Zeitschrift: Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles

Herausgeber: Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles

Band: 36 (1908-1909)

Artikel: Le myostis et les logarithmes

Autor: Isely, L.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-88554

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 16.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

LE MYOSOTIS ET LES LOGARITHMES

PAR L. ISELY, PROFESSEUR

On connaît l'analogie frappante des propriétés des quan-

tités complexes avec celles des logarithmes.

En particulier, le produit de deux ou d'un plus grand nombre de quantités complexes est une quantité complexe ayant pour *module* le produit des modules des facteurs, et pour *argument* la somme de leurs arguments. La représentation graphique des quantités complexes, qui se fait dans le plan soit au moyen de points, soit au moyen de vecteurs, rend aisée l'interprétation géométrique de cette opération.

La règle de la multiplication conduit immédiatement à celle de l'élévation aux puissances entières. Il suffit pour cela de supposer tous les facteurs égaux entre eux. On voit alors qu'il faut élever le module à la puissance indiquée, et multiplier l'argument par l'exposant de cette puissance. Dans le cas où le module est égal à 1, on est ainsi ramené à la formule de Moivre (1730), formule vraie que la puissance soit entière ou fractionnaire, positive ou négative.

Dans sa Vraie Théorie des quantités négatives et des quantités prétendues imaginaires (1828), Mourey propose la notation abrégée r_a pour désigner la quantité complexe de module r et d'argument a. Cette notation mérite d'être conservée, vu sa clarté et sa simplicité. Elle donne pour l'élévation aux puis-

sances entières

$$(r_a)^m = (r^m)_{ma}$$
.

De là (voir la planche ci-après), la construction suivante des puissances successives de r_a au moyen de deux circonférences concentriques, de rayons respectivement égaux à l'unité et à r. A partir de O1, on porte les multiples de l'angle a, puis on mène des parallèles aux droites 22, 33, 44,.... Les points M_4 , M_2 , M_3 , M_4 ,.... ainsi obtenus sont les affixes des puissances de r_a , à partir de la première. En effet, des deux triangles semblables $O1M_4$, OM_4M_2 on déduit la proportion :

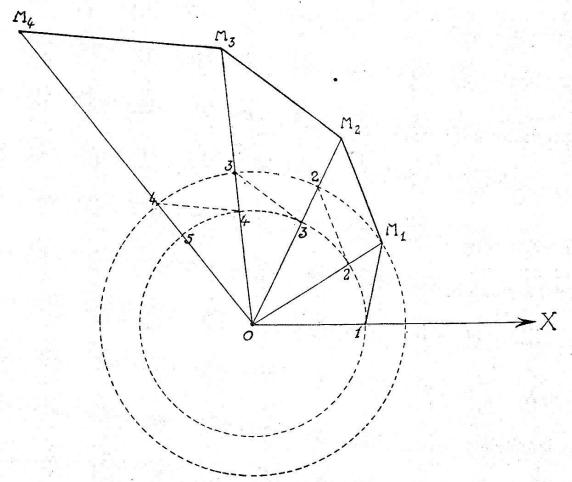
¹ J. Hoüel, Cours de calcul infinitésimal, t. Ier, p. 43-44.

$$\frac{\mathrm{O}\,\mathrm{M}_2}{\mathrm{O}\,\mathrm{M}_1} = \frac{\mathrm{O}\,\mathrm{M}_1}{\mathrm{O}\,1},$$

c'est-à-dire, comme $OM_4 = r$ et O1 = 1,

$$O M_2 = r^2$$
.

D'ailleurs, l'angle au centre correspondant est égal à 2a. Donc M_2 est bien le point représentatif de $(r_a)^2$. On verrait de même que M_3 , M_4 ,... sont les affixes des puissances suivantes $(r_a)^3$, $(r_a)^4$,....



La ligne brisée $1 \, \mathrm{M_4} \, \mathrm{M_2} \, \mathrm{M_3} \, \mathrm{M_4} \ldots$ a reçu le nom de myosotis , probablement à cause de sa forme qui rappelle l'inflorescence en cyme scorpioïde de cette plante de la famille des borraginées. En prenant O pour pôle et O X pour axe polaire, les rayons vecteurs des sommets y figurent les modules et les amplitudes, les arguments ou les phases des puissances successives $(r_a)^0$, $(r_a)^1$, $(r_a)^2$, $(r_a)^3$,....

¹ J. Neuberg. Cours d'algèbre supérieure, p. 13.

Les modules forment la progression géométrique

$$1, r, r^2, r^3, r^4, \ldots$$

et leurs arguments la progression arithmétique

$$0, a, 2a, 3a, 4a, \dots$$

Ces progressions constituent dans leur ensemble un système de logarithmes, selon la définition de Neper. Les modules y figurent les nombres et les arguments les logarithmes

correspondants. La base de ce système est ra. En la représentant par b, on pourra écrire, ρ et α étant deux termes de même rang,

 $\rho = b\alpha$

équation, en coordonnées polaires, d'une spirale logarithmique, la fameuse *spira mirabilis* de Jacques Bernoulli (1692), à laquelle le myosotis est inscrit.

En assignant à l'argument les valeurs négatives

$$-a, -2a, -3a, \ldots,$$

les sommets du myosotis se rapprocheraient indéfiniment dans le sens négatif du pôle O, point asymptotique de la spirale enveloppante.

Dans le cas particulier où r=1, le myosotis se change

en une ligne brisée régulière inscrite au cercle

$$\rho = 1$$
.

On n'a pas assez, même pas du tout, insisté jusqu'ici sur la portée pédagogique du myosotis. Et pourtant, cette figure géométrique, dont la construction très simple repose sur la théorie élémentaire de la similitude des triangles, est un véritable tableau synoptique des logarithmes et de leurs propriétés. Les rayons vecteurs des sommets y représentent les nombres, et leurs amplitudes les logarithmes correspondants. Les deux cercles concentriques, de rayons r et 1, permettront même de discuter graphiquement les divers cas qui peuvent se présenter, selon que r est plus grand ou plus petit que l'unité, a plus grand ou plus petit que zéro. La planche cicontre, faite dans l'hypothèse généralement admise

montre au premier coup d'œil que les logarithmes des nombres supérieurs à 1 sont positifs et ont pour limite $+\infty$, tandis que ceux des nombres moindres que 1 sont négatifs et ont pour limite $-\infty$. Ainsi en est-il, entre autres, du sys-

tème de Briggs, pour lequel r=10 et a=1.

La démonstration des quatre propriétés fondamentales des logarithmes se fait tout aussi aisément. Ainsi, on voit qu'au rayon vecteur OM_p , par exemple, correspond l'amplitude pa: donc, comme a est le logarithme de r et pa celui de r^p , on voit que le logarithme de la puissance d'un nombre est égal au logarithme du nombre multiplié par l'exposant de cette puissance; etc., etc.

Il serait, si nous en jugeons par notre propre expérience, grandement désirable que cette méthode visuelle si simple et si concluante s'introduisît à bref délai dans l'enseignement secondaire de notre pays. L'étude des logarithmes serait ainsi rendue moins ardue et plus attrayante; les élèves y prendraient intérêt et plaisir et, par suite, en retireraient avantage et profit. La vue est un puissant auxiliaire de la mémoire et

du raisonnement.