Note sur les distributions d'électricité par courants triphasés

Autor(en): **Montmollin, André de**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Bulletin de la Société des Sciences Naturelles de Neuchâtel**

Band (Jahr): **23 (1894-1895)**

PDF erstellt am: **20.06.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-88368

Séance du 25 juin 1895

NOTE

SUR LES DISTRIBUTIONS D'ÉLECTRICITÉ

par courants triphasés

PAR ANDRÉ DE MONTMOLLIN

On entend souvent énoncer contre les distributions d'énergie par courants triphasés l'objection suivante :

« Lorsque l'on veut par ce moyen fournir à la fois de la force et de la lumière, il faut que les lampes soient groupées de telle manière que les trois circuits d'utilisation soient également chargés. Si cette condition n'est pas remplie, les décalages sont tellement modifiés que les moteurs ne peuvent plus fonctionner convenablement. »

Cette objection n'est fondée qu'en partie et provient de ce que l'on a étendu à tous les systèmes de couplage (étoile et triangle, double triangle, etc.) les conclusions tirées d'observations faites sur la moitié d'entre eux seulement.

Nous nous proposons donc de montrer que :

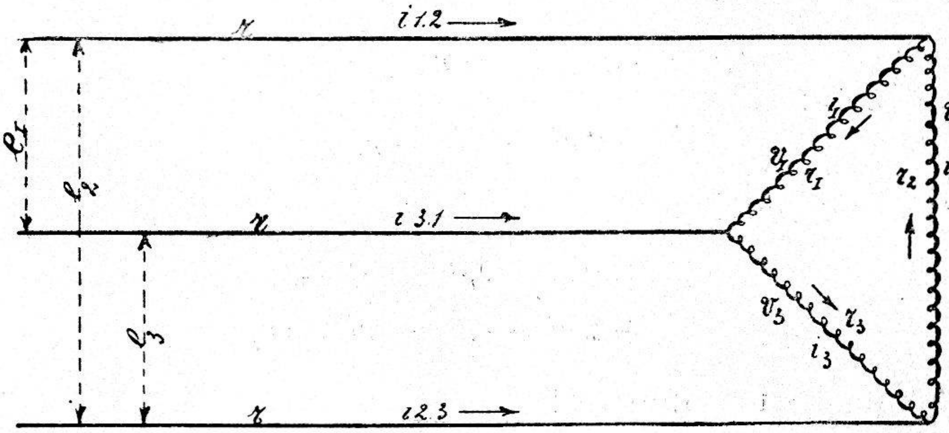
Lorsque les récepteurs sont montés en triangle, les modifications dues à de fortes inégalités de charge dans les circuits ne peuvent avoir une influence appréciable sur la marche des moteurs.

Nous suivrons les raisonnements tels qu'ils se trouvent dans l'ouvrage intitulé : *Traité théorique et pratique des courants alternatifs industriels*, par Loppé et Bouquet (1894). Tome I, p. 205-212.

Dans ce qui suit, nous supposerons que la self-induction n'entre en ligne de compte que pour les moteurs, de sorte qu'étant égale dans les trois circuits, on puisse la négliger pour le calcul des décalages.

Nous admettrons encore que la résistance intérieure des génératrices est suffisamment petite, ce qui a lieu le plus souvent en pratique, pour que les différences de charge n'influent pas sur la tension moyenne entre l'origine des conducteurs. Les décalages sont de $\frac{2\pi}{3}$ ou 120^0.

Soient e_1, e_2, e_3, les tensions à l'origine des conducteurs ; r, la résistance de chacune de ceux-ci, i_{12}, i_{23}, i_{31}, l'intensité du courant qui les parcourt, V_1, V_2, V_3, les tensions aux bornes de chacun des circuits récepteurs, de résistance r_1, r_2, r_3, traversés par les courants i_1, i_2, i_3.



Nous trouverons d'abord trois relations entre les courants des circuits récepteurs, leur tension, les tensions à l'origine de la ligne et les résistances de toutes les parties des circuits. Après quoi, éliminant les courants en les exprimant au moyen de la tension et de la résistance, nous obtiendrons trois relations entre les quantités V, e, et les résistances, d'où nous pourrons tirer les valeurs de V. Les e étant des fonctions périodiques simples, les V le seront aussi et nous pourrons calculer leur amplitude et leur décalage, qui dépendront des résistances. Nous verrons alors que les expressions trouvées sont telles que de grandes variations de résistance dans les circuits d'utilisation ne peuvent influer que fort peu sur l'amplitude et le décalage des tensions.

Les lois de Kirchhof nous donnent :

$$\begin{array}{ll} ri_{12} + V_1 - ri_{31} = e_1 & \qquad i_{12} = i_1 - i_2 \\ ri_{23} + V_2 - ri_{12} = e_2 & \qquad i_{23} = i_2 - i_3 \\ ri_{31} + V_3 - ri_{23} = e_3 & \qquad i_{31} = i_3 - i_1 \\ V_1 + V_2 + V_3 = 0 & \end{array}$$

d'où l'on tire : $e_1 + e_2 + e_3 = 0$, et $i_{12} + i_{23} + i_{31} = 0$

il vient alors :

$$r(i_1 - i_2) + V_1 - r(i_3 - i_1) = e_1$$

ou bien :

$$V_1 + 2ri_1 - ri_2 - ri_3 = e_1$$

et par analogie :

$$V_2 + 2ri_2 - ri_3 - ri_1 = e_2$$
$$V_3 + 2ri_3 - ri_1 - ri_2 = e_3$$

Faisons maintenant :

$$i_1 = \frac{V_1}{r_1}, \qquad i_2 = \frac{V_2}{r_2}, \qquad i_3 = \frac{V_3}{r_3} = -\frac{V_1 + V_2}{r_3}$$

il vient alors :

$$V_1 + \frac{2r}{r_1} V_1 - r\frac{V_2}{r_2} + r\frac{V_1 + V_2}{r_3} = e_1$$

$$V_2 + \frac{2r}{r_2} V_2 - r\frac{V_1}{r_1} + r\frac{V_1 + V_2}{r_3} = e_2$$

ou bien:

$$V_1\left(1 + \frac{2r}{r_1} + \frac{r}{r_3}\right) - V_2 r\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) = e_1$$

et :

$$V_2\left(1 + \frac{2r}{r_2} + \frac{r}{r_3}\right) - V_1 r\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_3}\right) = e_2$$

Pour simplifier, posons :

$$1 + \frac{2r}{r_1} + \frac{r}{r_3} = a \qquad 1 + \frac{2r}{r_2} + \frac{r}{r_3} = b$$

$$r\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) = c \qquad r\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_3}\right) = d$$

Alors :

$$a V_1 - c V_2 = e_1$$
$$-d V_1 + b V_2 = e_2$$

d'où :

$$V_1 = \frac{be_1 + ce_2}{ab - cd} \text{ et } V_2 = \frac{de_1 + ae_2}{ab - cd}$$

et puisque :

$$V_3 = - V_1 - V_2 \ ,$$

il vient :

$$V_3 = \frac{e_1(b+d) + e_2(a+c)}{cd - ab}$$

en posant encore :

$$b + d = 1 + \frac{2r}{r_2} + \frac{r}{r_1} = g$$

et :

$$a + c = 1 + \frac{2r}{r_1} + \frac{r}{r_2} = h$$

on aura :

$$V_3 = \frac{ge_1 + he_2}{cd - ab}$$

Nous avons dit que e_1, e_2 et e_3 sont des fonctions périodiques simples ; elles sont de la forme :

$$e_1 = E \sin\ kt$$

$$e_2 = E \sin\left(kt + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$e_3 = E \sin\left(kt - \frac{2\pi}{3}\right)$$

Or V_1, V_2 et V_3 dépendant de e_1 et de e_2, auront même période, mais une amplitude X_1, X_2, X_3 et un angle de décalage φ_1, φ_2, φ_3, généralement differents.

Nous aurons donc :

$$V_1 = X_1 \sin(kt + \varphi_1) = \frac{E}{ab - cd}\left[b \sin kt + c \sin\left(kt + \frac{2\pi}{3}\right)\right]$$

$$V_2 = X_2 \sin(kt + \varphi_2) = \frac{E}{ab - cd}\left[d \sin kt + a \sin\left(kt + \frac{2\pi}{3}\right)\right]$$

$$V_3 = X_3 \sin(kt + \varphi_3) = \frac{E}{cd - ab}\left[g \sin kt + h \sin\left(kt + \frac{2\pi}{3}\right)\right]$$

Pour trouver X et φ, faisons successivement dans chaque équation $kt = 0$ et $kt = \frac{\pi}{2}$, il viendra, si l'on pose

$$\frac{E}{ab - cd} = A$$

$$X_1 \sin \varphi_1 = A\, c \sin \frac{2\pi}{3} = Ac \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$X_1 \cos \varphi_1 = A \left(b + c \cos \frac{2\pi}{3} \right) = A \left(b - \frac{1}{2} c \right)$$

En divisant membre à membre :

$$tg\, \varphi_1 = \frac{c\sqrt{3}}{2b - c}$$

En élevant au carré et en additionnant

$$X_1^2 = \mathrm{A}^2 (b^2 + c^2 - bc)$$

On obtiendra de même :

$$tg\, \varphi_2 = \frac{a\sqrt{3}}{2\,d - a} \qquad X_2^2 = A^2 (a^2 + d^2 - ad)$$

et

$$tg\, \varphi_3 = \frac{h\sqrt{3}}{2g - h} \qquad X_3^2 = A^2 (g^2 + h^2 - gh)$$

Cherchons maintenant les expressions des trois angles de décalage : $\varphi_2 - \varphi_1$; $\varphi_3 - \varphi_2$; $\varphi_1 - \varphi_3$.

On sait que :

$$tg\, (\alpha - \beta) = \frac{tg\, \alpha - tg\, \beta}{1 + tg\, \alpha\, tg\, \beta};$$

en appliquant cette formule, il vient :

$$tg\, (\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{\sqrt{3}\,(ab - c\,d)}{2bd - ab - cd + 2ac}$$

$$tg\, (\varphi_3 - \varphi_2) = \frac{\sqrt{3}\,(dh - ga)}{2gd - ag - dh + 2ah}$$

$$tg\, (\varphi_1 - \varphi_3) = \frac{\sqrt{3}\,(cg - bh)}{2bg - cg - bh + 2ch}$$

formules dans lesquelles :

$$a = 1 + \frac{2r}{r_1} + \frac{r}{r_3} \qquad b = 1 + \frac{2r}{r_2} + \frac{r}{r_3} \qquad c = r\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right)$$

$$d = r\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) \qquad g = 1 + \frac{2r}{r_2} + \frac{r}{r_1} \qquad h = 1 + \frac{2r}{r_1} + \frac{r}{r_2}$$

Dans la pratique, pour obtenir un bon rendement, on prend en général la résistance r des conducteurs très petite par rapport à celle des appareils d'utilisation r_1, r_2 et r_3. On aura donc approximativement :

$$a = 1;\ b = 1;\ c = 0;\ d = 0;\ g = 1;\ h = 1.$$

On a alors à peu près :

$$tg\,(\varphi_2 - \varphi_1) = -\sqrt{3} \qquad \varphi_2 - \varphi_1 = 120^0$$

$$tg\,(\varphi_3 - \varphi_2) = -\sqrt{3} \qquad \varphi_3 - \varphi_2 = 120^0$$

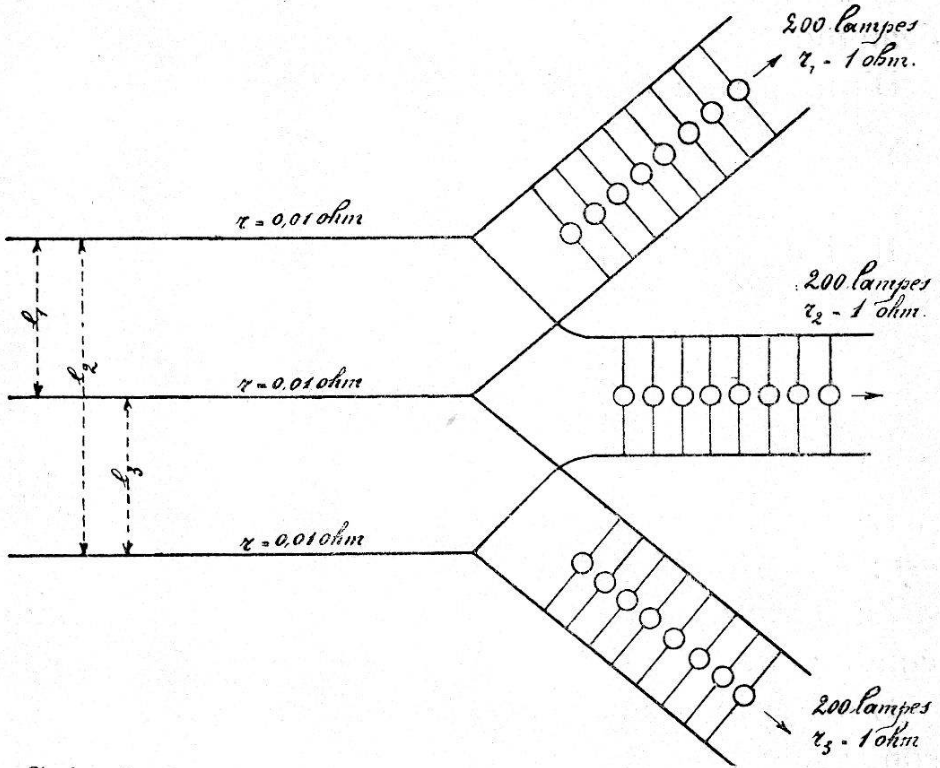
$$tg\,(\varphi_1 - \varphi_3) = -\sqrt{3} \qquad \varphi_1 - \varphi_3 = 120^0$$

On verrait de même que les tensions maximales X_1, X_2 et X_3, ainsi que les tensions moyennes V_1, V_2 et V_3 aux bornes des appareils d'utilisation, varient fort peu dans ces conditions.

Un exemple rendra ces résultats plus évidents.

Supposons une distribution par courants triphasés, alimentant à 100 volts efficaces 600 lampes à incandescence de 16 bougies, et des moteurs en nombre quelconque, qui, de par leur construction, prenant un courant efficace égal dans chacun des trois circuits, n'entrent pas en ligne de compte pour les calculs suivants.

Admettons que les 600 lampes soient divisées en trois groupes de 200, de façon que les charges soient réparties également sur trois circuits.



Soient :

$$e_1 = 100\sqrt{2}\ \sin kt$$

$$e_2 = 100\sqrt{2}\ \sin\left(kt + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$e_3 = 100\sqrt{2}\ \sin\left(kt - \frac{2\pi}{3}\right)$$

les tensions aux origines des conducteurs, $r = 0{,}01$ ohm leur résistance jusqu'aux embranchements des circuits d'utilisation, et $r_1 = r_2 = r_3 = 1$ ohm celle des circuits d'utilisation.

Calculons les décalages :

$a = 1{,}03$; $b = 1{,}03$; $c = d = 0$; $g = 1{,}03$; $h = 1{,}03$.

$$tg\,(\varphi_2 - \varphi_1) = -\sqrt{3} \qquad \varphi_2 - \varphi_1 = 120^0$$

$$tg\,(\varphi_3 - \varphi_2) = -\sqrt{3} \qquad \varphi_3 - \varphi_1 = 120^0$$

$$tg\,(\varphi_1 - \varphi_3) = -\sqrt{3} \qquad \varphi_1 - \varphi_3 = 120^0$$

Les décalages sont donc égaux, les charges étant également réparties.

D'un autre côté, nous avons :

$$A = \frac{E}{ab - cd} = \frac{100\sqrt{2}}{1,03^2}.$$

Il vient donc :

$$X_1 = \frac{100\sqrt{2}}{1,03} = 137,3 \text{ volts}$$

$$X_2 = 137,3 \quad »$$

$$X_3 = 137,3 \quad »$$

La tension maximale à l'origine des conducteurs est : $E = 102\sqrt{2} = 141,4$ volts.

La perte de 4,1 volts provient des résistances r des conducteurs.

Les tensions maximales aux lampes, X_1, X_2 et X_3 sont égales, vu l'égalité des charges; les tensions efficaces le seront donc aussi et auront pour valeur :

$$\frac{137,3}{1,414} = 97,1 \text{ volts.}$$

Supposons maintenant que l'on éteigne les 200 lampes placées sur le circuit r_3, ce qui revient à faire $r_3 = \infty$. Nous aurons :

$$a = 1,02; \quad b = 1,02; \quad c = 0,01; \quad d = 0,01;$$
$$g = 1,03; \quad h = 1,03$$

et :

$$tg\,(\varphi_2 - \varphi_1) = -\frac{\sqrt{3}\,(1,0403)}{0,9997}; \quad \varphi_2 - \varphi_1 = 119^0\,1'\,20''$$

$$tg\,(\varphi_3 - \varphi_2) = -\frac{\sqrt{3}\,(1,0403)}{1,0609}; \quad \varphi_3 - \varphi_2 = 120^0\,29'\,20''$$

$$tg\,(\varphi_1 - \varphi_3) = -\frac{\sqrt{3}\,(1,0403)}{1,0609}; \quad \varphi_1 - \varphi_3 = 120^0\,29'\,20''$$

Comme vérification :

$$(\varphi_2 - \varphi_1) + (\varphi_3 - \varphi_2) + (\varphi_1 - \varphi_3) = 360^0 .$$

On a aussi :

$$A = \frac{100\sqrt{2}}{1,0403}$$

d'où :

$$X_1 = 137,98 \text{ et } V_1 = 97,57 \text{ volts}$$
$$X_2 = 137,98 \text{ et } V_2 = 97,57 \quad »$$
$$X_3 = 140,02 \text{ et } V_3 = 99,01 \quad » \quad .$$

Les choses étant dans cet état, éteignons encore les 200 lampes du circuit r_2; nous aurons donc :

$r = 0,01$ ohm ; $r_1 = 1$ ohm. ; $r_2 = \infty$; $r_3 = \infty$.
$a = 1,02$; $b = 1$; $c = 0$; $d = 0,01$; $g = 0,01$; $h = 1,02$

d'où :

$$tg(\varphi_2 - \varphi_1) = -1,02\sqrt{3} \; ; \qquad \varphi_2 - \varphi_1 = 119^0\,30'\,40''$$

$$tg(\varphi_3 - \varphi_2) = -\frac{1,02\sqrt{3}}{1,0606} \; ; \qquad \varphi_3 - \varphi_2 = 120^0\,58'\,40''$$

$$tg(\varphi_1 - \varphi_3) = -1,02\sqrt{3} \; ; \qquad \varphi_3 - \varphi_2 = 119^0\,30'\,40''$$

La somme de ces angles est aussi 360^0

$$A = \frac{100\sqrt{2}}{1,02} .$$

d'où :

$$X_1 = 138,64 \text{ et } V_1 = 98,03 \text{ volts}$$
$$X_2 = 140,73 \text{ et } V_2 = 99,51 \quad »$$
$$X_3 = 140,73 \text{ et } V_3 = 99,51 \quad » \quad .$$

En résumé, si l'on a une distribution par courants triphasés comportant à la fois de la lumière et de la force, telle que les lampes soient partagées à peu près de façon à charger également les trois conducteurs, on peut éteindre ou allumer simultanément un nombre quelconque de ces lampes placées n'importe où, sans que les décalages varient d'une quantité suffisante pour déranger la marche des moteurs, et sans que la force électro-motrice varie assez pour compromettre les lampes à incandescence.

Cela, bien entendu, pour le mode de couplage traité dans ce travail et pour une installation faite d'une façon rationnelle, c'est-à-dire telle que la perte de tension le long des conduites principales ne soit qu'une petite fraction (2, 5, jusqu'à 10 $^0/_0$) de la tension totale.

On voit aisément que la répartition des lampes dans les trois circuits est bien loin d'exiger une aussi grande exactitude que celle que demande une installation à courant défini par trois ou par cinq fils.

Dans le tableau suivant sont notées les valeurs des décalages et des tensions effectives pour les trois cas examinés dans l'exemple ci-dessus.

Les valeurs des colonnes A se rapportent au cas où les trois circuits sont également chargés; celles des colonnes B au cas où le circuit III est interrompu; celles des colonnes C au cas où les circuits II et III sont interrompus, rien n'étant modifié dans les circuits en activité.

	CIRCUIT I			CIRCUIT II			CIRCUIT III		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
Tensions efficaces aux génératrices (volts)	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Décalages aux génératrices	120°	120°	120°	120°	120°	120°	120°	120°	120°
Tensions efficaces aux lampes (volts)	97,1	97,57	98,03	97,1	97,57	99,51	97,1	99,01	99,51
Décalages aux lampes . . .	120°	120°29′20″	120°58′40″	120°	120°29′20″	119°30′40″	120°	119°1′20″	119°30′40″