

**Zeitschrift:** Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles  
**Herausgeber:** Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles  
**Band:** 35 (1907-1908)

**Artikel:** Une application intéressante de la "section d'or" : rectification approchée de la circonférence  
**Autor:** Isely, L.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-88544>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 15.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# UNE APPLICATION INTÉRESSANTE DE LA «SECTION D'OR»

## RECTIFICATION APPROCHÉE DE LA CIRCONFÉRENCE

PAR L. ISELY, PROFESSEUR

---

Pendant près de quatre mille ans, la question de transformer un cercle donné, au moyen de la règle et du compas, en un carré de surface égale, a agité l'esprit des géomètres. Posé déjà sous sa forme habituelle dans le papyrus Rhind (2000 à 1700 ans avant J.-C.), conservé au *British Museum*<sup>1</sup>, le problème de la quadrature du cercle préoccupe de nos jours encore un certain nombre de cerveaux, avides de chimères, bien que son impossibilité ait été rigoureusement et définitivement démontrée, en 1882, par M. Lindemann<sup>2</sup>, en établissant, comme l'avait fait neuf ans auparavant Hermite pour la constante  $e$ , la transcendance du nombre  $\pi$ .

Ce problème revient au fond à trouver un rectangle dont les côtés seraient respectivement égaux au rayon et au demi-périmètre du cercle considéré. Les efforts des géomètres se portèrent donc sur la rectification de la circonférence. Parmi les solutions les plus heureuses qui en furent données, il convient de citer celles de Kochanski<sup>3</sup> et de Specht<sup>4</sup>, la première déterminant graphiquement  $\pi$  avec quatre, la seconde avec cinq décimales exactes. Le procédé ci-après, très simple et très élégant, repose sur la division d'un segment rectiligne en moyenne et extrême raison, la fameuse «section d'or», qui joua un rôle si important dans l'architecture grecque au siècle de Périclès.

Soit  $AB = a$  le segment en question. On sait qu'il existe deux points  $C$  et  $C'$ , l'un sur le segment lui-même, l'autre sur son prolongement, tels que

$$\overline{AC}^2 = AB \cdot CB,$$

et

$$\overline{AC'}^2 = AB \cdot C'B.$$

<sup>1</sup> AUG. EISENLOHR. *Ein mathematisches Handbuch der alten Ägypter*. Leipzig, 1877.

<sup>2</sup> *Ueber die Zahl  $\pi$* , dans les *Mathematische Annalen*, t. XX, p. 213-225.

<sup>3</sup> *Acta Eruditorum*, année 1685, p. 394-398.

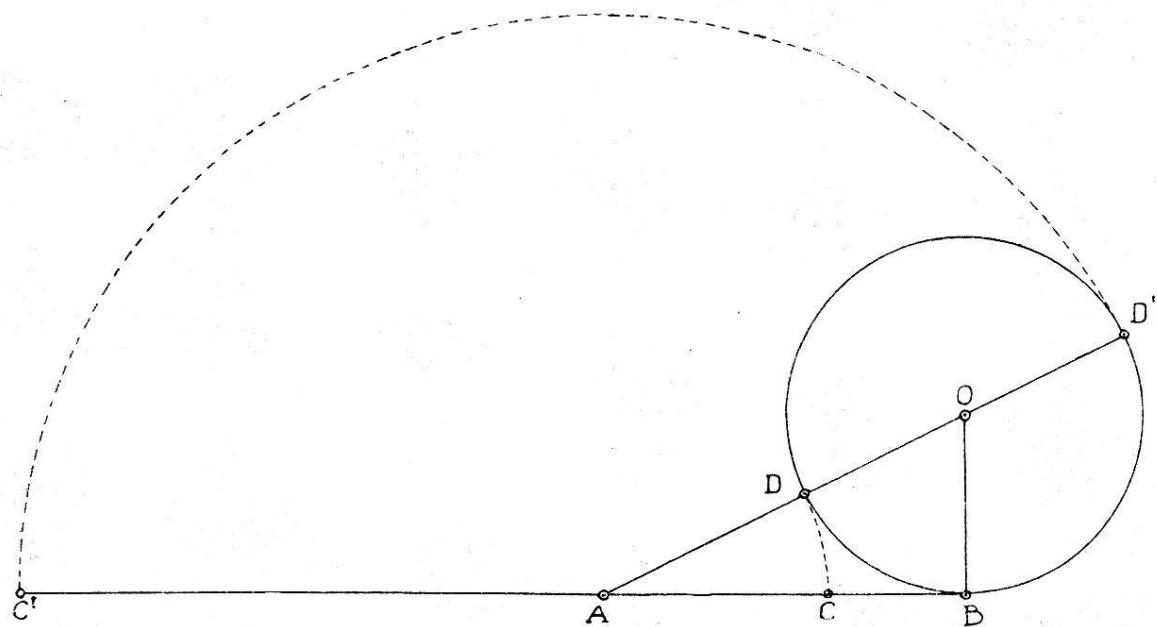
<sup>4</sup> *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, t. III, 1828, p. 83.

De la construction classique de ces points (voir la figure), on déduit aisément

$$CB = \frac{a}{2}(3 - \sqrt{5}),$$

et

$$C'B = \frac{a}{2}(3 + \sqrt{5}).$$



Représentons maintenant par  $d$  le diamètre de la circonference qu'il s'agit de rectifier.  $\pi d$  sera sa longueur. Egalons celle-ci au segment  $C'B$ .

$$\frac{a}{2}(3 + \sqrt{5}) = \pi d,$$

d'où

$$\frac{a}{d} = \frac{2\pi}{3 + \sqrt{5}} = \frac{\pi(3 - \sqrt{5})}{2}.$$

Donnons à ce rapport la valeur très approchée par excès 1,199981615, et convertissons-le en fraction continue.

$$\frac{a}{d} = 1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2475 + \dots}}$$

Les trois premières réduites sont

$$\frac{1}{1}, \frac{6}{5}, \frac{13051}{10876}.$$

Posons alors

$$\frac{a}{d} = \frac{6}{5} = 1,2.$$

On en déduit

$$a = 1,2 d$$

et, par suite,

$$C'B = 0,6(3 + \sqrt{5})d.$$

Or, le coefficient numérique de  $d$  équivaut à 3,14164...  
On trouve ainsi, à un cent-millième près par excès,

$$\pi = 3,1416,$$

valeur généralement adoptée dans les applications ordinaires.

On conclut de là qu'en prenant  $AB$  égal *au diamètre augmenté de ses deux dixièmes*, et en soumettant ce segment à la division en moyenne et extrême raison, *la longueur  $C'B$  représentera très sensiblement la circonference rectifiée*.

En remarquant que  $C'B$  équivaut au périmètre du triangle rectangle  $ABO$ , dont les cathètes valent respectivement

$$\frac{6}{5} d \text{ et } \frac{3}{5} d,$$

la construction ci-dessus se présentera sous la forme suivante<sup>1</sup>:

On partage le diamètre  $d$  en cinq parties égales. On construit un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit contiennent respectivement 6 et 3 de ces parties : *le périmètre de ce triangle est une valeur suffisamment approchée de la circonference du cercle considéré*.

Sur un cercle de 100 mètres de diamètre, cette construction ne ferait pas une erreur de 1 centimètre.

La réduite  $\frac{13051}{10876}$  donnerait une valeur beaucoup plus approchée encore ; malheureusement, la grandeur des termes de cette fraction la rend inutilisable dans la pratique.

<sup>1</sup> W. FIEDLER. *Die darstellende Geometrie*, 1<sup>re</sup> éd., p. 236. — C. BOURLET. *Géométrie plane*, 3<sup>me</sup> éd., p. 301.