Zeitschrift: Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles
Band: 34 (1905-1907)

Artikel: Recherches hypsométriques
Autor: Legrandroy, E.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-88529

RECHERCHES HYPSOMÉTRIQUES

PAR E. LEGRANDROY, PROFESSEUR

Prenons la formule de détermination des hauteurs par le baromètre, qui peut s'écrire de différentes manières, sous la forme

$$h = C\left(1+\frac{t_1+t_2}{500}\right)\left(1+0{,}0026\cos 2\varphi\right)\left(1+\frac{2z+h}{R}\right)\log\left[\left(\frac{B}{b}\right)\left(1+\frac{2h}{R}\right)\right]$$

dans laquelle

C désigne une constante;
t_1 et t_2 les températures aux deux stations;
φ la latitude;
z la hauteur de la station inférieure au-dessus de la mer;
h la différence de niveau cherchée;
R le rayon de la terre;
B et b les hauteurs barométriques réduites à 0^0.

Les facteurs de ce produit sont d'inégale importance. Les plus importants sont naturellement la constante C, sur laquelle nous aurons à revenir, le facteur *thermique* $\left(1+\frac{t_1+t_2}{500}\right)$ et le facteur $\log\left(\frac{B}{b}\right)$. Les facteurs de réduction à la gravité normale, $(1+0{,}0026\cos 2\varphi)$ et $\left(1+\frac{2z+h}{R}\right)$, sont toujours très voisins de l'unité, et, dans nos latitudes, leur produit est négligeable, car le premier étant < 1 et le second > 1, leur produit est très sensiblement égal à 1. Quant au facteur $\left(1+\frac{2h}{R}\right)$, destiné à ramener les deux observations au cas d'une densité invariable du mercure, il est plus important. Pour en tenir compte, il est nécessaire de fixer d'abord la valeur de C.

Dans le cas des logarithmes népériens, $C = 8003^m,7$, produit de la hauteur de l'atmosphère supposé homogène ($7991^m,5$) par le facteur empirique 1,00154, destiné à tenir compte de l'humidité de l'air. Si l'on préfère employer les logarithmes vulgaires, il faut alors diviser cette quantité par le *module des logarithmes* et elle prend la valeur 18 429 m.

La formule devient par là, dans le cas des logarithmes népériens,

$$(1) \quad h = 8003,7\left(1+\frac{t_1+t_2}{500}\right) L\left[\left(\frac{B}{b}\right)\left(1+\frac{2h}{R}\right)\right]$$

et, dans celui des logarithmes vulgaires,

$$(2) \quad h = 18429\left(1+\frac{t_1+t_2}{500}\right) \log\left[\left(\frac{B}{b}\right)\left(1+\frac{2h}{R}\right)\right]$$

en négligeant dans les deux cas la réduction à la gravité normale.

Revenons maintenant au facteur $1+\frac{2h}{R}$. Hann a montré qu'on peut le réunir à la constante de la manière suivante :

$$L\left[\left(\frac{B}{b}\right)\left(1+\frac{2h}{R}\right)\right] = L\left(\frac{B}{b}\right) + L\left(1+\frac{2h}{R}\right) = L\left(\frac{B}{b}\right) + \frac{2h}{R},$$

en s'arrêtant aux termes du premier ordre. Mais la formule (1), réduite à ses termes essentiels, donne $h = 8003{,}7\,\mathrm{L}\left(\frac{\mathrm{B}}{b}\right)$, et, par suite,

$$\mathrm{L}\left[\left(\frac{\mathrm{B}}{b}\right)\left(1+\frac{2h}{\mathrm{R}}\right)\right] = \mathrm{L}\left(\frac{\mathrm{B}}{b}\right) + \frac{2.8003{,}7}{\mathrm{R}}\,\mathrm{L}\left(\frac{\mathrm{B}}{b}\right) = \mathrm{L}\left(\frac{\mathrm{B}}{b}\right)\left(1+\frac{2.8003{,}7}{\mathrm{R}}\right)$$

ou, en remplaçant R par sa valeur moyenne, 6366198 m.,

$$\mathrm{L}\left[\left(\frac{\mathrm{B}}{b}\right)\left(1+\frac{2h}{\mathrm{R}}\right)\right] = \mathrm{L}\left(\frac{\mathrm{B}}{b}\right)\left(1{,}002514\right).$$

Par suite, on peut remplacer les constantes par $8003{,}7 \times 1{,}002514$ ou $18429 \times 1{,}002514$, et les formules (1) et (2) deviennent

$$(3) \qquad h = 8024\left(1+\frac{t_1+t_2}{500}\right)\mathrm{L}\left(\frac{\mathrm{B}}{b}\right) \qquad \text{et}$$

$$(4) \qquad h = 18476\left(1+\frac{t_1+t_2}{500}\right)\log\left(\frac{\mathrm{B}}{b}\right).$$

Par la transformation de Babinet, la formule (3) devient

$$(5) \qquad h = 16048\left(1+\frac{t_1+t_2}{500}\right)\frac{\mathrm{B}-b}{\mathrm{B}+b}.$$

En prenant $\mathrm{B}-b = 1^{\mathrm{mm}}$, et négligeant le facteur thermique, on a

$$(6) \qquad \gamma = \frac{8024}{\mathrm{B}}.$$

Cette dernière quantité, qu'on peut appeler le *gradient hypsométrique*, est la hauteur dont il faut s'élever pour que la hauteur du baromètre s'abaisse de 1^{mm}. Sa valeur est donnée par le tableau suivant:

B	γ	B	γ	B	γ
mm	m	mm	m	mm	m
760	10,56	680	11,80	600	13,37
750	10,70	670	11,98	590	13,60
740	10,84	660	12,16	580	13,84
730	10,99	650	12,35	570	14,08
720	11,14	640	12,54	560	14,33
710	11,30	630	12,74	550	14,59
700	11,46	620	12,94	540	14,86
690	11,63	610	13,15	530	15,14

En multipliant la différence de hauteur du baromètre aux deux stations par la valeur de γ correspondant à la hauteur barométrique moyenne et par le facteur thermique, on obtient un résultat aussi exact, à très peu près, que celui que donne la formule complète.

Le but de la présente recherche est d'estimer le degré d'exactitude qu'on peut espérer d'une mesure hypsométrique déduite de deux observations barométriques aussi rapprochées que possible l'une de l'autre, mais *non simultanées*. Les observations, faites dans le Val d'Anniviers pendant l'été de 1906 et complétées par une mesure Neuchâtel-Chaumont, ont été effectuées à l'aide d'un baromètre de Fortin fourni par la Société genevoise de construction d'instruments de physique.

En voici le tableau :

	STATIONS	Altitudes [1] m	Température °	Haut. du barom. mm	Réduction à 0° °	Hauteurs réduites mm
I.	Tracuit	2060	18,9	598,0	— 1,9	596,1
	Zinal	1678	20,3	627,5	— 2,1	625,4
II.	Roc de la Vache	2587	17,9	566,8	— 1,7	565,1
	Arpitette	2091	19,7	598,8	— 1,9	596,9
	Zinal	1678	20,8	628,2	— 2,2	626,0
III.	Corne de Sorebois	2923	16,2	549,1	— 1,4	547,7
	Zinal	1678	20,0	633,6	— 2,3	631,3
IV.	Allée (alpe inférieure)	2188	20,6	595,5	— 2,0	593,5
	Allée (alpe supérieure)	2466	18,3	576,2	— 1,7	574,5
	Zinal	1678	17,4	632,5	— 1,6	630,9
V.	Zinal	1678	12,8	625,2	— 1,3	623,9
	Vissoye	1221	20,0	662,6	— 2,2	660,4
	Sierre	538	21,8	713,3	— 2,5	710,8
VI.	Neuchâtel	488	25,7	727,0	— 3,0	724,0
	Chaumont	1174	23,4	672,0	— 2,6	669,4

[1] D'après la carte Siegfried.

Combinées deux à deux, ces observations ont donné les résultats suivants :

	Haut. moyennes observées mm	Différence de hauteur mm		γ m		Facteur thermique		Différence de niveau calculée m	Différence de niveau d'apr. Siegfried m	Ecart m
Tracuit-Zinal*	610,8	29,3	×	13,13	×	1,0784	=	415	382	+ 33
Roc de la Vache-Arpitette	581,0	31,8		13,81		1,0752		472	496	— 24
Roc de la Vache-Zinal. .	595,6	60,9		13,47		1,0774		884	909	— 25
Arpitette-Zinal	611,5	29,1		13,12		1,0810		413	413	0
Sorebois-Zinal	589,5	83,6		13,61		1,0764		1235	1245	— 20
Allée supér.-Allée infér.	584,0	19,0		13,74		1,0778		281	278	+ 3
Allée supérieure-Zinal .	602,7	56,4		13,30		1,0714		804	788	+ 16
Allée inférieure-Zinal. .	612,2	37,4		13,10		1,0760		526	510	+ 16
Zinal-Vissoye*	642,2	36,5		12,49		1,0656		486	457	+ 29
Zinal-Sierre*.	667,4	86,9		12,03		1,0692		1117	1140	— 23
Vissoye-Sierre*	685,6	50,4		11,70		1,0836		639	683	— 44
Chaumont-Neuchâtel . .	696,7	54,6		11,52		1,0982		691	682	+ 9

Les écarts de la dernière colonne, réduits à ce qu'ils seraient pour une différence d'altitude de 100 m., donnent les résultats suivants :

	Ecarts %	Carrés	Cubes
Tracuit-Zinal*	+ 8,64	74,65	644,973
Roc de la Vache-Arpitette	— 4,84	23,43	113,380
Roc de la Vache-Zinal . .	— 2,75	7,56	20,797
Arpitette-Zinal	0,00	0,00	0,000
Sorebois-Zinal	— 1,61	2,59	4,173
Allée supér.-Allée infér.	+ 1,08	1,17	1,260
Allée supérieure-Zinal .	+ 2,03	4,12	8,365
Allée inférieure-Zinal .	+ 3,14	9,86	30,959
Zinal-Vissoye*	+ 6,35	40,32	256,048
Zinal-Sierre*	— 2,02	4,08	8,242
Vissoye-Sierre* . . .	— 6,44	41,47	267,090
Chaumont-Neuchâtel . .	+ 1,32	1,74	2,300
	$S_1 = 40{,}22$	$S_2 = 210{,}99$	$S_3 = 1357{,}587$

Somme des écarts positifs = + 22,56.
» » négatifs = — 17,66.

$$\text{Erreur moyenne à craindre} = \sqrt{\frac{S_2}{n-1}} = \sqrt{\frac{210{,}99}{11}} = \pm 4{,}38$$

» probable . . . . $= \pm 2{,}95$

D'après la théorie, $\left(\frac{S_3}{n}\right) : \left(\frac{S_1}{n}\right)^3 = \pi = 3{,}142$

Le calcul donne $\frac{1357{,}587}{12} : \left(\frac{40{,}22}{12}\right)^3 = 3{,}005$

On trouve pour les rapports à l'écart probable des écarts de :

2 %	4 %	6 %	8 %
0,678	1,356	2,034	2,712

ce qui conduit au calcul suivant :

	a		$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^a e^{-t^2}dt$
2 %	$0{,}678 \times 0{,}4769 =$	0,324	0,353
4 %	$1{,}356 \times 0{,}4769 =$	0,647	0,640
6 %	$2{,}034 \times 0{,}4769 =$	0,970*	0,830
8 %	$2{,}712 \times 0{,}4769 =$	1,294	0,933

On a, par suite:

		Calculé	Observé
Nombre d'écarts entre	0 et 2 %	$0{,}353 \times 12 = 4{,}2$	4
» »	2 et 4 %	$0{,}287 \times 12 = 3{,}4$	4
» »	4 et 6 %	$0{,}190 \times 12 = 2{,}3$	1
» »	6 et 8 %	$0{,}103 \times 12 = 1{,}2$	2
»	au-dessus de 8 %	$0{,}067 \times 12 = 0{,}8$	1

On peut conclure de ces calculs que les écarts observés ne présentent pas d'erreur systématique, car: 1° des douze écarts six sont positifs, un est nul, cinq sont négatifs, et les sommes des écarts positifs et des négatifs diffèrent peu l'une de l'autre; 2° le rapport $\frac{S_3}{n} : \left(\frac{S_1}{n}\right)^3$ diffère peu de la valeur théorique; 3° la distribution des écarts suivant leur grandeur est à peu de chose près conforme à la théorie.

Quant à la confiance que peut inspirer une détermination de différence d'altitude, nos observations conduisent à un écart probable de ± 3 %. Toutefois, si l'on exclut les déterminations marquées d'un *, qui ont été faites par un temps orageux, l'erreur probable diminue notablement et se réduit à $\pm 1{,}81$ %. D'autre part, il n'est pas certain que toutes les cotes de la carte Siegfried soient parfaitement exactes. On peut donc, nous semble-t-il, tirer de ces observations la conclusion que *deux observations de la hauteur du baro-*

mètre, non simultanées, mais effectuées par le beau temps et séparées par un petit nombre d'heures, permettent de calculer la différence de niveau avec une limite d'incertitude ne dépassant pas 2 %₀ et restant le plus souvent au-dessous de cette limite.

La variation de hauteur du baromètre, par un beau jour, est en général assez minime dans l'intervalle de quelques heures, et il est peu probable que la non simultanéité des deux mesures soit la cause principale de l'incertitude. Il faudrait plutôt la chercher dans la valeur du *facteur thermique* $\left(1 + \frac{t_1 + t_2}{500}\right)$ qui ne garde sa signification théorique qu'à la condition que les lectures du thermomètre aux deux stations soient simultanées. On pourrait sans doute réduire l'incertitude en encadrant l'observation à la station supérieure entre deux autres faites à la station inférieure, et prenant la moyenne des résultats obtenus, ou encore en fractionnant la hauteur à mesurer, de manière à diminuer l'intervalle des observations. Toutefois, nos mesures ne permettent pas de conclure nettement en faveur de ce dernier moyen. Appliqué au groupe II (p. 92), il diminue l'écart de 1 m. (0,11 $^0/_0$); dans le cas du groupe IV, il l'augmente de 3 m. (0,38 $^0/_0$); enfin, pour le groupe V, il le diminue de 8 m. (0,70 $^0/_0$), mais ce dernier cas est peu concluant, puisque ces mesures ont été faites par un temps orageux. Le mieux est de se résigner à cette cause d'incertitude, en remarquant qu'une erreur de 1° sur la somme $t_1 + t_2$ a pour conséquence une erreur de 2 $^0/_{00}$ de la hauteur calculée.