Zeitschrift: Bulletin de la Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles
Herausgeber: Société Neuchâteloise des Sciences Naturelles
Band: 29 (1900-1901)

Artikel: Reboisement des pâturages : accroissement et rendement des forêts
Autor: Perrot, S. de
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-88466

Séance du 26 avril 1901

Reboisement des pâturages

ACCROISSEMENT ET RENDEMENT DES FORÊTS

PAR S. DE PERROT, INGÉNIEUR CIVIL

Il existe chez nous une source de revenus considérables, les forêts, dont quelques rares initiés seuls connaissent tous les détails.

Avec les prix élevés des houilles, c'est un sujet d'actualité qui mérite d'attirer l'attention des propriétaires et du public en général beaucoup plus que ce n'a été le cas jusqu'à présent.

Il y a forêts et forêts, et les systèmes mis en vigueur pour l'exploitation des bois et leur aménagement sont aussi nombreux qu'il y a de forestiers. Nul sujet, en effet, ne laisse plus de latitude et de liberté de traitement et si, par hasard, il s'est produit des erreurs de jugement, ceux qui les ont commises ne sont en général plus là quand on s'en aperçoit.

Le système le plus parfait est sans contredit celui qui produit un maximum de rendement sur un minimum de surface; toute la science du forestier doit donc tendre vers ce but, tout en conciliant dans la mesure du possible l'autre côté de la question, soit la protection des terrains exposés par les forêts.

Sans vouloir empiéter le moins du monde dans le domaine des spécialistes, nous voulons essayer de résoudre quelques-unes des difficultés qui se présentent tôt ou tard aux propriétaires de pâturages boisés.

Les sommets de notre Jura sont en général vierges de forêts et utilisés durant l'été à entretenir de nombreux troupeaux venus de la plaine. Les fruitiers payent une redevance annuelle par tête de bétail qu'ils y amènent, font du beurre ou du fromage avec le lait qu'ils en retirent et quelquefois aussi s'occupent de l'élevage pur et simple de jeunes bêtes. Un chalet les abrite, l'eau leur vient d'une citerne, le fruitier est content, le propriétaire aussi, à condition toutefois qu'il n'ait pas payé trop cher son terrain; c'est le cas le plus favorable.

Viennent maintenant à être édictés, dans l'intérêt des fermiers, une foule de règlements tendant à empêcher les épizooties, par exemple, il faudra commencer par entourer toute la propriété de murs d'un mètre de hauteur, construire des écuries et bâtiments spéciaux, etc., etc.; cela change complètement la question et ce qui pouvait être un domaine de bon rapport dans le premier cas devient une valeur douteuse dans le second.

Ce qui complique la question, c'est que chaque pâturage est plus ou moins boisé, et comme il y a fort peu de propriétaires qui s'occupent eux-mêmes de leurs domaines, les gérants s'arrangent toujours à faire rapporter à la propriété un intérêt de $3\,^1/_2$ à $4\,^0/_0$ au moins. Les propriétaires vous diront donc en général qu'ils sont satisfaits de leurs revenus, tandis que si on y regarde de plus près, il se trouve que c'est la forêt seule qui procure pour ainsi dire tous les revenus.

Vous me direz peut-être: il y a un remède bien simple; faites supporter aux fruitiers tout l'excédent des frais causés par les règlements de police et autres faits en leur faveur. Or il se trouve justement que cela ne peut se faire et que si ces frais devaient incomber aux fruitiers, ils seraient en faillite après une saison.

Qu'un parent fasse un sacrifice pour un des siens, cela se comprend, mais qu'un propriétaire soit tenu de le faire pour un étranger, cela est moins logique et même absurde. Si la forêt peut à elle seule, tout en payant les dettes du fermier, procurer un joli revenu, pourquoi ne pas remplacer les vaches par des sapins, si l'on ne risque pas de tomber de Charybde en Scylla avec nos nouvelles lois forestières.

Admettant cette solution, quelles méthodes faudrait-il employer pour trouver, sans grands calculs, le cube de la forêt sur pied, son accroissement probable annuel et son rendement financier.

Pour répondre à ces questions, il faut connaître les lois d'accroissement probable des diverses essences et trouver les relations entre les principales données, soit diamètre des arbres, hauteur, volume, âge, etc.

Nous passerons rapidement en revue les systèmes employés pour le cubage des bois abattus et des bois sur pied; nous indiquerons ensuite les relations qu'on peut en déduire, et nous terminerons par l'application de ces données aux plans d'aménagement réduits à leur plus simple expression.

Cubage des bois abattus.

Les revenus d'une forêt dépendent directement du soin avec lequel le cubage des bois abattus est exécuté. Il est admis que, pour cuber un billon, on doit prendre la surface correspondant au diamètre de la pièce mesurée au milieu de sa longueur et la multiplier par sa longueur totale.

L'arbre étant en réalité un tronc de cône ou de paraboloïde, le volume obtenu par le mode indiqué est en général trop faible. Quand l'arbre a poussé rapidement et librement, sa forme se rapproche du cône et l'erreur commise Δ^e, appelant D son diamètre au grand bout, d au petit bout et l sa longueur, se trouve, après quelques réductions[1] :

$$\Delta^e = (D - d)^2 \frac{l\pi}{48}$$

Pour un billon de 30 m. de long, avec une différence de diamètre de $0^m,7$ entre ses extrémités, cela donne une différence de 1 m^3.

La vérification expérimentale peut se faire facilement près de toute scierie. Nous citerons comme exemple un des résultats que nous avons obtenus avec une superbe plante de $30^m,77$ de longueur totale. Mesurée en forêt, elle a été vendue comme cubant $6^{m^3},15$. Cubée par tranches de 1 m., nous avons trouvé $7^{m^3},85$, soit $27\,^1/_2\,^0/_0$ de plus de bois que l'acheteur n'en a payé.

Si le prix de vente a été de 30 fr. par unité, le mètre cube est revenu en réalité seulement à fr. 23,50. En divisant cet arbre en cinq ou six tronçons, l'erreur se réduirait notablement.

Nous voyons donc qu'en pratique on n'attache pas une bien grande importance au cubage exact des bois et que des erreurs de 10 à $20\,^0/_0$ sont fréquentes. Il est donc pour le moins illusoire de vouloir cuber des

[1] Tables de cubage du Département vaudois de l'agriculture.

arbres sur pied avec une précision mathématique, si une forte erreur est commise en les mesurant pour la vente.

Cubage des bois sur pied.

Si chaque fois qu'un arbre est abattu on le mesure soigneusement et qu'on classe les résultats, on obtient des tables dites « d'expérience ».

Les plus connues sont les tables *bavaroises*, reproduites en Suisse par le Dr Fankhauser (traduction Roulet et Biolley).

Pour procéder au cubage des bois sur pied, on emploie quatre méthodes : la première, basée sur les tables d'expérience, consiste à trouver dans les tables le volume correspondant aux n diamètres et hauteurs mesurés en forêts. La seconde méthode, celle de Pressler[1], admet comme hauteur moyenne de l'arbre les deux tiers de la distance entre le pied du tronc et l'endroit où il n'a plus que la moitié du diamètre de la base, autrement dit le quart de la surface de section.

Pour le cône on a :

$$\frac{2}{3} \times \frac{h}{2} = \frac{h}{3}; \text{ volume} = \frac{\sqcap h}{3}$$

Pour le paraboloïde, on a :

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} h = \frac{h}{2}; \text{ volume} = \frac{\sqcap h}{2}$$

$\sqcap$ = surface de la base du tronc, h = hauteur totale de l'arbre.

[1] Voir Pressler : Das Gesetz der Stammbildung.

Cette hauteur moyenne, multipliée par la surface de la base, donne le volume avec une très grande approximation pour toutes les formes d'arbres entre le paraboloïde et le cône.

Si les méthodes et coefficients de Pressler ne sont pas plus connus, cela tient sans doute à la très grande difficulté qu'on éprouve à lire son ouvrage et à comprendre sa pensée; c'est sans contredit un des plus intéressants auteurs que nous ayons eu l'occasion d'étudier.

La troisième méthode, celle de Draudt[1], détermine expérimentalement le rapport par lequel il faut multiplier la surface du tronc à $1^{m},3$ au-dessus du sol pour avoir le cube exact. Ce rapport n'est autre que la hauteur moyenne du cylindre de section et de volume équivalents : ne pas confondre cette longueur avec la moyenne des hauteurs totales des arbres.

Pour appliquer ce procédé, on abat 1 % par exemple des arbres dans chaque classe de diamètre et on en détermine la hauteur moyenne H.

$$H = \frac{\text{volume en mètres cubes.}}{\text{surface de la section en mètres carrés à } 1^{m},3 \text{ du sol.}}$$

La somme des surfaces de tous les arbres d'une même classe, multipliée par cette hauteur, en donne le volume. Encore faut-il admettre que les arbres abattus plus tard seront cubés de la même manière que les arbres d'expérience.

La quatrième méthode enfin, proposée par MM. Gurnaud, Biolley, de Blonay et Jobez[2], consiste à

[1] Voir l'*Inventaire des massifs forestiers*, par le Dr Fankhauser.

[2] *Tarif conventionnel unique pour le contrôle*, par les auteurs cités.

admettre que le volume des bois est une fonction du diamètre. Ces forestiers ont dressé des tables qui donnent directement le volume en termes du diamètre, en unités dites de *sylve,* pour établir une distinction entre les mètres cubes réels et ceux de leur tarif conventionnel qui peuvent s'en écarter plus ou moins. On peut ainsi cuber rapidement une forêt avec une exactitude suffisante pour la pratique.

Toutes les fois cependant qu'on attache une importance spéciale au cube de telle ou telle forêt, en cas de vente de bois sur pied, par exemple, c'est au troisième système, celui de Draudt, qu'il faut donner la préférence, tandis que, pour tous les autres cas, le tarif du sylve peut avantageusement remplacer les deux premières méthodes.

Les auteurs du tarif du sylve ont admis que le volume moyen des bois pouvait être représenté par deux équations paraboliques du troisième degré de la forme $ax + bx^2 + cx^3$, la première allant de $0^m,2$ à $1^m,0$ de circonférence, la seconde de $1^m,0$ au-dessus.

Pour les grands diamètres, $a = -0{,}784$, $b = 1{,}726$, $c = -0{,}157$, $\varnothing =$ diamètre.

Comme $x = \pi\varnothing$, nous avons pour les diamètres supérieurs à $0^m,30$

$$\text{Volume} = -2{,}467\,\varnothing + 1{,}7\,\varnothing^2 - 4{,}87\,\varnothing^3 \qquad (1)$$

La hauteur moyenne d'un arbre

$$H = \frac{\text{volume}}{\text{surface en mètres carrés}} = \frac{V}{\Omega}$$

$$\Omega = \frac{\varnothing^2 \pi}{4}$$ d'où

$H = \frac{4V}{\phi^2 \pi}$; introduisant cette valeur dans l'équation (1), nous obtenons après réduction

$$H = -\frac{3,14}{\phi} - 6,2\,\phi + 21,67 \qquad (2)$$

de là, en prenant la dérivée et l'égalant à zéro, on obtient

$$6,2\,\phi^2 = 3,14 \quad \text{et} \quad \phi = 0,712 \qquad (3)$$

Ainsi la hauteur moyenne H atteindrait d'après (3) un maximùm quand $\phi = 0^m,712$ et $H = 12^m,84$.

Pour les diamètres inférieurs à $0^m,30$, nous obtenons de même

$$H = -\frac{0,4264}{\phi} + 4,115\,\phi + 9,905 \qquad (4)$$

(1) et (4) donnent le même résultat quand

$$10,335\,\phi^2 - 11,765\,\phi + 2,714 = 0 \quad \text{d'où} \quad \phi = 0^m,321.$$

De la discussion des équations précédentes, il ressort que les courbes des H moyens obtenues par les équations (2) et (4) ne sont pas continues, qu'elles se rencontrent au point $\phi = 0^m,321$ et qu'elles passent par un maximum quand le $\phi = 0^m,712$ pour décroître ensuite.

On arriverait donc à ce résultat curieux que la hauteur moyenne d'un arbre diminuerait lorsque celui-ci a atteint un diamètre de $0^m,712$.

Ce résultat peut s'expliquer en admettant que le bas de l'arbre seul augmente de volume, tandis que le haut reste stationnaire; dans ce cas, les coefficients de forme *c*, par lesquels on multiplie la hauteur totale *h* des arbres pour obtenir la hauteur moyenne H, présenteraient un brusque changement, tandis qu'aucune des tables publiées à ce jour n'indique de telles variations pour des hauteurs s'élevant jusqu'à 40 m. et dont les diamètres sont supérieurs à 0m,712.

Il nous paraît plus probable cependant d'admettre qu'une bonne partie de cette décroissance apparente est due au cubage par défaut des arbres de grandes dimensions et en deuxième lieu au fait que les tables du sylve, donnant des moyennes, ont été nécessairement dressées en mesurant des arbres à des altitudes très différentes et par conséquent de formes qu'on ne peut strictement comparer entre elles.

Pour mieux faire ressortir ces particularités, rapprochons-les sur un graphique, en tâchant autant que possible de tracer les échelles de façon à obtenir des lignes droites au lieu de lignes courbes.

Si, au lieu d'avoir des échelles régulières, on divise logarithmiquement le papier, on peut représenter toute équation exponentielle de la forme $y = ax^m$ par des lignes droites dont l'inclinaison par rapport à l'horizontale est égale à m (fig. 1).

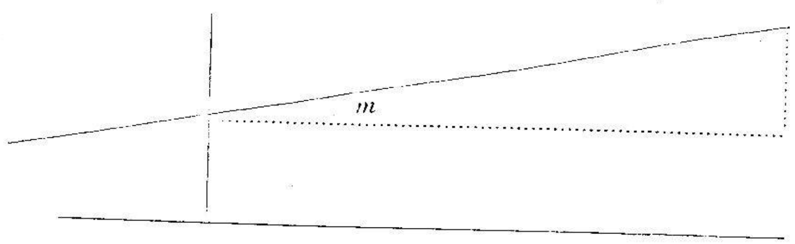

Fig. 1.

Les équations traitées jusqu'à présent étant toutes empiriques, il n'y a pas de raison pour qu'on ne cherche à les simplifier si possible. Pour cela, il est utile de se rendre compte des phases par lesquelles passe un arbre pendant son existence. Il commence par pousser très lentement, comme on le voit sans peine dans toute section franche; sa croissance augmente toujours plus rapidement pour arriver à un maximum après x années, puis se ralentit toujours plus et au bout d'une période fort longue — beaucoup plus longue qu'on ne le croit, trois ou quatre siècles au moins — ne pousse plus du tout; il commence à sécher.

Une courbe rendant fort bien compte de ces variations est celle dont la dérivée est une trochoïde (fig. 2 et 3).

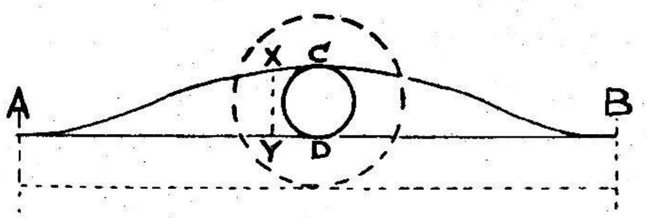

Fig. 2.

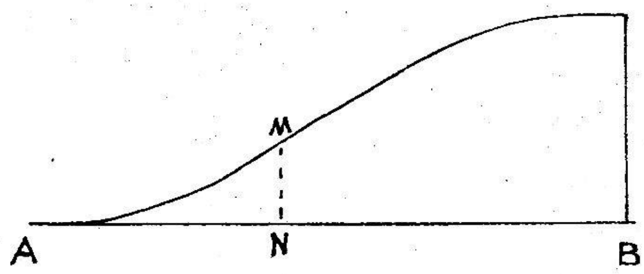

Fig. 3.

$$\text{Sa surface} = \overline{AB} \times \frac{\overline{CD}}{2} + \frac{(\overline{CD})^2 \pi}{4}$$

Le volume d'un arbre est donc à chaque instant égal à la surface A — X — Y, $\overline{AY}$ représentant son âge.

Reportant ces surfaces comme ordonnées $\overline{MN}$, nous obtenons la courbe représentée par la fig. 2, dont la première partie, la seule qui nous intéresse, peut sans grande erreur être remplacée par une équation exponentielle

On peut représenter le volume par une équation de la forme : volume $= \alpha \phi^n$. La hauteur moyenne

H = hauteur de l'arbre $h \times$ coefficient de forme c

$H = hc;\ c = \frac{H}{h}$; appelant $\frown$ la surface de la section de l'arbre mesurée à $1^{m},3$ du sol, nous avons

$$H \frown = \text{vol.} = \frac{H \varnothing^{2} \pi}{4} = \alpha\, \varnothing^{n} \quad \text{d'où} \quad H = 1{,}27\, \alpha\, \varnothing^{n-2}$$

On peut, basé sur les coefficients de forme, admettre provisoirement $c = \frac{0{,}49}{\varnothing 0{,}136}$ Comme $h = \frac{H}{c}$ nous trouvons $h = 2{,}6\, \alpha\, \varnothing^{n-1{,}864}$ pour $\alpha = 10$ et $n = 2{,}25$; $h = 26\, \varnothing^{0{,}39}$.

Si nous nous basons sur le tarif du sylve, en remplaçant les courbes de H par une droite à peu près équivalente, nous trouvons

$$H = 14{,}3\, \varnothing^{0{,}29} \qquad \text{et introduisant } c$$

$$h = \frac{14{,}3\, \varnothing^{0{,}29}\, \varnothing^{0{,}136}}{0{,}49} = 29{,}3\, \varnothing^{0{,}426}$$

Comme $2{,}6\, \alpha = 29{,}3,\quad \alpha = 11{,}3.$

Des diverses données à notre disposition, nous trouvons pour le hêtre, d'après Fankhauser,

$$\text{Vol.} = 13{,}34\, \varnothing^{2{,}35}$$

et pour le tronc du sapin seul, sans les branches

$$\text{Vol.} = 8{,}24\, \varnothing^{2{,}14}$$

et nous admettrons comme donnant des résultats moyens

$$\text{Vol.} = 10\, \varnothing^{2{,}25}.$$

Comme première déduction de ces équations, nous voyons que le volume d'un arbre n'est pas proportionnel au carré du ϕ, mais à une puissance un peu supérieure, ce qui explique pourquoi, dans le procédé de Draudt, on ne peut employer les hauteurs moyennes trouvées avec de petits diamètres pour le calcul des volumes des grands diamètres, tandis que ces chiffres deviennent directement comparables dès qu'on admet que les ϕ varient comme la puissance de $n-2$.

Nous voyons aussi que, d'après les tarifs du sylve, la hauteur d'un arbre de 1 m. de diamètre est d'environ 29 m. et sa hauteur moyenne $H=14$ pour le même diamètre.

L'âge A peut être représenté par une équation de la forme

$$A=\beta\phi^{m} \text{ d'où } \phi=\left(\frac{A}{\beta}\right)^{\frac{1}{m}} \text{ et comme}$$

$$V=\alpha\phi^{n};\quad V=\alpha\left(\frac{A}{\beta}\right)^{\frac{n}{m}}$$

L'augmentation de volume pour $^1/_{100}$ d'accroissement de $\phi=\frac{dV}{d\phi}=n\alpha\phi^{n-1}$

$\phi=$	$^1/_{10}$	$^3/_{10}$	$^5/_{10}$	$^8/_{10}$	$^{10}/_{10}$
Vol. $=$	0,06	0,68	2,13	6,07	10
$\frac{dV}{d\phi={}^1/_{100}}$	0,013	0,050	0,094	0,17	0,225

d'où l'on voit que plus le ϕ augmente, plus l'accroissement en volume de l'arbre est considérable.

L'augmentation de volume en terme des années

$$\frac{dA}{d\phi}=m\beta\phi^{m-1}=\frac{2,25}{\sqrt[4]{\phi}}$$

pour $\beta = 300$, $m = 0{,}75$, $d\,\phi$ en centimètres.

	$\phi = 0{,}1$	0,3	0,5	0,8	1,0
Années p^r augm. de $^1/_{100}$ de ϕ	4	3	2,7	2,4	2,25

Combinant les deux équations précédentes

$$\frac{d\,V}{d\,A} = \frac{n}{m}\,\frac{\alpha}{\beta}\,\phi^{\,n-m}$$

pour $n = 2{,}25$ $m = 0{,}75$ $\alpha = 10$ $\beta = 300$ l'accroissement annuel en mètres cubes $= 0{,}1\ \phi^{\,1,5}$

ϕ	$= 0{,}1$	0,3	0,5	0,8	1,0
$\dfrac{d\,V}{d\,A = 1}$	0,003	0,016	0,035	0,072	0,10

pour un accroissement plus lent, nous aurions, par exemple,

$$\frac{n}{m} = 2 \quad m = 1{,}125 \quad \beta = 368$$

ϕ	$= 0{,}1$	0,3	0,5	0,8	1,0
$\dfrac{d\,V}{d\,A = 1}$	0,003	0,014	0,025	0,042	0,055

$$\frac{d\,V}{d\,A} = 0{,}0545\ \phi^{\,1,125}$$

Si le premier cas représente l'accroissement des arbres de la plaine, nous voyons qu'il varie comme la puissance $\frac{3}{2}$ du diamètre, tandis que pour le second, applicable aux régions plus élevées, l'augmentation varie un peu plus vite que le diamètre.

Le $^0/_0$ d'accroissement de volume d'un arbre

$$= \frac{V + d\,V}{V} - 1 = {}^0/_0 = \frac{n}{m\,A} = \frac{d\,V}{V}$$

pour $n = 2{,}25 \quad m = 0{,}75 \quad \frac{n}{m} = 3$

$$\% \text{ d'accroissement annuel} = \frac{3}{\text{Age}}$$

ϕ =	$0^m,1$	$0^m,3$	$0^m,5$	$0^m,8$	$1^m,0$
Age =	53	122	178,5	254	300
$\% \, dV$ =	5,6	2,46	1,68	1,18	1

d'où il résulte que le % d'accroissement de volume va sans cesse en diminuant. Ce même % s'obtient expérimentalement, d'après Pressler, quand on appelle Q le volume actuel, q le volume r années auparavant.

$$\% = \frac{Q - q}{Q + q} \times \frac{200}{r} = \frac{n}{m \times \text{Age}}$$

d'où l'on peut déduire n et m.

β se déduit de l'équation $\frac{V}{\alpha} = \left(\frac{A}{\beta}\right)^{\frac{n}{m}}$

d'où $\beta = \frac{A \, \alpha^{\frac{n}{m}}}{\text{Vol.}^{\frac{m}{n}}}$ pour $\alpha = 10$, $\frac{n}{m} = 3$, $\beta = 257\,{}^1/_2$ ans

pour $\frac{n}{m} = 2$, $\beta = 350$ ans; pour $\frac{n}{m} = 1\,{}^1/_2$ $\beta = 475$ ans.

Il n'existe que fort peu de données dans les tables d'accroissement ou plutôt de rendement en m^3 par hectare permettant de trouver les coefficients précédents. En général, une ou plusieurs données y manquent; quand la hauteur des arbres et la surface de leur section est donnée, le nombre d'arbres n'y figure pas.

Pressler reproduit cependant, dans sa table 30^B, un tableau de Hartig pour les forêts d'épicéas du Harz qui, bien que donnant les extrêmes de diamètre et de hauteur seulement, pourra nous servir d'exemple pour trouver les coefficients applicables à cette forêt. Prenant les moyennes, calculant les volumes et adoptant les coefficients de forme c dressés par Neumeister, nous pouvons établir le tableau suivant :

Age A	Vol. d'un arbre V m³	Haut. totale h	Coeff. de forme c	Haut. moyenne H	Surface à 1m,3 ⌒ m²	Diamètre à 1m,3 ϕ m
40	0,135	12	0,71	8,5	0,0159	0,14
60	0,332	17,5	0,64	11,2	0,0296	0,19
80	0,588	22	0,605	13,3	0,0442	0,24
100	0,901	25	0,585	14,6	0,0616	0,28
120	1,23	27	0,575	15,5	0,0795	0,32
140	1,60	28	0,57	16,0	0,1000	0,36

Reportons maintenant les âges et diamètres sur le graphique (pl. I, courbes A et B) et prolongeons de part et d'autre la droite passant par les différents points.

Pour 1 m. de diamètre A $=$ 550, donc B $=$ 550 ; pour $0^m,10$ nous avons A $=$ 25, donc $550 \times 0^m,10^n = 25$, d'où $0^m,10^m = \frac{1}{22}$ ou prenant les logarithmes

$$m \times \log.\ 0,1 = \bar{2},657 \quad \text{et} \quad m = 2,66.$$

Ainsi Age $= 550\ \phi^{2,66}$.

Pour trouver n, calculons le $^0/_0$ d'accroissement de volume d'après Pressler pour 120 et 140 A, $r = 20$, âge moyen 130.

$$^0/_0 = \frac{Q-q}{Q+q} \times \frac{200}{r} = \frac{0,37}{2,83} \times \frac{200}{20} = \frac{1,31}{100} = \frac{n}{m \times 130}$$

d'où $\frac{n}{m} = 1,7$ et substituant $m = 2,66$, $n = 4,52$. Le graphique nous donne pour diamètre un mètre $\alpha = 19$, donc volume $= 19\, \phi^{4,52}$.

L'accroissement annuel $\dfrac{dV}{dA} = \dfrac{n}{m}\, \dfrac{\alpha}{\beta}\, \phi^{n-m}$ sera donc

$$= \frac{4,52}{2,66} \times \frac{19}{550}\, \phi^{4,52-2,66} = 0,059\, \phi^{1,86}.$$

Ne sachant jusqu'à quel point le tableau précédent est basé sur l'expérience, il est prudent de ne le considérer que comme exemple montrant la facilité avec laquelle on peut trouver les coefficients exacts pour chaque cas où l'on possède les données expérimentales nécessaires.

Au lieu de calculer l'accroissement de volume d'après le système de Pressler pour un seul point, il est plus exact de reporter les volumes sur le graphique (courbe B). Prolongeant la courbe des volumes à gauche, nous avons $19\, \phi^{n} = $ vol. $= 0^{m^3},065$, d'où nous déduisons comme précédemment $n = 3,53$.

Nous aurions ainsi $\dfrac{n}{m} = 1,33$: accroissement annuel

$$= \frac{dV}{dA} = 1,33 \times \frac{19}{550}\, \phi^{3,53-2,66} = 0,046\, \phi^{0,87}.$$

Pour 100 ans, correspondant à $0^{m},28$ de diamètre, l'accroissement serait de 1,5 % environ, tandis que le tableau donne 1,8 % d'après la méthode de Pressler.

Les formules précédentes nous permettent donc de calculer le volume et l'accroissement des arbres en termes du diamètre seul.

Appliquons maintenant ces données aux prix de revient des jeunes plantations. Un arbre nouvellement planté ayant coûté P francs, tous frais compris, vaudra au bout de A années :

Coût $= P\, t^{A}$ où $t =$ taux de l'intérêt. Le volume étant, d'après ce qui précède, $V = \dfrac{\alpha A^{\frac{n}{m}}}{\beta^{\frac{n}{m}}}$ nous aurons, en admettant $\alpha = 10$, $\beta = 300$, $\dfrac{n}{m} = 3$, $V = \dfrac{A^3}{2\,700\,000}$.

Le prix de revient du m^3 de bois sera donc à tout instant $\dfrac{\text{Valeur de l'arbre}}{\text{Volume}} = \dfrac{C}{V} = \dfrac{P\, t^{A}\, 2\,700\,000}{A^3} = M$ $=$ prix du m^3 de bois, d'où $\dfrac{M}{P} = \dfrac{t^{A}\, 2\,700\,000}{A^3}$, $\dfrac{M}{P} = \dfrac{\text{Constante } t^{A}}{A^{\frac{n}{m}}}$ passe par un minimum quand $\dfrac{dM}{dA} = 0$, ce qui donne

$$A \text{ log. nep. } t = \frac{n}{m}$$

d'où nous tirons le taux t, le plus élevé qu'on puisse espérer retirer des forêts, quand ce taux est égal au $^0/_0$ d'accroissement de volume des bois et quand ils sont abattus aux âges suivants :

Age	43	50	60	75	100	150	300 ans.
Taux	1,07	1,06	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01

Donc plus une forêt doit rapporter, plus il faut en couper les arbres jeunes, naturellement sans descendre à un point où les bois n'ont pas ou peu de valeur marchande, car dès que le $^0/_0$ d'augmentation annuel de volume d'un arbre devient inférieur au taux t de l'intérêt admis il y a perte.

Comme, en définitive, toute la question des forêts tourne autour des revenus qu'on peut espérer en retirer, nous avons dressé, d'après les formules qui précèdent, un diagramme qui permet de mieux saisir la relation entre les prix de plantation et de vente, ainsi que l'intérêt que le capital engagé doit rapporter. Les données que nous avons adoptées ne présentant rien d'absolu, montrent la marche à suivre pour tracer un abaque semblable.

Pour résoudre graphiquement l'équation (voir pl. II)

$$\frac{M}{P} = \frac{t^A B^{\frac{n}{m}}}{\alpha A^{\frac{n}{m}}} = \frac{t^A \times \text{constante}}{A^{\frac{n}{m}}}$$

il faut trois diagrammes avec échelles logarithmiques.

Le premier, celui de P, est placé en bas et à gauche. L'échelle inférieure donne les prix P en francs des jeunes plants rendus plantés, l'échelle de gauche les $^0/_0$ de déchets et de rendements. C'est donc une table ordinaire de multiplication logarithmique; par exemple un plant ayant coûté 5 centimes (voir A) donnera, s'il y a 50 $^0/_0$ de déchet, un prix de fr. 0,10 (voir B), car il faut nécessairement majorer de la valeur des bois séchés les bois restants, pour avoir un prix exact des plantations.

Traçons maintenant au-dessus du tableau des P celui des M dont les lignes faisant un angle de 45° avec l'horizontale donnent les prix de vente des bois en francs par mètre cube; c'est une seconde table de multiplication. Admettant qu'un plant ait coûté 5 centimes avec 50 $^0/_0$ de déchets (voir A B) et que le m^3 de bois se vende 10 fr., la verticale par B atteint la ligne de 10 fr. en C et le résultat $\frac{M}{P}$, soit le prix du m^3 de bois divisé par le coût du plant, égale 100 dans le cas présent et se trouve en D sur l'échelle verticale de droite qui donne $\frac{M}{P}$.

Pour tracer le troisième abaque, prolongeons horizontalement à droite la ligne du bas de l'échelle des P et reportons les âges A au-dessous et les diamètres correspondants au-dessus (voir $\overline{EF}$).

La valeur t^A exigeant à elle seule un diagramme spécial, il est préférable, pour ne pas trop compliquer le dessin, de dresser un tableau des valeurs $\frac{t^A\,2\,700\,000}{A^3}$ en faisant varier t de 1 % à 6 % et l'âge A de 20 en 20 ans.

Reportant les valeurs $\frac{M}{P}$ ainsi calculées au-dessus de l'âge correspondant, nous obtenons, en les joignant par un trait, les courbes des taux t en fonction de $\frac{M}{P}$ et de l'âge. Les courbes tendent à se rapprocher de l'asymptote GH de gauche, dont un des points se trouve en prenant $t^A = 1$ et $\frac{M}{P} = 1$, d'où $A = 139$ et l'autre avec $t^A = 1$ et âge $= 10$, d'où $\frac{M}{P} = 2\,700$.

Le rendement maximal A log. nép. $t = \frac{n}{m}$ est représenté par la droite IK. La position du point I se trouve en introduisant $t = 1{,}06$ dans l'équation ci-dessus, d'où nous tirons: $A = 51{,}5$; substituant cet A dans l'équation $\frac{t^A = 2\,700\,000}{A^3}$ nous trouvons $\frac{M}{P} = 399$, ce qui détermine ce point.

K se trouve d'une manière analogue avec $t = 1{,}01$, d'où $A = 302$ et $\frac{M}{P} = 2{,}06$.

Ce graphique nous permettra de résoudre plusieurs problèmes qui nous intéressent plus spécialement. Pour rester du bon côté, il n'a pas été tenu compte du foisonnement des bois de feu, en admettant qu'ils compensent les frais d'entretien. L'intérêt du terrain recouvert par les bois est presque nul en montagne.

Nous trouvons, par exemple, qu'un arbre ayant coûté 2 centimes rendu posé, avec 20 $^0/_0$ de déchet, procurera 5 $^0/_0$ de revenu, si on en vend le bois à 6 fr. le m^3; le diamètre sera de 0^m,10 environ et l'âge 50 ans. $\overline{LNOQ}$.

Si le m^3 du même bois peut se vendre 20 fr. comme charpente, ce qui ne serait probablement pas le cas, le revenu sera aussi de 5 $^0/_0$, son ⌀ étant de 0^m,35 et son âge 140 ans environ.

Inversément, étant donné le prix du bois 10 fr. par m^3 et le taux 4 $^0/_0$; avec 30 $^0/_0$ de déchet, le prix du plant rendu posé ne doit pas dépasser 5 centimes.

Pour 8 fr. par m^3, 20 $^0/_0$ de déchet et 3 centimes par plant, on peut espérer un revenu de 4 $^3/_4$ $^0/_0$.

Connaissant les prix de vente des bois, rien n'est plus simple, après fort peu de tâtonnements, de voir quel est l'âge le plus avantageux pour les abattre.

Pour rapporter du 4 $^0/_0$, par exemple, un arbre peut se vendre à 5 fr. par m^3 à 75 ans, 6 fr. à 100 ans, 10 fr. à 140 ans, 15 fr. à 160 ans, 30 fr. à 200 ans; mais, en général, il est plus avantageux de vendre le bois jeune.

Donc, à condition que le plant ne coûte pas plus de 3 à 4 centimes, on peut espérer tirer un joli revenu d'un terrain qu'on reboise. Cet intérêt sera en tout cas supérieur à celui qu'on retirerait en louant le terrain à des fruitiers.

Nous pouvons donc déduire, en règle générale, que partout où un revenu immédiat n'est pas urgent, il y a avantage à reboiser les pâturages et à remplacer le bétail par des sapins.

Pour appliquer les données obtenues par l'une ou l'autre de ces méthodes aux plans d'aménagement, on procède aux opérations suivantes:

1° Compter les arbres et en évaluer le volume;

2° Réduire ce volume à l'hectare,

puis on divise en tronçons de volumes égaux la forêt et on s'arrange pour en retenir chaque année $^1/_5$ ou $^1/_6$, selon que le cycle se compose de 5 ou de 6 ans.

Au bout de cette période, on procède à un deuxième dénombrement. Le volume ainsi obtenu doit être augmenté des arbres coupés pendant l'intervalle entre les deux mesures et diminué de l'excédent de volume représenté par les arbres de la plus faible classe de ⌀ et dont le nombre égale tous les bois en plus du premier dénombrement.

Prenons, par exemple:

	Arbres		m^3
1er cubage en 1895	1 000	=	1 500
2me » en 1900	1 200	=	1 700
Arbres abattus entre 1895 et 1900 .	100	=	100
2me cubage complété	1 300	=	1 800
A déduire 300 arbres de 0m,3 en plus du 1er cubage (1 300 — 1 000) . .	300	=	90
2me cubage réduit et ramené au 1er .	1 000	=	1 710
1er »	1 000	=	1 500
1 000 arbres ont donc augmenté de			210$^{m^3}$

en 5 ans, soit 42^{m^3} par an ou $0^{m^3},042$ par arbre et par an.

La somme des accroissements annuels, soit 42^{m^3}, doit donc être la même que celle qu'on obtiendrait en faisant le total des augmentations de volume, si l'échelle choisie à cet effet est correcte.

Divisons maintenant les arbres en trois classes : grands, moyens et petits, et répétons le même calcul dans chaque cas; nous aurons très en abrégé l'explication de la méthode de contrôle employée par tout forestier sérieux.

Nous disons avec raison que la description précédente des méthodes employées pour le contrôle de l'accroissement des forêts n'est qu'abrégée, car en réalité les opérations sont de nature si compliquées et si longues que même les forestiers ne les voient pas d'un bon œil et ne font des plans d'aménagement que parce qu'ils se trouvent dans l'obligation de les faire.

Pour éviter ces complications et retards, nous proposons, basé sur ce qui précède, une cinquième méthode qui permet avec une seule mesure, sans tarifs ni carnets d'observation, de se rendre compte du volume et de l'accroissement des forêts.

Il suffit pour cela de supplémenter l'échelle des centimètres de tout compas d'une graduation donnant directement les cubes correspondant aux divers diamètres et d'y en adjoindre une autre donnant les accroissements de volumes en m^3 pour chaque dimension différente.

On économise un temps considérable en employant le compas de M. William Borel, expert forestier à Genève. Une bande de papier de 40^{mm} de large, et de longueur dépendant de l'instrument, est placée dans une rainure latérale. Le bras mobile du compas porte une petite plaque de laiton sur laquelle sont fixées deux ou trois pointes. Chaque fois qu'un diamètre est mesuré, on presse sur la pointe correspondant à l'essence qu'on enregistre, ce qui produit un petit trou dans la bande de papier. Une vis de rappel permet de déplacer latéralement la plaque de laiton après avoir percé quelques trous, de sorte qu'ils ne risquent pas d'arriver l'un dans l'autre. Du reste, même lorsqu'on perce des trous à $^1/_{10}$ mm d'intervalle, on les distingue facilement.

Quand la bande est suffisamment garnie, on l'enlève et la remplaçe par une autre, ce qui prend fort peu de temps.

Appliquant maintenant sur la bande de papier une échelle divisée d'après le tableau suivant, on compte les trous autour de chaque volume différent et il ne reste qu'à les multiplier par le volume respectif pour avoir le cube des bois correspondant à ce diamètre. Un second comptage donne de même les accroissements. On n'a plus qu'à tabler les résultats, ce qui se fait très simplement de la manière suivante :

x arbres de	m³ 1,0	$=$ vol. $x \times 1$	p arbres de	m³ 0,020	$= \Sigma$	accroiss. de	0,02
y	»	2,0	$=$ » $y \times 2$	q	»	0,025 $= \Sigma$	»	0,035
z	»	3,0	$=$ » $z \times 3$	s	»	0,030 $= \Sigma$	»	0,03
N arbres			$= \Sigma$ volumes	N arbres		$=$ m³ accroissement.		

Prenant dans la formule vol. $= \alpha \phi^n$, $\alpha = 10$ et $n = 2{,}25$ et comme accroissement : différence de volume pendant une année $= 0{,}1\ \phi^{1,5}$, nous pouvons graduer notre échelle sur du fort papier d'après le tableau suivant en subdivisant à volonté, si cela paraît nécessaire.

Volume en m³	⌀ en mètre	Volume en m³	⌀ en mètre
0,1	0,130	5,0	0,735
0,5	0,264	5,5	0,766
1,0	0,360	6,0	0,797
1,5	0,420	6,5	0,825
2,0	0,490	7,0	0,855
2,5	0,535	8,0	0,908
3,0	0,585		
3,5	0,625	9,0	0,954
4,0	0,666		
4,5	0,701	10,0	1,000

L'échelle de l'accroissement annuel nous donnerait de même ;

Accr. de vol. m³	⌀ en m.	Accr. de vol. m³	⌀ en m.	Accr. de vol. m³	⌀ en m.
0,006	0,155	0,035	0,495		
0,010	0,215	0,040	0,545		
0,015	0,283	0,045	0,586	0,070	0,787
0,020	0,345	0,050	0,630	0,080	0,861
0,025	0,395	0,055	0,670	0,090	0,931
0,030	0,446	0,060	0,711	0,100	1,000

Il est à remarquer que la hauteur moyenne des arbres variant comme ϕ^{n-2}, les volumes sont directement comparables entre eux.

Il suffit, pour trouver le volume exact de α, de cuber quelques arbres seulement et de déterminer le rapport entre leur cube réel et celui de la formule $\alpha \phi^n$.

Ce rapport, multiplié par 10, donne α pour la forêt en question.

Pour le cas où les plans d'aménagement ont été basés sur le tarif du sylve, la graduation des volumes sur le compas doit correspondre à ce tarif et l'on peut provisoirement admettre l'augmentation de volume de l'échelle précédente pour l'accroissement probable, ou se baser sur les méthodes de Pressler pour le déterminer exactement.

Nous n'avons pu, avec le peu de matériaux à notre disposition, obtenir que des résultats généraux. Aussi n'avons-nous employé que la règle à calcul pour les réductions. Nous serions heureux si les experts voulaient bien nous communiquer leurs données expérimentales pour arriver à déterminer les courbes se rapprochant le plus possible de la réalité.

Les volumes et rendements ont été évalués très bas pour éviter toute déception et les chiffres obtenus sont plutôt applicables à la montagne qu'à la plaine.

Nous concluerons en disant que les plantations de forêts présentent de sérieux avantages non seulement à la montagne, mais aussi en plaine, et que les propriétaires en général méconnaissent beaucoup trop ce genre de culture.

APPENDICE

La solution de quelques cas du travail précédent ne se trouvant généralement pas dans les aide-mémoires est donnée ci-dessous à titre de renseignements.

Tracer une échelle logarithmique.

Prendre comme échelle entre 1 et 10, 10 et 100, etc., un multiple de 100^{mm}; puis, pour l'échelle de 100^{mm} par exemple, les deux premières décimales des différents nombres pris dans les tables de logarithmes vulgaires donnent directement en millimètres la longueur à rapporter sur l'échelle à partir de l'origine. Pour une échelle de 200^{mm}, nous aurions à multiplier par 2 les logarithmes; pour 300^{mm}, par 3, et ainsi de suite. A l'échelle de 100^{mm}, le logarithme de 2 est représenté par 30^{mm},1, celui de 3 par 47^{mm},7, etc. Pour une division de 500^{mm}, nous aurions respectivement 150^{mm},5 et 238^{mm},5.

Puissances

Touver $x = 0{,}05^{0{,}2}$. Chercher le log. de $0{,}05 = \quad \bar{2}{,}699$

Multiplier la caractéristique $\bar{2}$ par l'indice de la puissance 0,2 . . . . $= \quad \bar{0}{,}400$

Multiplier le logarithme 0,699 par l'indice de la puissance 0,2 . . . . $= + 0{,}140$

Somme . . $= - 0{,}260$

Ce nombre étant négatif, le soustraire de $\quad 0{,}000$

Il reste log. $x \quad = \quad \bar{1}{,}740$

$x \quad = \quad 0{,}549$

Racines

Trouver $x = \sqrt[5]{0{,}05}$. Chercher le logarithme de 0,05 $= \bar{2}{,}699$, ajouter à la caractéristique suffisamment d'unités pour la rendre divisible sans reste par l'indice, soit $\bar{2} + (-3) = \bar{5} \div 5 = \bar{1}{,}0000$

ajouter au logarithme le même nombre d'unités qu'à la caractéristique et diviser le tout par l'indice $= 3 + 0{,}699 = \dfrac{3{,}699}{5} = 0{,}740$

La somme de la caractéristique et du logarithme ainsi divisés $= \log. x \quad = \bar{1}{,}740$

$x = 0{,}549$

Une extraction de racine peut donc être remplacée par une puissance fractionnaire.

$$\sqrt[5]{0{,}05} = 0{,}05^{0{,}2} = 0{,}05^{\frac{2}{10}} = 0{,}05^{\frac{1}{5}}$$