4a, \ldots\ldots$$

Ces progressions constituent dans leur ensemble un *système de logarithmes*, selon la définition de Neper. Les modules y figurent les *nombres* et les arguments les *logarithmes* correspondants. La *base* de ce système est $r^{\frac{1}{a}}$. En la représentant par b, on pourra écrire, ρ et α étant deux termes de même rang,

$$\rho = b^{\alpha},$$

équation, en coordonnées polaires, d'une spirale logarithmique, la fameuse *spira mirabilis* de Jacques Bernoulli (1692), à laquelle le myosotis est inscrit.

En assignant à l'argument les valeurs négatives

$$-a,\ -2a,\ -3a, \ldots\ldots,$$

les sommets du myosotis se rapprocheraient indéfiniment dans le sens négatif du pôle O, *point asymptotique* de la spirale enveloppante.

Dans le cas particulier où $r = 1$, le myosotis se change en une ligne brisée *régulière* inscrite au cercle

$$\rho = 1.$$

On n'a pas assez, même pas du tout, insisté jusqu'ici sur la portée pédagogique du myosotis. Et pourtant, cette figure géométrique, dont la construction très simple repose sur la théorie élémentaire de la similitude des triangles, est un véritable tableau synoptique des logarithmes et de leurs propriétés. Les rayons vecteurs des sommets y représentent les nombres, et leurs amplitudes les logarithmes correspondants. Les deux cercles concentriques, de rayons r et 1, permettront même de discuter *graphiquement* les divers cas qui peuvent se présenter, selon que r est plus grand ou plus petit que l'unité, a plus grand ou plus petit que zéro. La planche ci-contre, faite dans l'hypothèse généralement admise

$$r > 1,\ a > 0,$$

montre au premier coup d'œil que les logarithmes des nombres supérieurs à 1 sont positifs et ont pour limite $+\infty$, tandis que ceux des nombres moindres que 1 sont négatifs et ont pour limite $-\infty$. Ainsi en est-il, entre autres, du système de Briggs, pour lequel $r = 10$ et $a = 1$.

La démonstration des quatre propriétés fondamentales des logarithmes se fait tout aussi aisément. Ainsi, on *voit* qu'au rayon vecteur OM_p, par exemple, correspond l'amplitude pa: donc, comme a est le logarithme de r et pa celui de r^p, on *voit* que le logarithme de la puissance d'un nombre est égal au logarithme du nombre multiplié par l'exposant de cette puissance; etc., etc.

Il serait, si nous en jugeons par notre propre expérience, grandement désirable que cette méthode *visuelle* si simple et si concluante s'introduisît à bref délai dans l'enseignement secondaire de notre pays. L'étude des logarithmes serait ainsi rendue moins ardue et plus attrayante; les élèves y prendraient intérêt et plaisir et, par suite, en retireraient avantage et profit. La vue est un puissant auxiliaire de la mémoire et du raisonnement.